



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ (ИУ6)

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ: 09.03.01 Информатика и Вычислительная техника

О т ч е т
по домашней работе 3

Дисциплина: электротехника

Вариант №15

Студент гр. ИУ6-33Б

(Подпись, дата)

Залыгин В.К.

(И.О. Фамилия)

Преподаватель

(Подпись, дата)

Скворцов С.П.

(И.О. Фамилия)

Москва, 2023,

Задание

Для заданной схемы (см. свой вариант схемы и номиналы элементов согласно заданию к ДЗ2):

1. Составить дифференциальное уравнение и построить зависимость выходного напряжения от времени при подаче на вход схемы напряжения в виде симметричного знакоположительного меандра с амплитудой 1 В и с частотой $2 \cdot 10^3$ рад/с (см. ДЗ2) для трех периодов входного напряжения (6 коммутаций) при условии, что при $t < 0$ на схему сигнал не подавался.

Должны быть представлены вывод дифференциального уравнения для выходного напряжения или для тока, граничные условия для каждого интервала времени, формулы для выходного напряжения на каждом полупериоде входного сигнала и графики входного и выходного напряжения в одной системе координат.

2. Методом интеграла Дюамеля с использованием импульсной характеристики рассчитать и построить зависимость выходного напряжения от времени при подаче на вход схемы трех периодов сигнала, описанного в п.1. Должны быть представлены вывод формулы выходного напряжения и графики входного и выходного напряжения в одной системе координат.
3. Методом интеграла Дюамеля с использованием переходной характеристики рассчитать и построить зависимость выходного напряжения от времени при подаче на вход схемы трех периодов сигнала, описанного в п.1. Должны быть представлены вывод формулы выходного напряжения и графики входного и выходного напряжения в одной системе координат.
4. Методом преобразования Лапласа рассчитать и построить зависимость выходного напряжения от времени при подаче на вход схемы трех периодов сигнала, описанного в п.1. Должны быть представлены вывод формулы выходного напряжения и графики входного и выходного напряжения в одной системе координат.
5. Совместить и сравнить зависимости и графики, полученные в п.1,2,3 и 4, с графиками по п.5 ДЗ2 для установившегося процесса. Сделать выводы о причинах различий, наиболее точном методе и наименее затратном методе с точки зрения объема вычислений.

Примечание: используемые для построения характеристик формулы должны быть заданы в явном (неитерационном виде), вывод этих формул и необходимые пояснения обязательны, в т.ч. обозначения и названия используемых параметров и величин. Характеристики допускается строить с применением математических пакетов, при этом в РПЗ на одном скриншоте с графиком должны быть распечатки или скриншоты программ, содержащих эти формулы. Построение от руки допустимо только в случае, если рядом в РПЗ будет таблица вычисленных значений, по которым производилось построение, а данные точки будут отмечены точками или кружками на графике. Чертеж должен быть выполнен по правилам выполнения электрических схем.

РПЗ сдается в виде скана рукописного текста в формате PDF одним файлом. РПЗ должна иметь титульный лист и лист задания, на последней странице – выводы. Рукописную версию РПЗ следует сохранить для последующей сдачи на кафедру, о чем будет объявлено позднее. РПЗ, набранные в текстовом редакторе и редакторе формул, не принимаются. Не принимаются РПЗ, написанные неразборчиво или качество сканирования, которых недостаточно для проверки содержания.

Вар 15

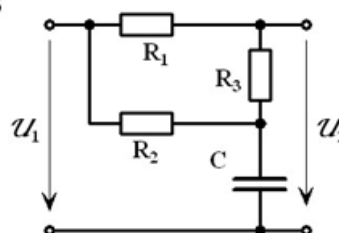
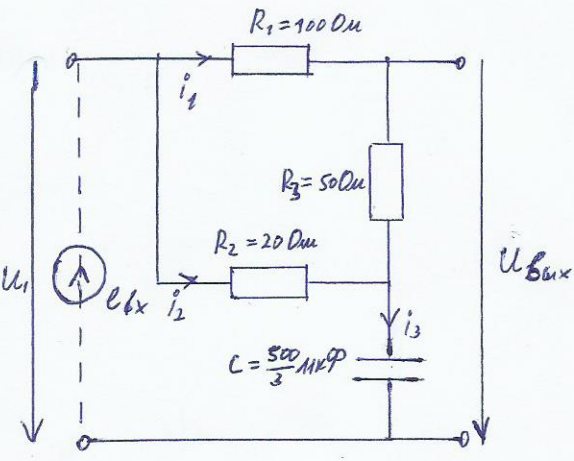


