****

**UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA**

**INFORME GRUPAL**

**ÁREA TÉCNICA**

**SISTEMAS INFORMÁTICOS Y COMPUTACIÓN**

**CÁLCULO DIFERENCIAL**

**POR:**

**Luis Quizhpe**

**Brandon Vega**

**Ian Ortega**

**Andrés Vallejo**

**PRIMER AVANCE DEL PROYECTO DEL SEGUNDO BIMESTRE**

**DOCENTE:**

**RODDY ANDRES CORREA TENESACA**

**Loja-Ecuador**

**UNIDAD 1**

Están formados por la unión del conjunto de los números racionales (positivos, negativos y el cero) e irracionales. Sirven para establecer exactitud. Se clasifican en:

1. **Racionales**
   1. Números enteros , que se clasifican en:
      1. Enteros positivos

0, 1, 2, 3 ….

* + 1. Enteros negativos

-1, -2, -3 ….

* + 1. Números naturales (No incluye el 0)

1, 2, 3 ….

* + 1. Enteros pares (divisibles para 2)

-4, -2, 10, 6, 4, -8

* + 1. Enteros impares (no son divisibles para 2)

-1, -3, 5, 7, 9, -11

* + 1. Números primos: número natural mayor que 1 que tiene únicamente dos divisores distintos: él mismo y el 1.

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29.

* 1. Fracciones comunes, como son:
     1. Fracciones propias: El *numerador* es **menor** al *denominador*
     2. Fracciones impropias: El *numerador* es **mayor** al *denominador*
     3. Fracciones iguales: El *numerador* es **igual** al *denominador*
  2. Decimales de tipo:
     1. Decimales exactos: El resultado del cociente es finito:
     2. Decimales periódicos: El resultado del cociente es infinito o repetitivo

1. **Irracionales:** No pueden ser expresados en forma de fracción.
   1. Algebraicos: Proviene de operaciones distintas a la fracción, por ejemplo:
   2. Trascendentales: Son representados por símbolos matemáticos.

**Prioridad de los Operadores**

Los problemas matemáticos son realizados considerando los operadores y se los realiza en el orden indicado en la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Prioridad** | **Operador** |
| **1** | Llaves |
| **2** | Corchetes |
| **3** | Paréntesis |
| **4** | Potencias y raíces |
| **5** | Multiplicación y división |
| **6** | Suma y resta |
| **7** | Operadores de comparación |
| **8** | Operadores de igualdad |
| **9** | Operadores lógicos: *if, and, or, else, then, until,* etc. |

**Ejemplo:**

Se realizó las operaciones dentro del paréntesis, en este caso el producto de dos números aplicando la ley de signos:

Se realizó operaciones aritméticas dentro del paréntesis:

Se aplicó la potenciación asignada a cada paréntesis:

Se realizó el producto a cada número entre paréntesis tomando en cuenta la ley de signos y eliminando los paréntesis:

Se realizó el producto del número entre corchetes, tomando en cuenta la ley de signos y eliminando los corchetes:

Se realizó la suma aritmética:

**UNIDAD 2**

**2.1 Función**

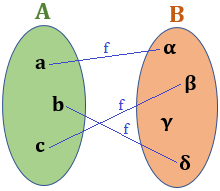
Una función es una relación entre dos conjuntos A y B, donde a cada elemento de A le corresponde un único elemento de B.  
El conjunto de todos los elementos de B relacionados con algún elemento de A se denomina rango, o conjunto imagen y a cada elemento del conjunto B le denominamos imagen de algún elemento del conjunto A.

**Notación usual:** *f*: A→B

**Donde**: y = f(x)

x es la variable independiente

y es la variable dependiente



**Dominio:** Es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente " x".

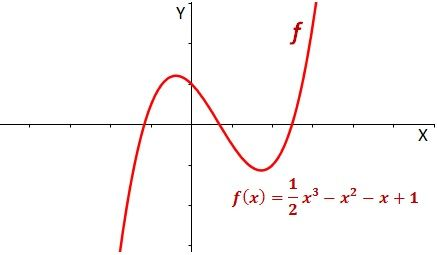
**Rango:** Es el conjunto de todos los valores que puede tomar una función, dependiendo de los valores de "x".

**2.2 Funciones Polinómicas**

Una función polinómica es aquella que tiene por expresión un polinomio. En general, suelen estudiarse según el grado del polinomio.

