

Trabajo de Curso - IO

Autores: Albert Trelis

Javier Nieto

Guillermo Serrahima

Fecha: Enero de 2016

Trabajo realizado para la asignatura **Investigación Operativa**

Departamento de Estadística e Investigación Operativa

Facultat d'Informàtica de Barcelona

Universitat Politècnica de Catalunya

Los autores del presente trabajo autorizan a que sea publicado en la web de la FIB y/o del DAC.

El © del trabajo sigue siendo de los autores. No se permite la reproducción total o parcial de este documento si no se cita explícitamente su procedencia.

Índice

Modelo CPM

Descripción del modelo implementado y del código.....	4
Tipos de proyecto donde poder emplear el modelo.....	5
Ejemplos de funcionamiento.....	6
Reportaje de los modelos.....	13
Apéndice: cambios realizados durante la elaboración.....	14
Uso solvente de los recursos de la información.....	15

Modelo Espacio de Mercados

Descripción del modelo implementado y del código.....	17
Tipos de proyecto donde poder emplear el modelo.....	18
Ejemplos de funcionamiento.....	19
Reportaje de los modelos.....	19
Apéndice: cambios realizados durante la elaboración.....	20
Uso solvente de los recursos de la información.....	21
Bibliografía.....	22

Model CPM

1. Descripción del modelo implementado y del código

Como modelo básico hemos implementado en AMPL el modelo CPM con actividades por arco, en vez de por nodo.

Hemos definido un set de nodos **NODOS**, con un nodo origen **orig** y un destino **dest** distinto de **orig**, unidos por arcos **ARCOS** que no empiezan en **dest** y no terminan en **orig**, y las duraciones **tau** de las actividades entre nodos i, j (donde i es el nodo inicial y j el final, para cada arco); y una variable optimizable **t** para cada nodo que representa el tiempo en que finalizan las actividades de los arcos que terminan en ese nodo.

La función a minimizar es el tiempo final **t[dest]**, sujeto a:

- Restricción **r1**: $t[i] + \text{tau}[i,j] - t[j] \leq 0$ para todos los arcos que van del nodo i al nodo j . Esto fuerza a que el tiempo final en un nodo no sea menor al tiempo mayor de las actividades que terminan en él.
- Restricción **r2**: $t[i] \geq 0$; esto asegura que t se mantiene dentro de unos valores reales.

Diferencias entre el modelo básico y el implementado

A partir de aquí, hemos decidido implementar un modelo CPM para el estudio de mejora de actividades a través de reducción de la duración, en relación a un coste de mejora asociado a las reducciones.

Para ampliar el modelo, hemos añadido unos coeficientes de coste de mejora a los arcos, y definido unos márgenes para la duración en el mejor caso (mejora máxima, **tau_best**) y el peor caso (sin mejorar, **tau_worst**); y redefinido las duraciones finales de las actividades como una variable optimizable **tau**.

La función a minimizar sigue siendo el tiempo final $t[\text{dest}]$, pero hemos añadido las siguientes restricciones a las del modelo básico:

- Restricción r3: $\tau_{\text{best}}[i,j] \leq \tau[i,j]$;
- Restricción r4: $\tau_{\text{worst}}[i,j] \geq \tau[i,j]$;

Estas restricciones aseguran que τ no escape de los márgenes de tiempo máximo (sin mejoras) y tiempo mínimo alcanzable (mejoras máximas).

2. Tipos de proyecto donde poder emplear el modelo

Este es un algoritmo utilizado para el cálculo de tiempos y plazos en la planificación de proyectos. El objetivo principal es determinar la duración de un proyecto, donde cada una de las actividades del mismo tiene una duración estimada. La duración de las actividades que forman la ruta crítica determina la duración del proyecto entero y las diferencias con las otras rutas que no sean la crítica se denominan tiempos de holgura. Un proyecto puede tener más de una ruta crítica.

Uno de los campos donde puede aplicarse un modelo CPM como el nuestro es, por ejemplo, el campo de la restauración; concretamente, la del servicio de comandas por parte del equipo de empleados a la clientela.