Рисунок 1 - схема варианта

1



Дано:

- $R_1 = 100 \Omega$
- $R_2 = 20 \Omega$
- $R_3 = 50 \Omega$

$\omega = 2000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$
 $e_{\text{вх}} = 16$

$C = \frac{500}{3} \mu\text{F} = \frac{500}{3} \cdot 10^{-6} \text{F} = \frac{5}{3} \cdot 10^{-4} \text{F}$

Закон коммутации для конденсатора:

$U_C(t_0^-) = U_C(t_0^+)$

$e_{\text{вх}}$ - напряжение источника

$U_{\text{вых}}$ - напряжение на выходе

1) Воспользуемся методом ур-ний Кирхгофа и составим систему:

$$\begin{cases} R_1 i_1 + R_3 i_3 - R_2 i_2 = 0 \\ U_C + R_2 i_2 = e_{\text{вх}} \\ i_3 = i_1 + i_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 (R_1 + R_3) - R_2 i_2 = 0 \\ U_C + R_2 i_2 = e_{\text{вх}} \\ CU'_C = i_1 + i_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 (R_1 + R_3) - R_2 (CU'_C - i_1) = 0 \\ U_C + R_2 i_2 = e_{\text{вх}} \\ i_2 = CU'_C - i_1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$q = CU_C; \int i_3 dt = CU_C; i_3 = CU'_C$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} i_1 (R_1 + R_2 + R_3) - R_2 CU'_C = 0 \\ U_C + R_2 i_2 = e_{\text{вх}} \\ i_2 = CU'_C - i_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} CU'_C \\ U_C + R_2 i_2 = e_{\text{вх}} \\ i_2 = CU'_C (1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} CU'_C \\ U_C + R_2 CU'_C (\frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}) = e_{\text{вх}} (1) \\ i_2 = CU'_C (\frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}) \end{cases}$$

Преобразуем ур-ние (1):

$U_C + R_2 CU'_C (\frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}) = e_{\text{вх}} \Rightarrow \left| \begin{aligned} R = \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 150 \Omega \\ \tau = RC = 0,0025 \text{ с} \end{aligned} \right| \Rightarrow U_C + \tau U'_C = e_1 \Rightarrow U'_C + \frac{1}{\tau} U_C = \frac{1}{\tau} e_{\text{вх}}$

$U'_C + \frac{1}{\tau} U_C = \frac{1}{\tau} e_{\text{вх}}$ - неоднородное линейное дифференциальное ур-ние

• Найдем решение этого ИДУ. Для этого сначала решим ОДУ $U'_C + \frac{1}{\tau} U_C = 0$:

$U'_C + \frac{1}{\tau} U_C = 0; \frac{dU_C}{dt} = -\frac{1}{\tau} U_C; \frac{dU_C}{U_C} = -\frac{dt}{\tau}; \int \frac{dU_C}{U_C} = -\int \frac{dt}{\tau}; U_C = C_0 e^{-t/\tau}, \text{ где } C_0 = \text{const}$

• Воспользуемся методом вариации произвольной постоянной, тогда C_0 - ф-ция от t :

$U_C = C_0 e^{-t/\tau}; U'_C = C'_0 e^{-t/\tau} + C_0 (-\frac{1}{\tau}) e^{-t/\tau}$ - подставим в ИДУ:

$C'_0 e^{-t/\tau} = \frac{1}{\tau} e_1; \frac{dC_0}{dt} = \frac{e_1}{\tau} e^{t/\tau}; dC_0 = \frac{e_1}{\tau} e^{t/\tau} dt; \int dC_0 = \frac{e_1}{\tau} \int e^{t/\tau} dt; C_0 = e_1 e^{t/\tau} + A, \text{ где } A = \text{const}$

