Наблюдатели для систем с неопределенностью при наличии неидеальностей в релейных элементах.

Высоцкий Алексей Олегович
Фомичев Василий Владимирович

МГУ имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления

8 апреля 2022 г.

Постановка задачи

Пусть задана система

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B'\xi \\ y = Cx, \end{cases} \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – неизвестный фазовый вектор, $u \in \mathbb{R}$ – известный вход (управление), $\xi \in \mathbb{R}$ – неизвестный вход (возмущение), $y \in \mathbb{R}$ – измеряемый выход системы, стационарные матрицы A, B, B' и C – известные. Требуется по известной информации об управлении $u(t)$, выходе $y(t)$ и параметрах системы построить асимптотическую (при $t \to +\infty$) оценку фазового вектора.

Основные предположения

Предположение 1

Система (4) находится в общем положении.

Предположение 2

Относительный порядок системы равен $r > 1$.

Предположение 3

Инвариантные нули системы устойчивы (т.е. $Re(s^*) < 0$*, где* s^* *– инвариантный ноль системы).*

Предположение 4

Неизвестный вход (помеха) кусочно-непрерывен и равномерно ограничен, причем известна его мажоранта, т.е. $|\xi(t)| \leq \xi_0$.

Преобразованная система

Можно показать, что при выполнении этих предположений исходную задачу можно свести к задаче наблюдения для системы

$$
\begin{cases}
\dot{\varepsilon} = \tilde{A}\varepsilon + b_0\xi \\
\tilde{y} = \varepsilon_1,
\end{cases}
\tag{2}
$$

где

$$
\tilde{A} = \begin{pmatrix} -l_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -l_{r-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -l_r & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, b_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},
$$

коэффициенты l_i таковы, что матрица $\tilde{A}$ – гурвицева.

Вид наблюдателя

Для восстановления же вектора состояния системы (2) предлагалось использовать каскад систем вида

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\varepsilon}}_i = -l_i\tilde{y} + \bar{\varepsilon}_{i+1} + sgn(\bar{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_i)|\bar{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_i|^{\frac{1}{2}} \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_{i+1} = -l_{i+1}\tilde{y} + \mu_i sgn(\bar{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_i), \end{cases} , i = 1, \ldots, r-1 \qquad (3)$$

где $\bar{\varepsilon}_i(t)$ – оценка сигнала $\varepsilon_i(t)$, построенная на предыдущем шаге; $\bar{\varepsilon}_{i+1}(t)$ – оценка сигнала $\varepsilon_{i+1}(t)$, вырабатываемая наблюдателем (3) на текущем шаге. В качестве оценки $\bar{\varepsilon}_1$ используется выход $\tilde{y}$ системы (2).

Система в отклонениях

При таком способе построения наблюдателя система в отклонениях для каждой из систем каскада (3) будет иметь вид

$$\begin{cases} \dot{e}_i = e_{i+1} - sgn(e_i + \delta)\sqrt{|e_i + \delta|} \\ \dot{e}_{i+1} = -\mu_i sgn(e_1 + \delta) + \xi_i \end{cases}, \qquad (4)$$

где $\delta = \bar{\varepsilon}_i - \varepsilon_i$.

Было доказано, что если $|\delta| \leq \Delta = const$, то траектория системы (4) сходится в область, размеры которой не превышают $F(\Delta)$, конкретнее

$$|e_2| \leq max((\frac{1}{\sqrt{\nu} - 1}(C_1\Delta + C_2\Delta^2)(\mu + \xi_0))^{\frac{1}{2}}; \sqrt{\Delta}) = F_2(\Delta),$$

$$|e_1| \leq F_2(\Delta) + \Delta = F_1(\Delta),$$

Зона нечувствительности

Пусть вместо идеальных реле в системе (4) имеются реле следующего вида

$$sgn_{ins}(x) = \begin{cases} 1,\ x > \Delta_{ins}, \\ -1,\ x < -\Delta_{ins}, \\ 0,\ |x| \leq \Delta_{ins} \end{cases}, \tag{5}$$

Утверждение 1

В случае наличия неидеальности вида (5) в системе (4) траектория системы будет сходится в область, размер которой не превышает $F(\Delta + \Delta_{ins})$

Гистерезис

Пусть вместо идеальных реле в системе (4) имеются реле с неидеальностью типа гистерезис, то есть:

$$sgn_h(x(t)) = \begin{cases} 1,\ x > \Delta_h, \\ -1,\ x < -\Delta_h, \\ sgn(x(\tau(t))),\ |x| \leq \Delta_h \end{cases}, \qquad (6)$$

где $\tau(t) = \sup\{\tau \leq t : |x(\tau)| = 1\}$.

Утверждение 2

В случае наличия неидеальности вида (6) в системе (4) траектория системы будет сходится в область, размер которой не превышает $F(\Delta + \Delta_h + \varepsilon)$, где $\varepsilon > 0$ – любое, сколь угодно малое число.

Задержка

Пусть в системе (4) имеется задержка в элементах переключения, т.е.

$$sgn_\tau(x(t)) = sgn(x(t-\tau)) \tag{7}$$

Утверждение 3

В случае наличия неидеальности вида (7) в системе (4) в установившемся режиме будет справедливо неравенство

$$e_2^* \geq \frac{\tau\sqrt{\nu}(\mu-\xi)}{1-\sqrt{\nu}},$$

где e_2^* *– координаты пересечения траекторией системы оси* $e_1 = 0$*.*