El dominio de las funciones polinómicas son todos los números reales.

Las funciones polinómicas son continuas en todo su dominio.



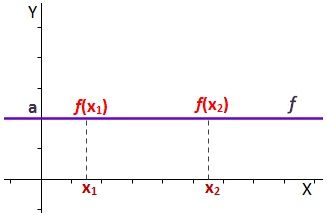
**2.2.1 Función Constante**

Una función constante f es una función tal que la variable dependiente y toma el mismo valor a para cualquier elemento del dominio (variable independiente x).

En términos matemáticos, la función f es constante si para cualquier par de puntos x1 y x2 del dominio tales que x1<x2, se cumple que f(x1) = f(x2).

La gráfica de una función constante es una recta paralela al eje de abscisas X.

También se puede definir una función constante a partir de la derivada. Una función f será constante si para todo punto x del dominio la derivada es nula, es decir f ’(x) = 0.



**2.2.2 Funciones de Primer Grado**

Son funciones que están compuestas por un escalar que multiplica a la variable independiente más una constante. Su mayor exponente es x elevado a 1.

Su representación gráfica es una recta de pendiente m.

La m es la pendiente y la n la ordenada, o punto en donde corta la recta f al eje de ordenadas. Según los valores de m y n existen tres tipos:

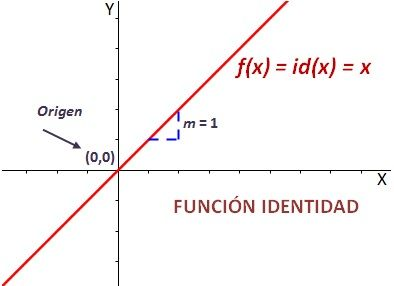
**2.2.2.1 Función identidad**

La identidad es una función lineal de pendiente m = 1 que pasa por el origen de coordenadas, es decir, por el punto (0,0). Divide el primer y el tercer cuadrante en partes iguales, o sea, es su bisectriz.

La pendiente es la inclinación con respecto al eje X (eje de abscisas). Al ser ésta positiva (m > 0), la función es creciente.

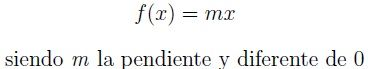
Que la pendiente de la función identidad sea m = 1 significa que, si aumentamos la x en una unidad, la y también aumenta en una unidad.

Formará un ángulo de 45° con cualquiera de los ejes.



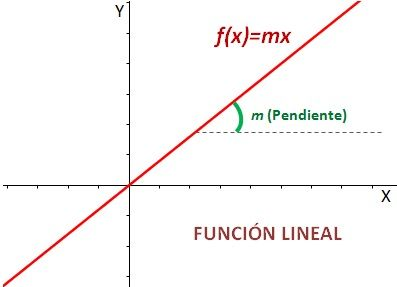
**2.2.2.2 Función Lineal**

Una función lineal es una función polinómica de grado 1 que pasa por el origen de coordenadas, es decir, por el punto (0,0). Son funciones rectas de la forma:



La m es la pendiente de la recta. La pendiente es la inclinación con respecto al eje X (eje de abscisas). Si m es positiva (m > 0), entonces la función es creciente. En cambio, si la m es negativa (m < 0), entonces la función es decreciente.

La pendiente m significa que, si aumentamos la x en una unidad, la y aumenta en m unidades. Si la m es positiva, según aumente la x la y también irá aumentando (función creciente). En cambio, si m es negativa, cuando aumenta la x la y disminuirá (función decreciente).



**2.2.2.3 Función Afín**

Una función afín es una función polinómica de primer grado que no pasa por el origen de coordenadas, o sea, por el punto (0,0).

Las funciones afines son rectas definidas por la siguiente fórmula:

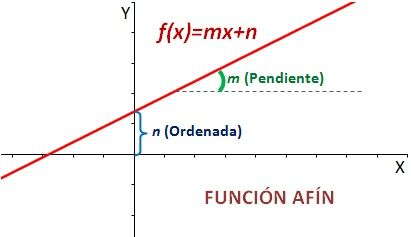
Expresión de una función afín.

**Donde:** m y n son diferentes de 0.

La m es la pendiente de la recta. La pendiente es la inclinación con respecto al eje de abscisas (eje X). Si m es positiva (m>0), entonces la función es creciente. En cambio, si la m es negativa (m<0), entonces la función es decreciente.