Тогда решение ИДУ будет: $U_C (e_1 e^{t/\tau} + A) e^{-t/\tau} = e_1 e^{t/\tau} e^{-t/\tau} + A e^{-t/\tau} = e_1 + A e^{-t/\tau} \Rightarrow$

$\Rightarrow U_C = e_{\text{вх}} + A e^{-t/\tau}$ - решение ИДУ, где A - коэф., зависящий от начальных условий

Подставим числовые значения: $U_C = e_{\text{вх}} + A e^{-400t}$

Выразим A : $A = (U_C - e_{\text{вх}}) e^{400t}$

$$u_{\text{вых}} = R_3 i_1 + u_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} C u'_c + u_c = 0,002 u'_c + u_c = \begin{cases} u_c = e_{\text{вх}} + A e^{-400t} \\ u'_c = -400 A e^{-400t} \end{cases} \quad (2)$$

$$= 0,002 (-400) A e^{-400t} + e_{\text{вх}} + A e^{-400t} = e_{\text{вх}} + A e^{-400t} - 0,8 A e^{-400t} = e_{\text{вх}} + 0,2 A e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = e_{\text{вх}} + 0,2 A e^{-400t} - \text{зависимость выходного напряжения от напряжения источника и коэф. } A.$$

Для каждой коммутации определим коэф. A : $A_i = (u_i - e_i) e^{400t}$, где u_i - начальное напряжение на конденсаторе
 для i -ой коммутации, $e_i = \begin{cases} e_{\text{вх}}, i=1, 3, 5 \\ 0, i=2, 4, 6 \end{cases}$; $u_c = e_i + A_i e^{-400t}$; $u_{\text{вых}} = e_i + 0,2 A_i e^{-400t}$

• Тогда для 1 коммутации: $(0 \leq t < \frac{T}{2})$

$$e_1 = 1\text{В}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{1000} = 0,00314$$

и тогда $u_1(t=0) = 0\text{В}$ (закон коммутации для конденсатора)

$$A_1(t=0) = (0 - 1) e^{-400 \cdot 0} = -1\text{В}$$

$$u_c = 1 + (-1) e^{-400t} = 1 - e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = 1 + 0,2(-1) e^{-400t} = 1 - 0,2 e^{-400t}$$

$$400T = 1,256$$

• для 2 коммутации: $(\frac{T}{2} \leq t < T)$

$$e_2 = 0\text{В}$$

$$u_2(t=\frac{T}{2}) = 1 - e^{-400 \cdot \frac{T}{2}} = 0,4663$$

$$A_2(t=\frac{T}{2}) = (0,4663 - 0) e^{+400 \cdot \frac{T}{2}} = 0,8737$$

$$u_c = 0 + 0,8737 e^{-400t} = 0,8737 e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = 0 + 0,2 \cdot 0,8737 e^{-400t} = 0,1747 e^{-400t}$$

• для 3 коммутации: $(T \leq t < \frac{3T}{2})$

$$e_3 = 1\text{В}$$

$$u_3(t=T) = 0,8737 e^{-400T} = 0,2488$$

$$A_3(t=T) = (0,2488 - 1) e^{400T} = -2,6377$$

$$u_c = 1 + (-2,6377) e^{-400t} = 1 - 2,6377 e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = 1 + 0,2 \cdot (-2,6377) e^{-400t} = 1 - 0,5275 e^{-400t}$$

• для 4 коммутации: $(\frac{3T}{2} \leq t < 2T)$

$$e_4 = 0\text{В}$$

$$u_4(t=\frac{3T}{2}) = 1 - 2,6377 e^{-400 \cdot \frac{3T}{2}} = 0,5991$$

$$A_4(t=\frac{3T}{2}) = (0,5991 - 0) e^{400 \cdot \frac{3T}{2}} = 3,9419$$

$$u_c = 0 + 3,9419 e^{-400t} = 3,9419 e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = 0 + 0,2 \cdot (3,9419) e^{-400t} = 0,7884 e^{-400t}$$