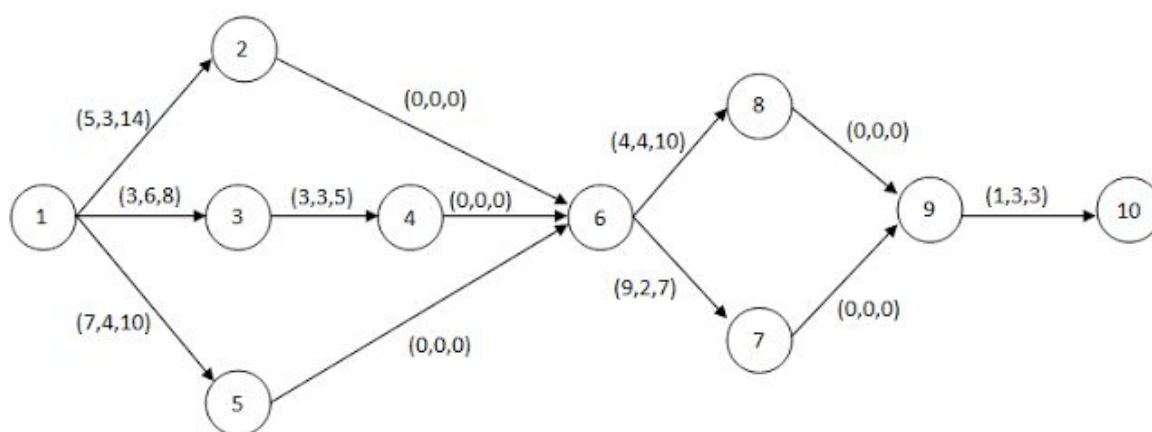
3. Ejemplos de funcionamiento

3.1. Servicio de barra

En el primer ejemplo (`cpm-cafe.dat`) hemos aplicado el modelo en el servicio de pedidos en una barra. Se han tenido en cuenta tres situaciones: cuando se prepara el material para realizar el servicio, el servicio en sí y servir al cliente lo que ha pedido.

La primera fase ejecuta en paralelo la acción de limpiar la máquina y encender la máquina, coger la taza i llenar la máquina de café. Cuando está todo listo, se pasa a la segunda fase que consiste en preparar el material: cuchara, plato, azúcar y condimentos, y hacer el café. Finalmente solo falta servirlo.

Inicialmente, el grafo es el siguiente:

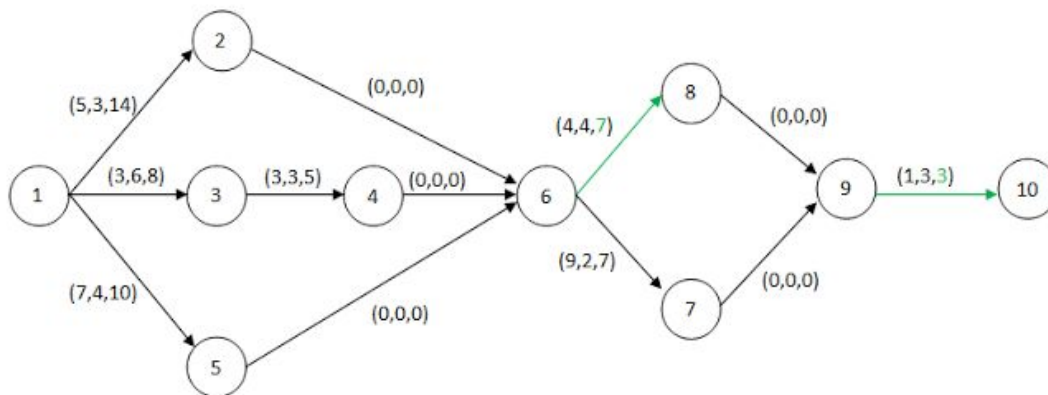


En la siguiente tabla tenemos las mejoras producidas dependiendo del valor que toma alpha. Podemos observar que para alfas menores a 0.5 siempre es 0 porque prioriza minimizar los costes antes que el tiempo, mientras que como más cercana a 1 esté menos le importará gastar más si eso conlleva mejorar el tiempo final.

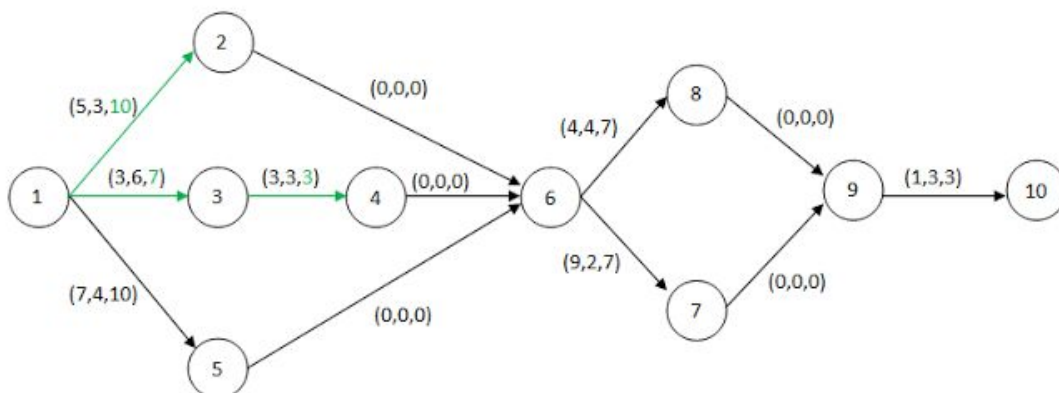
	$\alpha < 0.5$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \geq 0.9$
	5				5
1,2	0	0	0	4	5
1,3	0	0	0	1	2