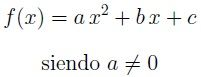
La pendiente m significa que, si aumentamos la x en una unidad, la y aumenta en m unidades. Si la m es positiva, conforme aumentemos la x la y también irá aumentando (función creciente). En cambio, si m es negativa, conforme se aumenta la x la y disminuirá (función decreciente).

La ordenada en el origen es la n, es decir, el punto donde la recta corta el eje de ordenadas. Las coordenadas de este punto son (0, n).



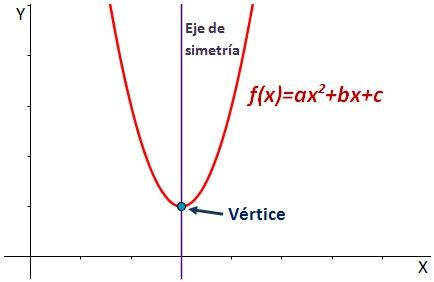
**2.2.3 Función Cuadrática**

Una función cuadrática (o función de segundo grado) es una función polinómica de grado 2, es decir, el mayor exponente del polinomio es x elevado a 2 (x2):



Existen dos elementos fundamentales en la parábola que definen como es esta:

1. El eje de simetría, que es una recta que parte la parábola en dos ramas iguales.
2. El vértice: es el punto de intersección de la parábola con el eje de simetría.

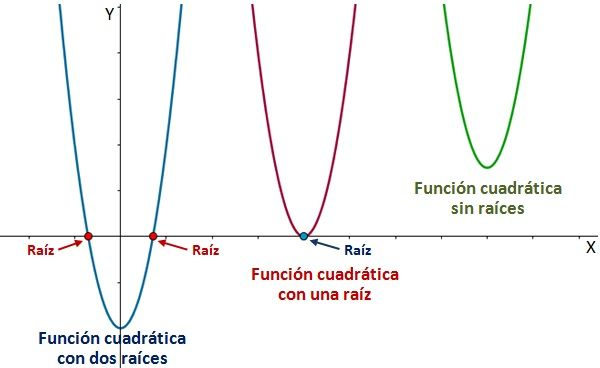


Si a > 0, la parábola se abre hacia arriba y el vértice es el mínimo de la función. En cambio, si a < 0, la parábola se abre hacia abajo y el vértice es el máximo de la función.

Cuanto mayor sea el valor absoluto de a, |a|, más juntas estarán las ramas de la parábola.

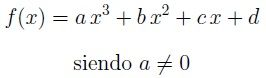


Una función cuadrática puede tener dos, una o ninguna raíz. Las raíces de una función son los elementos del dominio tal que su imagen es nula (f(x) = 0).

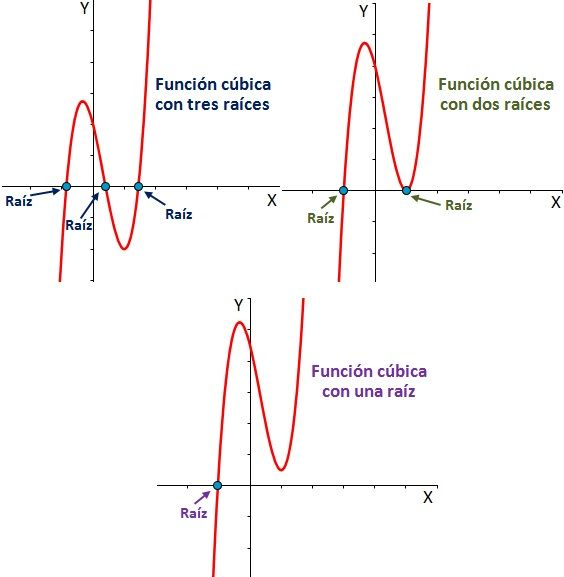


**2.2.4 Función Cubica**

Una función cúbica (o función de tercer grado) es una función polinómica de grado 3, es decir, que el mayor exponente del polinomio es x elevado a 3 (x3):



Una función cúbica puede tener tres, dos o una raíz. Las raíces de una función son los elementos del dominio tal que su imagen es nula (f(x) = 0).



