Наблюдетели для систем с неопределенностью при наличии неидеальностей в релейных элементах

Высоцкий Алексей Олегович[1], **Фомичев Василий Владимирович**[2]
[1] Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: vysotskiial@gmail.com
[2] Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fomichev@cs.msu.ru

При решении задач управления для систем с неопределенностью зачастую используются элементы переключения в обратной связи. Исследованию свойств систем управления при неидеальности реле посвящены работы [1, 2].

В данной работе рассматривается задача построения наблюдателя для систем вида

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B'\xi \\ y = Cx \end{cases}, \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – неизвестный фазовый вектор системы, $u \in \mathbb{R}^1$ – известный вход (управление), $y \in \mathbb{R}^1$ – измеряемый выход, $\xi \in \mathbb{R}^1$ – неизвестный вход (возмущение); A, B, B' и C – постоянные известные матрицы соответствующих размерностей.

В работе [3] было показано, что в случае, если система (1) обладает устойчивой нулевой динамикой, находится в общем положении и имеет относительный порядок $r > 1$, а неизвестное входное воздействие ограничено, то исходную задачу можно свести к задаче выбора коэффициента μ, такого что система

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - sgn(y+\delta)\sqrt{|y+\delta|} \\ \dot{e}_2 = -\mu sgn(y+\delta) + \xi \\ y = e_1, \end{cases} \tag{2}$$

где $\delta(t)$ – неизвестная погрешность измерения выхода y, такая что $\delta(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$, ξ – неизвестное входное воздействие, $|\xi| \leqslant \xi_0$, сходится к началу координат при $t \to \infty$.

Для системы (2) было доказано, что для любого ξ_0 существует такое значение параметра μ, что траектория системы сходится к нулю. Более того, для случая, когда δ – ограниченный сигнал, $|\delta| \leqslant \Delta = const$ было показано, что траектория системы сходится в окрестность нуля с диаметром $F(\Delta)$, при этом $F(\Delta) \to 0$ при $\Delta \to 0$. Конкретнее,

$$\begin{aligned} &|e_2| \leqslant max((\frac{1}{\sqrt{\nu}-1}(C_1\Delta + C_2\Delta^2)(\mu+\xi_0))^{\frac{1}{2}}; \sqrt{\Delta}) = e_{2,max}(\Delta), \\ &|\varepsilon_1| \leqslant \varepsilon_{2,max}(\Delta) + \Delta, \end{aligned} \tag{3}$$

Оценка (3) была получена в предположении что реле в системе (2) идеальны. Исследованию случая неидеальности реле и посвящена эта работа.

Зона нечувствительности Пусть вместо идеальных реле в системе (2) имеются реле следующего вида

$$sgn_{ins}(x) = \begin{cases} 1,\ x > \Delta_{ins}, \\ -1,\ x < -\Delta_{ins}, \\ 0,\ |x| \leqslant \Delta_{ins} \end{cases}, \tag{4}$$

Утверждение 1. *В случае наличия неидеальности вида* (4) *в системе* (2) *траектория системы будет сходится в область, размер которой не превышает* $F(\Delta + \Delta_{ins})$

Гистерезис Пусть теперь вместо идеальных реле в системе (2) с неидеальностью типа гистерезис, то есть:

$$sgn_h(x(t)) = \begin{cases} 1,\ x > \Delta_h, \\ -1,\ x < -\Delta_h, \\ sgn(x(\tau(t))),\ |x| \leqslant \Delta_h \end{cases}, \tag{5}$$

где $\tau(t) = \sup\{\tau \leqslant t : |x(\tau)| = 1\}$.

Утверждение 2. *В случае наличия неидеальности вида* (5) *в системе* (2) *траектория системы будет сходится в область, размер которой не превышает* $F(\Delta + \Delta_h + \varepsilon)$, *где* $\varepsilon > 0$ *– любое, сколь угодно малое число.*

Задержка Рассмотрим теперь систему (2) при наличии задержки в элементах переключения, т.е.

$$sgn_\tau(x(t)) = sgn(x(t-\tau)) \tag{6}$$

Утверждение 3. *В случае наличия неидеальности вида* (6) *в системе* (2) *в установившемся режиме будет справедливо неравенство*

$$e_2^* \geqslant \frac{\tau\sqrt{\nu}(\mu-\xi)}{1-\sqrt{\nu}},$$

где e_2^* *– координаты пересечения траекторией системы оси* $e_1 = 0$.

Список литературы

[1] Кочетов С. А., Уткин В. А. Инвариантность в системах с неидеальными релейными элементами //УБС. 2009. Т. 27, С. 117–168.

[2] Levant A. Chattering analysis // IEEE Transactions On Automatic Control. 2010. Vol. 55, pp. 1380–1389.

[3] Высоцкий А. О., Фомичев В. В. Алгоритм построения каскадного асимптотического наблюдетеля для системы с максимальным относительным порядком // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55, С. 567–573.