1,5	0	0	0	0	1
3,4	0	0	0	2	2
6,7	0	0	3	3	6
6,8	0	0	0	0	3
9,10	0	2	2	2	2

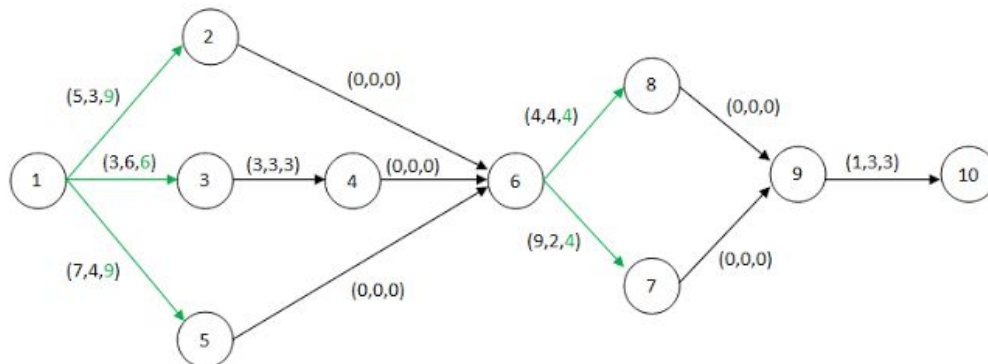
Con $\alpha = 0.8$ podemos ver que se prioriza primero los caminos en los que se obtiene una mejora solo mejorando uno de ellos:



En cambio, con $\alpha = 0.9$ se incrementa el coste empleado para optimizar los caminos porque se reduce el tiempo en mas de un camino a la vez (reducirlo solo en un camino no vale la pena por su elevado coste y el poco tiempo que se reduciría):



Por último, con alpha más grande o igual a 0.95 la mejor optimización del tiempo sin tener en cuenta los costes es reducir todos los caminos al coste mínimo del más elevado:

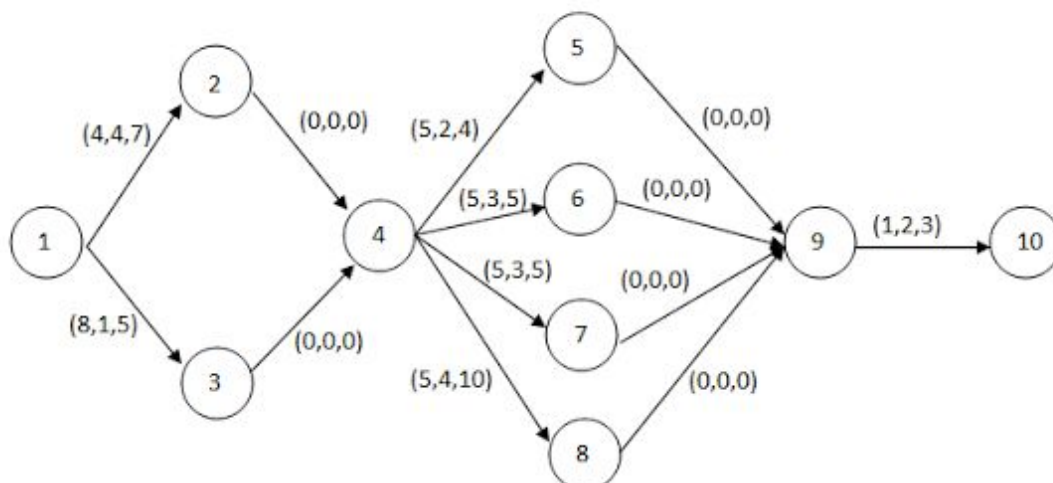


3.2. Servicio de camareros

El segundo ejemplo (**cpm-servir.dat**) hemos usado el servicio de camareros para aplicar el modelo. Igual que el anterior este también consta de tres fases: tomar el pedido, esperar la comanda y servirla.

Primero se toma nota i se explican los platos simultáneamente. Después el camarero envía la comanda a la cocina y mientras espera sirve el agua, pan y pica pica. Cuando la comida está preparada se sirve.