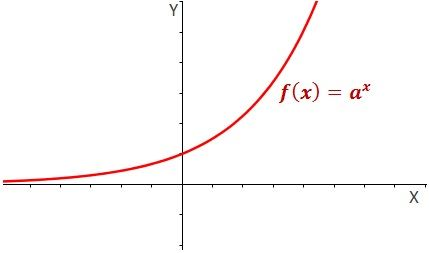
**2.3 Funciones Exponenciales**

Una función exponencial es aquella que la variable independiente x aparece en el exponente y tiene de base una constante a. Su expresión es:



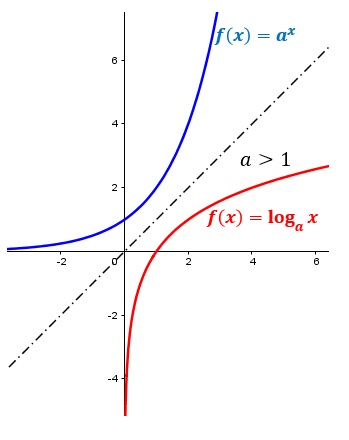
siendo a un real positivo, a > 0, y diferente de 1, a ≠ 1.

Cuando 0 < a < 1, entonces la función exponencial es una función decreciente y cuando a > 1, es una función creciente.

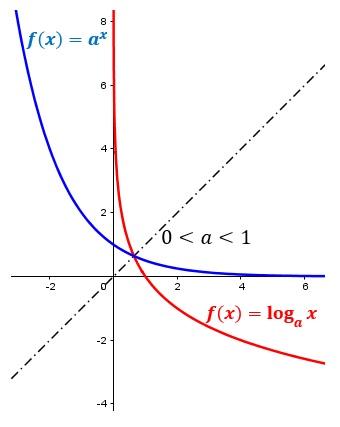


También se suele denotar la función como exponente (x).

La función exponencial puede considerarse como la inversa de la función logarítmica.



Y, cuando 0 < a < 1:



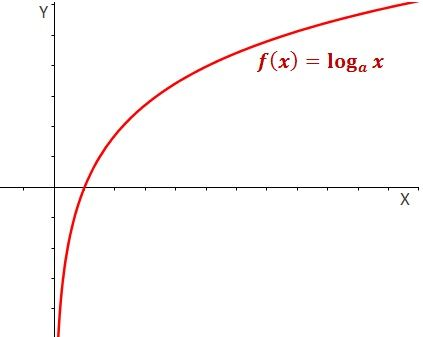
**2.4 Funciones Logarítmicas**

Una función logarítmica está formada por un logaritmo de base a, y es de la forma:

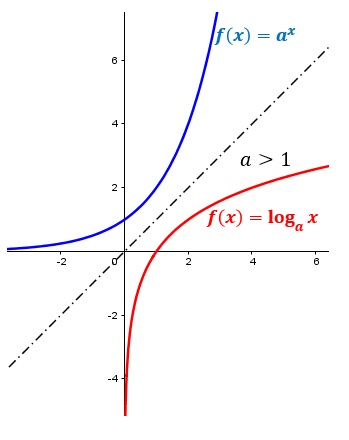


Siendo a un real positivo, a > 0, y diferente de 1, a ≠ 1.

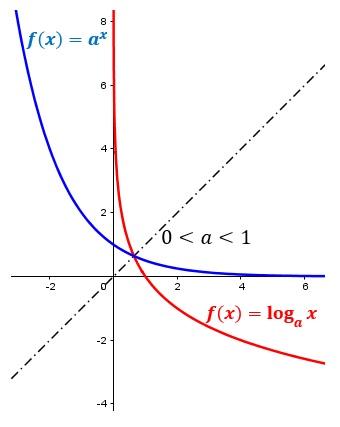
Cuando 0 < a < 1, entonces la función logarítmica es una función decreciente y cuando a > 1, entonces es una función creciente.



La función logarítmica es la inversa de la función exponencial.



Y, cuando 0 < a < 1:



**UNIDAD 3**

**LIMITES DE UNA FUNCION**

**Definición de límite de una función**

Sea *f* una función definida en todo número de algún intervalo abierto *I* que contiene a *a* excepto posiblemente en el número *a* mismo. El límite de *f*(*x*) cuando *x* se aproxima a *a* es *L*, lo cual se escribe como https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23918.gifhttps://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23919.gif, si para cualquier https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23920.gif, no importa que tan pequeña sea, existe una https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23921.gif tal que si https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23922.gif entonces https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23923.gif

Esta definición indica que los valores de *f*(*x*) se aproximan al límite *L* conforme *x* se aproxima al número *a*, si el valor absoluto de la diferencia https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23924.gif puede hacerse tan pequeña como de desee tomando *x* suficientemente cerca de *a* pero no igual a *a*.