(3)

• для 5 коммутации: ($2T \leq t < \frac{5T}{2}$)

$$e_5 = 1$$

$$u_5(t=2T) = 3,9419 e^{-400 \cdot 2T} = 0,3197$$

$$A_5(t=2T) = (0,3197 - 1) e^{400 \cdot 2T} = -8,3878$$

$$u_c = 1 - 8,3878 e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = 1 - 0,2 \cdot 8,3878 e^{-400t} = 1 - 1,6775 e^{-400t}$$

• для 6 коммутации: ($\frac{5T}{2} \leq t < 3T$)

$$e_6 = 0$$

$$u_6(t=\frac{5T}{2}) = 1 - 8,3878 e^{-400 \cdot \frac{5T}{2}} = 0,6369$$

$$A_6(t=\frac{5T}{2}) = (0,6369 - 0) e^{400 \cdot \frac{5T}{2}} = 14,7148$$

$$u_c = 14,7148 e^{-400t}$$

$$u_{\text{вых}} = 0 + 0,2 \cdot 14,7148 e^{-400t} = 2,9429 e^{-400t}$$

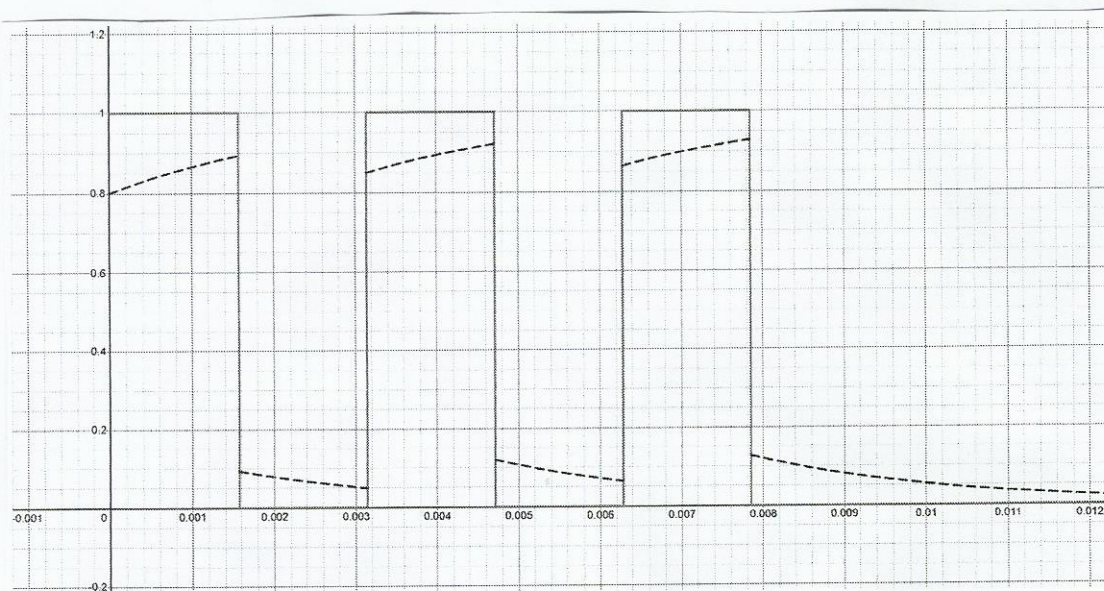


рис. 1 Входящее и выходящее
напряжение. Классический метод.
сплошная — входное напряжение
пунктирная — выходное напряжение

2) Найдем $u_{вых}(t)$ с помощью интеграла Дюамеля и импульсной характеристики

(4)

Для этого найдем значение A , удовлетворяющее н.у. $u_c(t=0)=0$

$$0 = e_{вх} + Ae^0 \Rightarrow A = -e_{вх}$$

Подставим в формулу $u_{вых}$: $u_{вых} = e_{вх} - 0,2 e_{вх} e^{-400t} = e_{вх} (1 - 0,2 e^{-400t})$