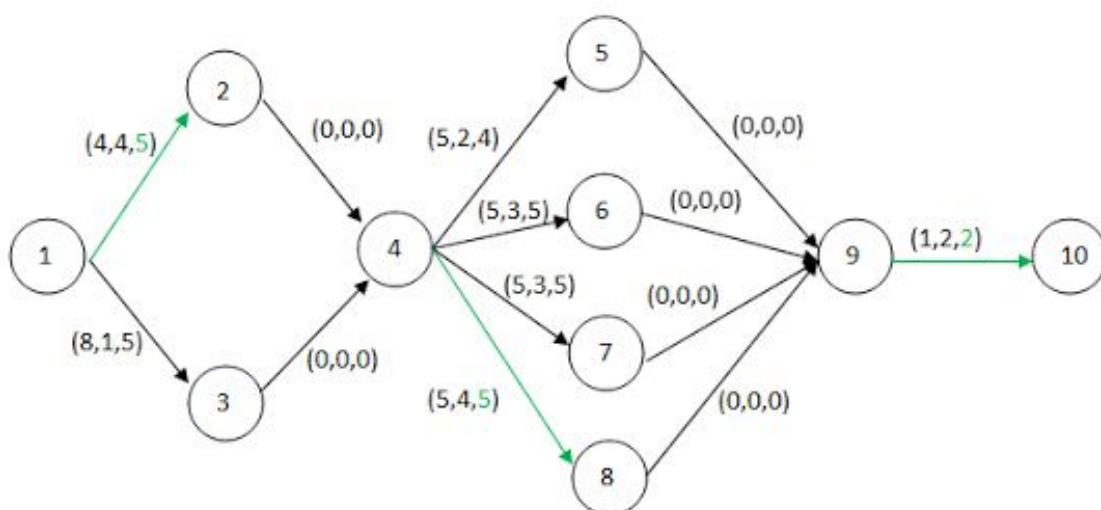
Inicialmente, el grafo es el siguiente:



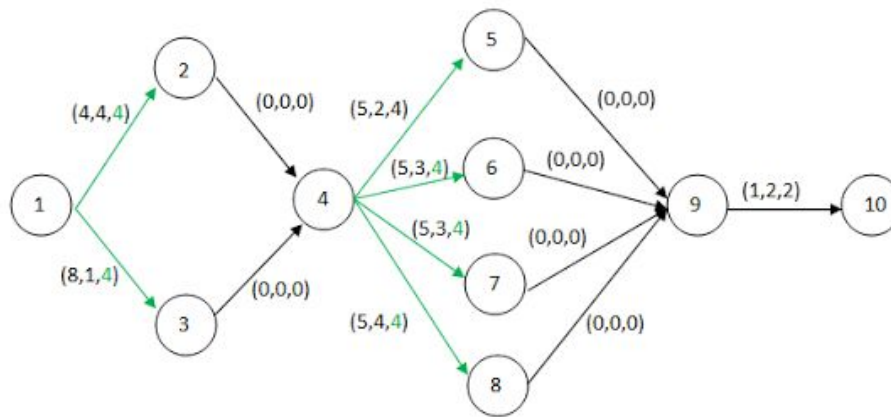
Igual que en ejemplo anterior, para alfas menores a 0.5 siempre es 0 porque prioriza los costes antes que el tiempo, mientras que como más cercana a 1 esté menos le importará gastar más si eso conlleva mejorar el tiempo final.

	$\alpha < 0.5$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \geq 0.9$
	5				5
1,2	0	0	2	2	3
1,3	0	0	0	0	1
4,5	0	0	0	0	0
4,6	0	0	0	0	1
4,7	0	0	0	0	1
4,8	0	0	0	5	6
9,10	0	1	1	1	1

Con alpha = 0.8 y 0.9 el modelo prioriza mejoras en sólo un camino de cada fase debido a que aún tiene en cuenta los costes de mejora:



Por último, con alpha más grande o igual a 0.95 la mejor optimización del tiempo sin tener en cuenta los costes es reducir todos los caminos al coste mínimo del más elevado:

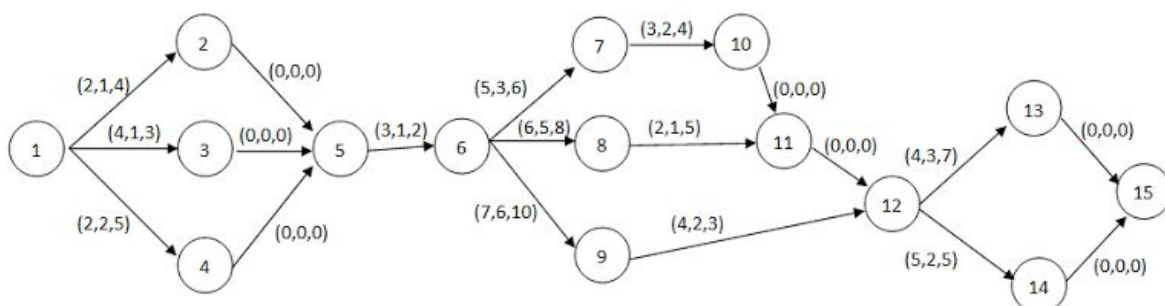


3.3. Servicio de cocina

En el tercer y último (**cpm-cocina.dat**) se ha aplicado el modelo en el servicio de cocina. Este ejemplo es el más complejo de todos porque no solo consta de tres fases, sino que la segunda tiene muchos eventos relacionados entre sí. Está dividida de la siguiente manera: se prepara la cocina, se reciben los pedidos y se cocina y al final del día se limpia la cocina.

Primero se organiza al personal mientras se prepara el material y se preparan los fogones. Cuando llega un pedido se empiezan a preparar el primer plato, segundo y postres a la vez. No obstante, para servir los postres antes se debe haber servido el segundo plato y antes que este el primero. Una vez se han sacado todas las comandas se limpia el material y la cocina.

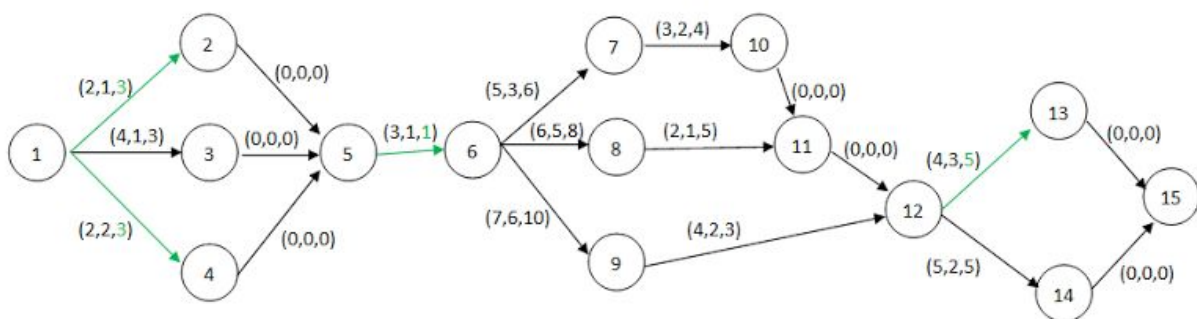
Inicialmente tenemos este grafo:



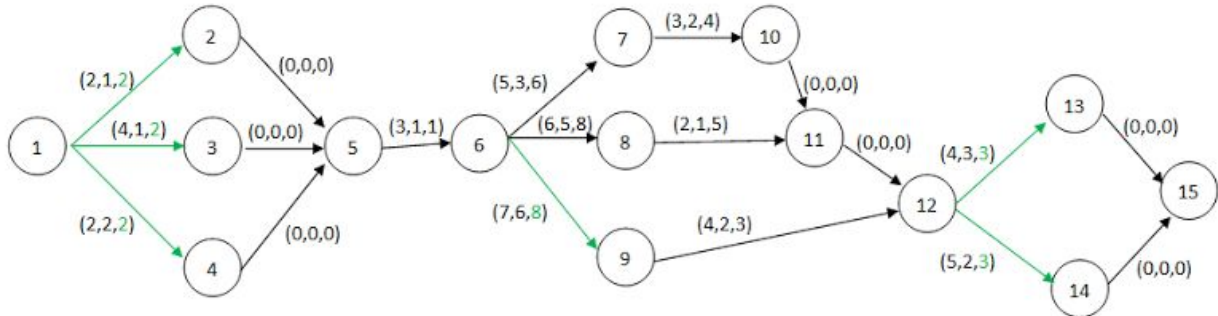
Igual que en ejemplo anterior, para alfas menores a 0.5 siempre es 0 porque prioriza los costes antes que el tiempo, mientras que como más cercana a 1 esté menos le importará gastar más si eso conlleva mejorar el tiempo final.