En la definición no se menciona nada acerca del valor de *f*(*x*) cuando *x* = *a*; recordemos que la función no necesita estar definida en *a* para que https://www.monografias.com/trabajos59/limite-continuidad-funciones/Image23925.gifexista.

**Propiedades de los limites**

Las **propiedades de los límites** son operaciones que se pueden emplear para simplificar el cálculo del límite de una [función](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones/) más compleja. Al tratarse de operaciones, también se le denomina **álgebra de los límites**.

Sean *f(x)* y *g(x)* dos [funciones](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones/) definidas en un mismo intervalo en donde está el valor *a* del límite y *k* una constante.

* **Unicidad del límite**: cuando el límite existe, el límite es único.

Fórmula de la unicidad de un límite

* **Propiedad de la suma**: el límite de la suma es la suma de los límites.

Fórmula de la propiedad de la suma de los límites

* **Propiedad de la resta**: el límite de la resta es la resta de los límites.

Fórmula de la propiedad de la resta de los límites

* **Propiedad del producto**: el límite del producto es el producto de los límites.

Fórmula de la propiedad del producto de los límites

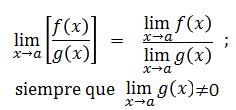
* **Propiedad de la función constante**: el límite de una [función constante](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funcion-constante/) es esta misma constante.

Fórmula de la función constante de los límites

* **Propiedad del factor constante**: en un límite de una constante multiplicada por una función se puede sacar la constante del límite sin que se afecte el resultado.

Fórmula de la propiedad del factor constante de los límites

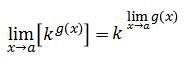
* **Propiedad del cociente**: el límite de un cociente de dos funciones es el cociente de los límites de las mismas.



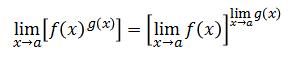
* **Propiedad de la función potencial**: el límite de una función potencial es la potencia del límite de la base elevado al exponente:

Fórmula de la propiedad de una función potencial de los límites

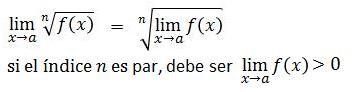
* **Propiedad de la función exponencial**: el límite de una función exponencial es la potencia de la base elevada al límite de la función exponente:



* **Propiedad de la función potencial exponencial**: el límite de una función potencial exponencial, es la potencia de los límites de las dos funciones:



* **Propiedad de la raíz**: el límite de una raíz, es la raíz del límite:



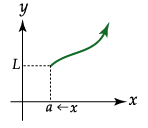
* **Propiedad de la función logarítmica**: El límite del logaritmo es el logaritmo del límite.

Fórmula de la propiedad de una función logarítmica de los límites

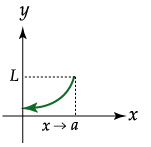
**Definición de limites laterales o unilaterales**

* **Definición de limite por la derecha:**

Se dice que $\displaystyle {\lim_{x \rightarrow{a^{+}}}{f(x)}=L}$ si y solo si para cada $\varepsilon >0$ existe ![$\delta
>0$](data:image/gif;base64,R0lGODlhIQAYALMAAAAAAKioqJycnJCQkISEhHh4eGxsbGBgYFRUVEhISDw8PDAwMCQkJBgYGAwMDLOzsyH5BAEAAA8ALAAAAAAhABgAQAR78MlJq70XIQmwDEdiOVPnnSjmECnGBE9StM8B03h+Dk1y66eCYlMRHBACjIBRoqwemgsIiWnACiKgdsvtemlWAzHHcxguBWtF87sMFpKBYj0QkKSapMX04D8cSQENHgF5FnAPAoMTBA0AC22JbCcHAAA+X5mam5ydnigRADs=)tal que si $0<x-a<\delta$entonces $\vert f(x)-L\vert<\varepsilon \;\; L$es el límite por la derecha de $f(x)$en “*a*”