Найдем переходную характеристику: $g(t) = \frac{u_{вых}}{e_{вх}} \cdot \sigma(t) = (1 - 0,2 e^{-400t}) \sigma(t)$

Найдем импульсную характеристику: $h(t) = \frac{d}{dt} g(t) = \frac{d}{dt} (1 - 0,2 e^{-400t}) \sigma(t) = 180 e^{-400t} \sigma(t) + (1 - 0,2 e^{-400t}) \delta(t) =$
 $= 80 e^{-400t} \sigma(t) + 0,8 \delta(t)$; $h(t) = 80 e^{-400t} \sigma(t) + 0,8 \delta(t)$

Опишем $e_{вх}$ как знакопеременный импульс с 6 коммутациями:

$$e_{вх} = \sigma(t) - \sigma(t - T_2) + \sigma(t - 2T_2) - \sigma(t - 3T_2) + \sigma(t - 4T_2) - \sigma(t - 5T_2)$$

Выполним несколько предварительных вычислений: Пусть a - некоторое число

$$\int_a^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau - a) = \int_a^t 180 e^{-400(t-\tau)} d\tau + \int_a^t 0,8 \delta(t-\tau) d\tau \sigma(t-a) =$$

$$= \left(\frac{180}{400} \right) \left(1 - e^{-400(t-a)} \right) + 0,8 \sigma(t-a) = (0,2 e^{-400(t-a)} - e^{-400(t-a)} + 0,8) \sigma(t-a) =$$

$$= (0,2 (e^{-400(t-t)} - e^{-400(t-a)}) + 0,8) \sigma(t-a) = (1 - 0,2 e^{-400t} e^{400a}) \sigma(t-a)$$

Наконец найдем $u_{вых}(t)$ с помощью интеграла Дюамеля и импульсной характеристики:

$$u_{вых}(t) = (e_{вх} * g)(t) = (e_{вх} * g')(t) = (e_{вх} * h)(t) = \int_0^t e_{вх}(\tau) h(t-\tau) d\tau =$$

$$= \int_0^t (\sigma(\tau) - \sigma(\tau - T_2) + \sigma(\tau - 2T_2) - \sigma(\tau - 3T_2) + \sigma(\tau - 4T_2) - \sigma(\tau - 5T_2)) (180 e^{-400(t-\tau)} \sigma(t-\tau) + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau =$$

$$= \int_0^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau) - \int_{T_2}^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau - T_2) +$$

$$+ \int_{2T_2}^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau - 2T_2) - \int_{3T_2}^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau - 3T_2) +$$

$$+ \int_{4T_2}^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau - 4T_2) - \int_{5T_2}^t (180 e^{-400(t-\tau)} + 0,8 \delta(t-\tau)) d\tau \sigma(\tau - 5T_2) = \left| \begin{array}{l} \text{воспользуемся} \\ \text{предварительными} \\ \text{вычислениями} \end{array} \right| =$$

$$= (1 - 0,2 e^{-400t}) \sigma(t) - (1 - 0,2 e^{400 \cdot T_2} e^{-400t}) \sigma(t - \frac{T}{2}) + (1 - 0,2 e^{400 \cdot \frac{3T}{2}} e^{-400t}) \sigma(t - \frac{2T}{2}) -$$

$$- (1 - 0,2 e^{400 \cdot \frac{3T}{2}} e^{-400t}) \sigma(t - \frac{3T}{2}) + (1 - 0,2 e^{400 \cdot \frac{4T}{2}} e^{-400t}) \sigma(t - \frac{4T}{2}) - (1 - 0,2 e^{400 \cdot \frac{5T}{2}} e^{-400t}) \sigma(t - \frac{5T}{2})$$

Тогда получим:

5

$$U_{\text{вых}}(t) = (1 - 0,2e^{-400t})G(t) - (1 - 0,3748e^{-400t})G(t - \frac{T}{2}) + (1 - 0,7028e^{-400t})G(t - \frac{2T}{2}) -$$

$$- (1 - 1,3159e^{-400t})G(t - \frac{3T}{2}) + (1 - 2,4659e^{-400t})G(t - \frac{4T}{2}) - (1 - 4,6207e^{-400t})G(t - \frac{5T}{2})$$

Рисунок на странице 7.