	$\alpha < 0.5$	$\alpha = 0.75$	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 0.9$	$\alpha \geq 0.95$
1,2	0	0	1	2	2
1,3	0	0	0	1	1
1,4	0	1	2	3	3
5,6	0	1	1	1	1
6,7	0	0	0	0	0
6,8	0	0	0	0	1
6,9	0	0	0	2	4
7,10	0	0	0	0	2
8,11	0	0	0	0	4
9,12	0	0	0	0	1
12,13	0	0	2	4	4
12,14	0	0	0	2	2

Con $\alpha = 0.75$ y 0.8 el modelo prioriza mejoras en sólo un camino de cada fase debido a que aún tiene en cuenta los costes de mejora:

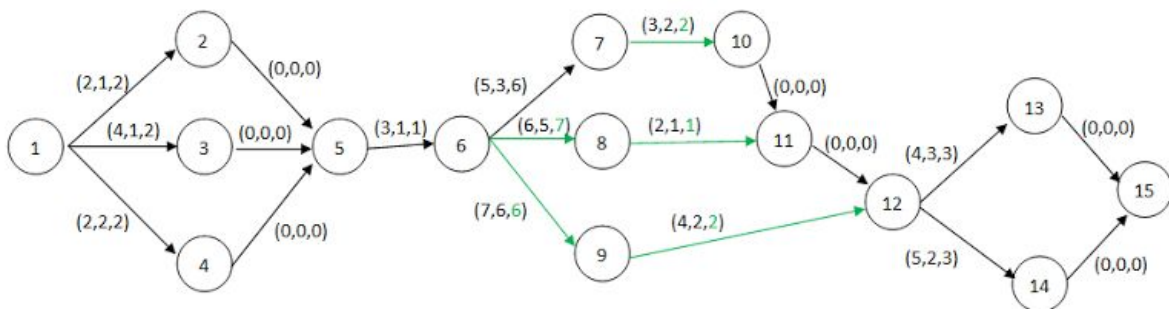


Con $\alpha = 0.9$ mejora toda la primera fase y la la tercera. Pero la segunda casi no se optimiza debido a que hay nodos relacionados y para reducir el tiempo se tiene que invertir una cantidad elevada de recursos en mejorar más de un nodo:



No es hasta que α es mayor o igual a 0.95, donde no se tiene tanto en cuenta el coste, que se invierte una cantidad muy elevada en mejorar toda la fase 2. Se mejoran primero los nodos 6 7 y 7 10 y a partir de aquí se van mejorando los 6 8 i 8 11 (dependen de 10 11) y finalmente 9 12 que depende de 11 12.

Además, a diferencia de los dos ejemplos anteriores, el mejor tiempo se consigue sin la necesidad de optimizar al máximo todos los nodos. Esto se debe a que como en la fase dos los nodos están relacionados, es indiferente mejorar al máximo el nodo 6 7 si el camino 6 9 - 9 12 tarda más.



4. Reportaje de los modelos

En la búsqueda de la frontera Pareto, siendo α el coeficiente de la función de la duración final del conjunto de actividades (camino crítico del modelo CPM), y $(1-\alpha)$ el coeficiente de la función de los costes de las mejoras en dicha duración, hemos observado que, mientras se le dé más importancia a reducir los costes de mejora que la duración de las actividades en sí ($\alpha < 0.5$), el solver encuentra como solución óptima el no mejorar ni una sola de las actividades.

A partir de aquí ($\alpha \geq 0.5$), primero se mejoran sólo aquellas actividades que forman parte del camino crítico, es decir, aquellas con mayor duración al resto de actividades paralelas, hasta igualar la duración de la rama de actividades con la segunda duración más larga. Llegados a este punto, seguir mejorando el modelo requiere reducir duraciones de tiempo en dos (o más) ramas distintas para mejorar el camino crítico, lo que dispara los costes (si sólo se reduce una, simplemente el camino crítico queda fijado a la otra rama); por tanto, no es hasta valores de α muy altos que observamos mejoras repartidas entre varias ramas paralelas.

5. Apéndice: cambios realizados durante la elaboración

Lo primero que hicimos fue buscar "papers" de estudios reales donde se haya aplicado el método CPM. Encontramos algunos de muy interesantes pero eran demasiado complicados a nivel teórico.

Por esa razón, en vez de buscar estudios reales buscamos artículos relacionados con el modelo CPM con el objetivo de encontrar algún ejemplo menos complejo. Nos topamos con un artículo de una cafetería que nos dio la idea de aplicar este método en un restaurante con servicio de barra, camareros y cocina.

Una vez teníamos la idea clara empezamos a hacer el .mod siguiendo el pdf que se nos proporcionó de CPM. Hicimos varias versiones de este hasta conseguir que funcionara. Después empezamos a hacer los .dat de ejemplos, en los que hicimos un par de versiones para cada uno, y el .run.

Cuando conseguimos que todo funcionase empezamos a redactar el trabajo e hicimos los grafos y tablas necesarias para plasmar los resultados de la optimización.