* **Definición de limite por la izquierda:**

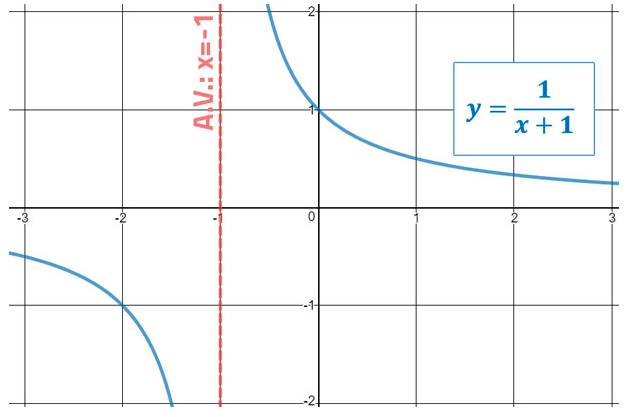
Se dice que $\displaystyle {\lim_{x \rightarrow{a^{-}}}{f(x)}=R}$ si y solo si para cada $\varepsilon >0$ existe ![$\delta
>0$](data:image/gif;base64,R0lGODlhIQAYALMAAAAAAKioqJycnJCQkISEhHh4eGxsbGBgYFRUVEhISDw8PDAwMCQkJBgYGAwMDLOzsyH5BAEAAA8ALAAAAAAhABgAQAR78MlJq70XIQmwDEdiOVPnnSjmECnGBE9StM8B03h+Dk1y66eCYlMRHBACjIBRoqwemgsIiWnACiKgdsvtemlWAzHHcxguBWtF87sMFpKBYj0QkKSapMX04D8cSQENHgF5FnAPAoMTBA0AC22JbCcHAAA+X5mam5ydnigRADs=) tal que si$0<a-x<\delta$ entonces  es el límite por la izquierda de $f(x)$en "a"

**Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas**

#### **Asíntotas Verticales (A.V.)**

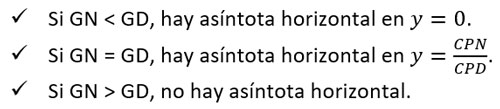
Para encontrar las asíntotas verticales,**igualamos el denominador a cero**, y encontramos las soluciones o ceros.  En el video que viene líneas abajo, veremos a detalle como encontrar las asíntotas verticales.

Aquí viene la gráfica de una función con asíntota vertical.



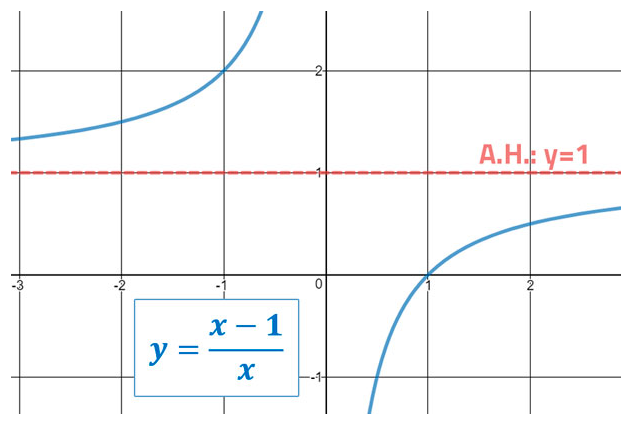
#### **Asíntotas Horizontales (A.H.)**

Para encontrar las asíntotas horizontales, necesitamos comparar el grado del numerador(GN) y con el grado del denominador (GD).

[](https://matemovil.com/wp-content/uploads/2017/11/funci%C3%B3n-racional-as%C3%ADntotas-horizontales.jpg)

Donde, CPN es el coeficiente principal del numerador; y CPD es el coeficiente principal del denominador.

Aquí viene la gráfica de una función con asíntota horizontal.

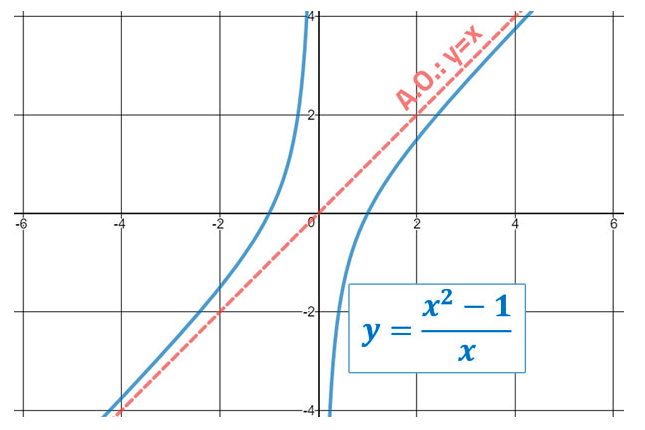


#### **Asíntotas Oblicuas (A.O.)**

Solo hay asíntota oblicua o diagonal, si es que **no hay asíntotas horizontales y  GN – GD = 1.**