3) Найдём $U_{\text{вых}}(t)$ с помощью интеграла Дюамеля и переходной характеристики

$$g(t) = (1 - 0,2e^{-400t})G(t) - \text{переходная характеристика}$$

Выполним предварительные вычисления:

$$\int_0^t \delta(\tau - a) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)}) d\tau = (1 - 0,2e^{-400(t-a)})G(t-a) = (1 - 0,2e^{400a}e^{-400t})G(t-a)$$

Найдём функцию $U_{\text{вых}}(t)$ с помощью интеграла Дюамеля и переходной характеристики.

$$U_{\text{вых}} = (U'_{\text{вх}} * g)(t) = \int_0^t (\delta(\tau) - \delta(\tau - \frac{T}{2}) + \delta(\tau - \frac{2T}{2}) - \delta(\tau - \frac{3T}{2}) + \delta(\tau - \frac{4T}{2}) - \delta(\tau - \frac{5T}{2})) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau =$$

$$= \int_0^t \delta(\tau) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau - \int_0^t \delta(\tau - \frac{T}{2}) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau + \int_0^t \delta(\tau - \frac{2T}{2}) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau -$$

$$+ \int_0^t \delta(\tau - \frac{3T}{2}) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau - \int_0^t \delta(\tau - \frac{4T}{2}) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau + \int_0^t \delta(\tau - \frac{5T}{2}) (1 - 0,2e^{-400(t-\tau)})G(t-\tau) d\tau =$$

$$= (1 - 0,2e^{-400t})G(t) - (1 - 0,2e^{400\frac{T}{2}}e^{-400t})G(t - \frac{T}{2}) + (1 - 0,2e^{400\frac{2T}{2}}e^{-400t})G(t - \frac{2T}{2}) -$$

$$- (1 - 0,2e^{400\frac{3T}{2}}e^{-400t})G(t - \frac{3T}{2}) + (1 - 0,2e^{400\frac{4T}{2}}e^{-400t})G(t - \frac{4T}{2}) - (1 - 0,2e^{400\frac{5T}{2}}e^{-400t})G(t - \frac{5T}{2})$$

Тогда получим:

$$U_{\text{вых}} = (1 - 0,2e^{-400t})G(t) - (1 - 0,3748e^{-400t})G(t - \frac{T}{2}) + (1 - 0,7028e^{-400t})G(t - \frac{2T}{2}) -$$

$$- (1 - 1,3159e^{-400t})G(t - \frac{3T}{2}) + (1 - 2,4659e^{-400t})G(t - \frac{4T}{2}) - (1 - 4,6207e^{-400t})G(t - \frac{5T}{2})$$