6. Uso solvente de los recursos de la información

6.1. Aplicaciones método CPM-PERT

El siguiente "case study" es un "paper" de un proyecto de agricultura. Establece un campo de uvas de 300 hectáreas situado en el "Agricultural Research Center of University of Zabol". Para conseguir uns bons resultats se usan los métodos CPM y PERT.

Enlace: [http://www.idosi.org/aejaes/jaes5\(3\)/3.pdf](http://www.idosi.org/aejaes/jaes5(3)/3.pdf)

En este proyecto se ha usado el método PERT que indica que el tiempo empleado se podría reducir 25 días. Para hacer esto se ha usado el método CPM para calcular el coste de dicha optimización. No obstante, usando el PERT se ha llegado a la conclusión que solo hay un 53% de probabilidades de terminar el proyecto si se hace la mejora.

Para la obtención de este "case study" se ha usado el buscador *Google* para encontrar la pàgina <http://www.idosi.org/> y a partir de aquí se ha usado el buscador interno.

6.2. Aplicaciones similares al trabajo con método CPM-PERT

El siguiente estudio fue el que cogimos como patrón y el que nos dió algunas ideas para realizar este trabajo.

La idea principal del artículo es usar los métodos CPM y PERT para optimizar el tiempo de empleo de los distintos pasos que se tienen que hacer para servir un café. Con los resultados del estudio se quiere enseñar a los empleados la importancia de hacer dichos pasos en cierto orden y tardando un tiempo determinado.

Enlace: <http://smallbusiness.chron.com/analysis-coffee-shop-uses-pertcpm-38064.html>

Gracias a usar estos métodos se consigue que los trabajadores trabajen juntos con ciertos roles asignados con el objetivo de completar trabajos largos. Ningún empleado completa una sola comanda de un cliente el solo. Cada uno se dedica en poner el máximo de esfuerzo en su tarea y es consciente que a veces se tiene que esperar a que otra se complete antes de hacer la suya.

6.3. Otras extensiones

En este artículo hace referencia a la modelización y simulación de la formación de un humano y tiene en cuenta algunos riesgos asociados con esta actividad. El objetivo principal de este es ofrecer soporte práctico a las organizaciones para que hagan un programa de recursos humanos de formación.

Enlace: http://www.managementgeneral.ro/pdf/2_2011_17.pdf

MODELO ESPACIO DE MERCADOS

1. Descripción del modelo implementado y del código

Diferencias entre el modelo básico y el implementado

Partiendo del código que `tresmes.mod` que se nos ha proporcionado, hemos añadido los parámetros `theta` objetivos de cada fábrica, los impuestos `M` sobre sigma positivo y las subvenciones `N` sobre sigma negativo; y 2 parámetros calculados, `thtotal` (que es la suma total entre todos los objetivos, para simplificar el código para el cálculo del flujo a través del nodo en AMPL) y `vi` (que es la diferencia entre los impuestos y subvenciones) para cada arco origen-objetivo.

Como los nodos objetivo y sus fábricas tienen una relación de arcos 1 a 1, hemos utilizado el mismo set `FACT` para la declaración de ambos, y limitando el número de subíndices a 1 (el de la fábrica); los arcos del set `ARC_FACT` son ahora el conjunto de los arcos de los sigmas entre el origen y los nodos de los objetivos. Hemos editado el resto del código para reflejar este cambio.

En la declaración de los nodos objetivo, además, hemos fijado el flujo con la restricción `net_out = theta[i]`, como requiere el modelo ampliado que incorpora los impuestos y las subvenciones.

Por último, hemos incorporado el sumatorio de subvenciones e impuestos por sus coeficientes a la función a minimizar.

2. Tipos de proyecto donde poder emplear el modelo

Este es un modelo utilizado para calcular el transporte de mercancías entre distintos orígenes y destinos. Hay nodos que se encargan de la producción de dicho producto y el objetivo es enviarlo de manera más óptima, teniendo en cuenta el precio del transporte, impuestos... a los nodos demanda.

Hay muchas áreas de aplicación de este modelo. La más habitual es el transporte de mercaderías entre distintas empresas. También hay muchos artículos que hace estudios del tráfico que hay en internet o estudios de mercados a nivel económico de un país.

3. Ejemplos de funcionamiento

Los ejemplos estudiados figuran en los archivos **TRESMES2.dat**, **TRESMES3.dat**, y **TRESMES4.dat**. Cada uno con un número de centros de producción y de mercados específico, con arcos de transporte de todos los centros de producción a todos los mercados.

4. Reportaje de los modelos

El cálculo del modelo ampliado con los cuadrados de los arcos de **s_i** y **fict** escapaban a las capacidades del “solver” **Gurobi**, por lo que hemos cambiado al **Minos**.