La **asíntota oblicua** es el cociente de la**división entre P(x) y Q(x).**

Veamos la gráfica de una función con asíntota oblicua:



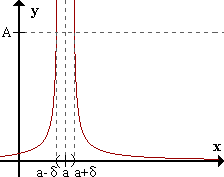
**Limites infinitos y asíntotas verticales**

**Caso 1:**

limx->af(x) = +inf <=> para todo A > 0 existe δ > 0 / para todo x perteneciente al E\*a,δ f(x) > A.

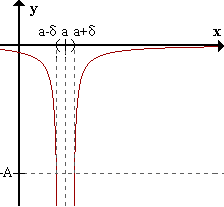
El límite de f(x) cuando x->a es infinito positivo, si para cualquier número positivo A (tan grande como se quiera), podemos encontrar un número δ tal que, para todos los x dentro del entorno reducido de a de radio δ se cumple que f(x) es mayor que A.

En otras palabras, si para cualquier número positivo A que consideremos, existe un entorno reducido de a donde la función vale más que A, quiere decir que f(x) puede hacerse mayor que cualquier número, con tal de que x se acerque lo suficiente a a. Por eso se dice que el límite de f(x) cuando x tiende a a es +inf.



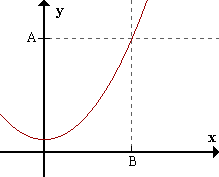
**Caso 2:**

limx->af(x) = -inf <=> para todo A > 0 existe δ > 0 / para todo x perteneciente al E\*a,δ f(x) < -A.



**Caso 3:**

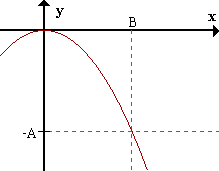
limx->+inff(x) = +inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x > B f(x) > A.



Para cualquier número positivo A (por grande que sea), es posible encontrar un número positivo B tal que para todos los x mayores que B, f(x) es mayor que A. Es decir que f(x) puede ser mayor que cualquier número, si x es lo suficientemente grande.

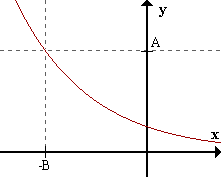
**Caso 4:**

limx->+inff(x) = -inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x > B f(x) < -A.



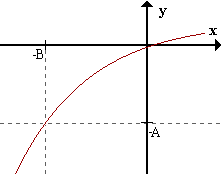
**Caso 5:**

limx->-inff(x) = +inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x < -B f(x) > A.



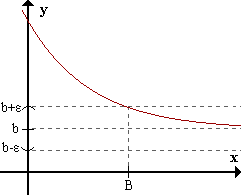
**Caso 6:**

limx->-inff(x) = -inf <=> para todo A > 0 existe B > 0 / para todo x < -B f(x) < -A.



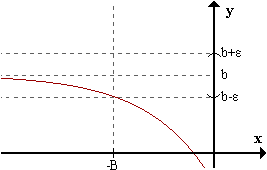
**Caso 7:**

limx->+inff(x) = b <=> para todo ε > 0 existe B > 0 / para todo x > B f(x) pertenece al Eb,ε.



**Caso 8:**

limx->-inff(x) = b <=> para todo ε > 0 existe B > 0 / para todo x < -B f(x) pertenece al Eb,ε.



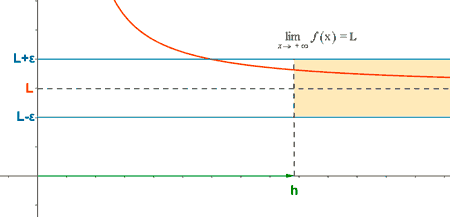
**Límites al infinito y asíntotas horizontales**

El límite de una función   f(x)   cuando   x   tiende a   + ∞ ,  es un número real   L   cuando para valores muy grandes de   x   los valores de la función se aproximan al número   L .

