

## Tutorial Fiskom 1

### Integrasi Numerik

#### Soal

Hitung

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

Dengan menggunakan metode:

1. Trapesium komposit
2. Titik tengah
3. Simpson 1/3 komposit

Hitung error untuk masing-masing metode dengan jumlah selang  $n = 4$

#### Penyelesaian

perhitungan secara analitik

$$I = \frac{1}{3} \approx 0.33333333333333...$$

1. Metode trapezium komposit

Persamaan umum

$$I = \frac{h}{2} \left( f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right)$$

Dengan  $h = \frac{b-a}{n}$ ,  $h$  adalah panjang tiap selang,  $a$  adalah batas bawah,  $b$  adalah batas atas, dan  $n$  adalah jumlah selang.

$$h = \frac{1-0}{4} \approx 0.25$$

$$f(0) = 0^2 \approx 0$$

$$f(1) = 1^2 \approx 1$$

$$x_1 = 0 + 0.25 \approx 0.25$$

$$x_2 = x_1 + 0.25 \approx 0.5$$

$$x_3 = x_2 + 0.25 \approx 0.75$$

$$\sum_{i=1}^{4-1} f(x_i) = f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)$$

$$= 0.25^2 + 0.5^2 + 0.75^2$$

$$= 1.0625$$

$$I = \frac{0.25}{2} (0 + 2(1.0625) + 1)$$

$$= 0.34375$$

$$error = \left| \frac{0.33333 - 0.34375}{0.33333} \right| \times 100\%$$

$$= 3.1250000000000053 \%$$

## 2. Metode titik tengah

Persamaan umum

$$I = h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

$$x_i = \left( a + \frac{h}{2} \right) + ih$$

Penyelesaian adalah sebagai berikut

$$h = \frac{1 - 0}{4} \approx 0.25$$

$$\bullet \quad x_0 = \left( 0 + \frac{0.25}{2} \right) + 0(0.25) = 0.125$$

$$f(x_0) = 0.125^2 = 0.015625$$

$$\bullet \quad x_1 = \left( 0 + \frac{0.25}{2} \right) + 1(0.25) = 0.375$$

$$f(x_1) = 0.375^2 = 0.140625$$

$$\bullet \quad x_2 = \left( 0 + \frac{0.25}{2} \right) + 2(0.25) = 0.625$$

$$f(x_2) = 0.625^2 = 0.390625$$

- $$x_3 = \left(0 + \frac{0.25}{2}\right) + 3(0.25) = 0.875$$

$$f(x_3) = 0.875^2 = 0.765625$$

$$I = 0.25(f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3))$$

$$= 0.25(0.015625 + 0.140625 + 0.390625 + 0.765625)$$

$$= 0.328125$$

$$error = \left| \frac{0.33333 - 0.328125}{0.33333} \right| \times 100\%$$

$$= 1.562499999999944 \%$$

### 3. Metode simpson 1/3 komposit

Persamaan umum

$$I = \frac{h}{3} \left( f(a) + 4 \sum_{i=1,3,5,\dots}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{i=2,4,6,\dots}^{n-2} f(x_i) + f(b) \right)$$

Dengan suku  $4 \sum_{i=1,3,5,\dots}^{n-1} f(x_i)$  adalah untuk nilai  $i$  ganjil dan suku  $2 \sum_{i=2,4,6,\dots}^{n-2} f(x_i)$  adalah untuk nilai  $i$  genap

$$h = \frac{1 - 0}{4} \approx 0.25$$

$$f(0) = 0^2 \approx 0$$

$$f(1) = 1^2 \approx 1$$

- Ganjil

$$f(x_1) = 0.25^2 \approx 0.0625$$

$$f(x_3) = 0.75^2 \approx 0.5625$$

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^{4-1} f(x_i) = 0.0625 + 0.5625$$

$$= 0.625$$

- Genap

$$f(x_2) = 0.5^2 \approx 0.25$$

$$\sum_{i=2,4,6,\dots}^{n-2} f(x_i) = 0.25$$

$$I = \frac{0.25}{3} (0 + 4(0.625) + 2(0.25) + 1)$$

$$= 0.33333$$

$$error = \left| \frac{0.33333 - 0.33333}{0.33333} \right| \times 100\%$$

$$= 0.0 \%$$