Se hace evidente que lo que determina qué fábrica proporciona el producto a los mercados que lo demandan viene marcado mayoritariamente por los precios del transporte entre dicha fábrica y los mercados, y los impuestos o subvenciones que recibe la fábrica.

Asimismo, los mercados que quedan cubiertos (por cualquier fábrica o fábricas), si se cubre la demanda, serán aquellos con los coeficientes **a** más altos (aquellos con los precios base más altos). Si no se cubre la demanda, es decir, si hay un “exceso de demanda” (falta de oferta), los mercados cubiertos serán aquellos que tengan los coeficientes **b** más altos (aquellos en los que los precios suban más en relación a la falta de producto).

5. Apéndice: cambios realizados durante la elaboración

Primero de todo buscamos información en <http://supernet.isenberg.umass.edu/> para ver proyectos reales y que temas abarcaban. Encontramos algunos de muy interesantes pero eran demasiados extensos y muy complejos.

Cuando tuvimos alguna idea empezamos a hacer el `.mod` usando como guía los documentos que se nos proporcionan. Hicimos un par de versiones hasta que conseguimos que funcionara juntamente con un `.dat`. Después programamos el `.run` y a continuación añadimos un par de juegos de pruebas más.

Una vez estaba todo en funcionamiento ampliamos los juegos de pruebas para poder hacer un ejemplo más extenso y complejo. Hicimos varias versiones de cada uno.

6. Uso solvente de los recursos de la información

6.1. Aplicaciones del método de espacio de mercados

En este proyecto se desarrolla un modelo que consiste en compradores y vendedores para maximizar sus beneficios obteniendo el valor óptimo en las transacciones de inversiones en ciberseguridad. Los compradores reflejan sus preferencias a través de funciones de precio de demanda que dependen del nivel medio de seguridad del marketplace.

Enlace: <http://supernet.isenberg.umass.edu/articles/Cybersecurity-Investments.pdf>

6.2. Aplicaciones similares al trabajo

El siguiente "case study" es un "paper" de un proyecto que tiene como objetivo la distribución sostenible de suministros entre ciudades sostenibles. Se desarrolla un nuevo modelo para diseñar una cadena de suministros (comida, ropa, automóviles, tecnología...) entre distintas ciudades que tiene en cuenta las necesidades de estas y la dimensión, de la que dependerá la cantidad de suministros que pueden enviar o recibir.

Enlace: <http://supernet.isenberg.umass.edu/articles/SustainableCities.pdf>

6.3. Otras extensiones

En este artículo se desarrolla un modelo económico que se centra en la calidad y precio del servicio a Internet usando la teoría de sistemas dinámicos. Tienen en cuenta una red de proveedores y consumidores con distintos niveles de calidad y precios. Dependiendo de la demanda que haya de los servicios y la composición de la red se ve reflejada en los precios o la calidad del servicio.

Enlace:

http://supernet.isenberg.umass.edu/articles/Dynamic-Network-Economic-Model-Internet_springer.pdf

Para realizar la búsqueda de estos artículos usamos la web:

<http://supernet.isenberg.umass.edu/>

Bibliografía

Idosi: [http://www.idosi.org/aejaes/jaes5\(3\)/3.pdf](http://www.idosi.org/aejaes/jaes5(3)/3.pdf)

Smallbusiness:

<http://smallbusiness.chron.com/analysis-coffee-shop-uses-pertcpm-38064.html>

Managementgeneral: http://www.managementgeneral.ro/pdf/2_2011_17.pdf

Supernet: <http://supernet.isenberg.umass.edu/articles/Cybersecurity-Investments.pdf>

Supernet:

http://supernet.isenberg.umass.edu/articles/Dynamic-Network-Economic-Model-Internet_springer.pdf

Supernet: <http://supernet.isenberg.umass.edu/articles/SustainableCities.pdf>

Ifors:

http://ifors.org/wiki/index.php?title=CPM,_PERT,_Primary_Elements_of_CPM,_Network_Representation

Ifors: http://ifors2014.upc.edu/program/call_for_papers

hkarms:

http://hkarms.org/ASUS_Server/myftp_web_resources/2005_Conference_Presentation/CPM_PERT_Sched_Risk_Anlys_Consttn.pdf

Investigación de operaciones: <http://www.investigaciondeoperaciones.net/cpm.html>

eoi:

<http://www.eoi.es/blogs/madeon/2013/04/14/metodo-de-ruta-critica-cpm-critical-path-method/>

Además también hemos usado toda la bibliografía que se nos ha proporcionado en la asignatura de Investigación Operativa a través del Racó.