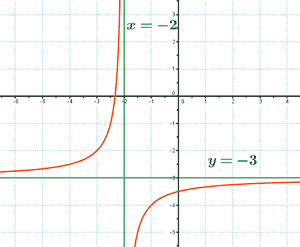
De manera más precisa, diremos que la función   f(x)   tiene por límite   L   cuando   x → +∞   y lo representamos por:

definicion limite

si dado un   ε > 0   existe un   h   tal que si   x > h   entonces   | f(x) - L | < ε .



La función   f   tiene una asíntota horizontal en  y = L .



**UNIDAD 4**

**4.1 Definición de Derivada**

En una función, límite hacia el cual tiende la razón entre el incremento de la función y el correspondiente a la variable cuando el incremento tiende a cero.

**4.2 Reglas básicas de la derivación**

1. Constantes- En este caso todas las derivadas de una constante son iguales a cero.

2. Función identidad- f(x)=x entonces f'(x)=1

3. Regla de las potencias- Si se tiene un término que esta elevado a una potencia en una función

4. Regla del factor constante-

1.Se deriva la x con la regla de las potencias.

2.Se multiplica el resultado por la constante (el número normal)

5. Regla de la suma- Se deriva con las reglas anteriores a cada término de la función.

6. Regla de la diferencia- Se realizan los mismos pasos que en la regla de la suma igual pero restando.

7. Regla del producto.

1.Identificar las dos funciones.

2.Multiplicar la primera (u) por la derivada de la segunda (v), y se suma el producto de la segunda por la derivada de la primera. Formula: f ‘(x)=uv’+vu’

8. Regla de la derivada del cociente.

1.Identificar las dos funciones u y v.

2.Multiplicar la derivada de la primera (u) por la segunda (v), y se resta el producto de la primera por la derivada de la segunda.

3. Dividir todo entre la segunda al cuadrado. Formula: f ’(x)=(vu’-v’u)/v^2

**Regla de la función constante**

La derivada del producto de una constante por una función es igual al producto de la constante por la derivada de la función.

**Regla de la función constante**

La derivada de una constante por una función es igual a la constante por la derivada de la función.

**Regla de la función identidad**

En **matemáticas** una **función identidad** es una **función matemática**, de un conjunto M a sí mismo, que devuelve su propio argumento. Su gráfica es la bisectriz del primer y tercer cuadrante. Por tanto, la recta forma con la parte positiva del eje de abscisas un ángulo de 45º y tiene de pendiente: m = 1

**4.6 Regla de las potencias**

En el cálculo, la regla de la potencia se utiliza para derivar las funciones de la forma, siempre que sea un número real.

**Regla de la suma y la diferencia de funciones:**

La derivada de la suma de 2 funciones es igual a la suma de las derivadas de dichas funciones, de la misma manera para la derivada de la diferencia de 2 funciones y se representa mediante la fórmula:

Ejemplos:

**Regla del producto:**

La derivada de un producto de dos funciones es equivalente a la suma entre el producto de la primera función sin derivar y la derivada de la segunda función y el producto de la derivada de la primera función por la segunda función, se representa por la siguiente formula:

Ejemplos:

**Regla de la división:**

La derivada del cociente de dos funciones es igual a la derivada del numerador por el denominador menos la derivada del denominador por el numerador, divididas por el cuadrado del denominador, se representa mediante la siguiente fórmula:

Ejemplos:

**Regla de la función de la raíz cuadrada:**

La derivada de la raíz enésima de una función es igual a la derivada del radicando partida por la n veces la raíz enésima de la función radicando elevada a n menos uno, se representa por la fórmula:

De esta forma la derivada de una raíz cuadrada se representa por:

Ejemplo:

**Regla de la cadena:**

La regla de la cadena sirve para calcular la derivada de una función f(x) por una función g(x), se representa mediante la fórmula:

Ejemplo:

**Aplicaciones de las derivadas:**

* Con las derivadas podemos encontrar el máximo y el mínimo en la gráfica de la función.
* Se puede encontrar la tasa de variación. En física si se deriva la función de la gráfica que describe un movimiento se puede obtener la fórmula para la velocidad instantánea del objeto.
* Se aplican en el método de Newton que sirve para rastrear la raíz de una ecuación.

**BIBLIOGRAFÍA**

* http://fcasua.contad.unam.mx/apuntes/interiores/docs/98/1/mate\_bas.pdf