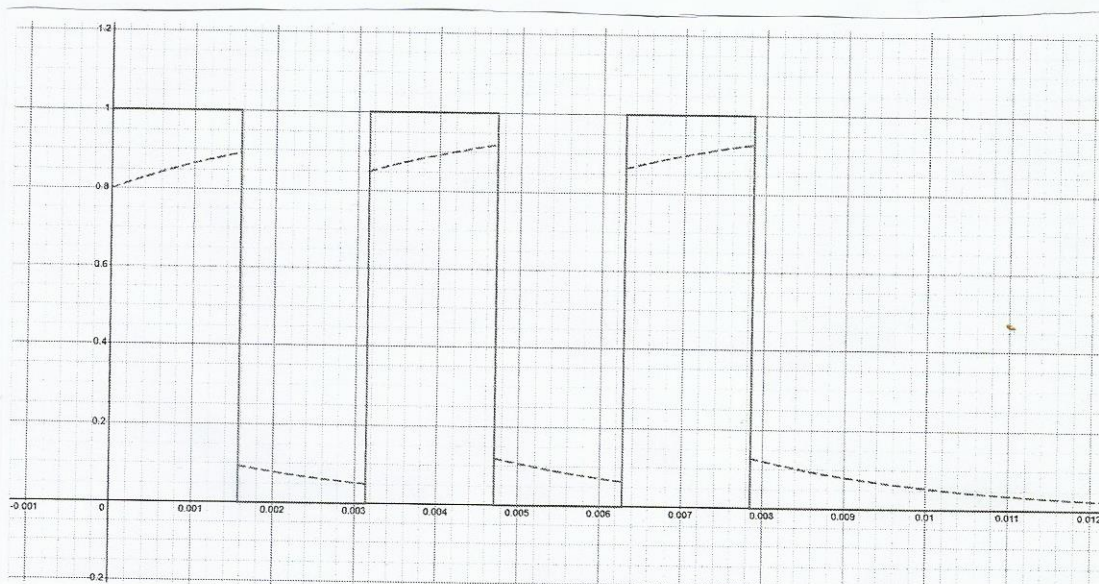
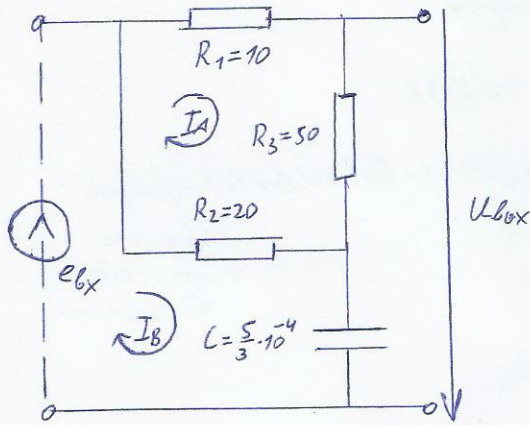


рис. 2 Входное и выходное напряжение. Метод интеграла Дюамеля с переходной характеристикой.
шум - входной сигнал
сигнал - выходной

4) Найдём $U_{\text{вых}}(t)$ с помощью преобразования Лапласа.

(6)



Используя операторное сопротивление и метод контурных токов, найдем составим систему:

$$\begin{cases} i_A R_1 + i_A R_2 + i_A R_3 - i_B R_2 = 0 \\ i_B R_2 + i_B \frac{1}{Cp} - i_A R_2 = e_{\text{вх}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_A (R_1 + R_2 + R_3) = i_B R_2 \\ i_B (R_2 + \frac{1}{Cp}) - i_A R_2 = e_{\text{вх}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_A = i_B \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = i_B \cdot 0,25 \quad (3) \\ i_B (20 + \frac{1}{Cp}) - i_B \cdot 0,25 = e_{\text{вх}} \quad (2) \end{cases}$$

Преобразуем (2):

$$i_B (20 + \frac{1}{Cp}) - i_B \cdot 0,25 = e_{\text{вх}} \Rightarrow i_B (20 - 0,25 + \frac{1}{Cp}) = e_{\text{вх}} \Rightarrow i_B = e_{\text{вх}} \left(\frac{1}{19,75 - \frac{1}{Cp}} \right)$$

Подставим в (3) и получим систему:

$$\begin{cases} i_A = e_{\text{вх}} \frac{0,25}{19,75 - \frac{1}{Cp}} \\ i_B = e_{\text{вх}} \frac{1}{19,75 - \frac{1}{Cp}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Вычислим } U_{\text{вых}}: U_{\text{вых}} &= i_B \frac{1}{Cp} + i_A R_3 = e_{\text{вх}} \left(\frac{1}{Cp} \cdot \frac{0,25}{19,75 - \frac{1}{Cp}} + \frac{50}{19,75 - \frac{1}{Cp}} \right) = e_{\text{вх}} \left(\frac{0,8p + 400}{p + 400} \right) = \\ &= e_{\text{вх}} \left(\frac{p + 500}{p + 400} \right) 0,8 = e_{\text{вх}} \left(\frac{80}{p + 400} + 0,8 \right) \end{aligned}$$

По теореме о записывании оригинала получим ответ $e_{\text{вх}}$:

$$e_{\text{вх}} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-\frac{T}{2}p} + \frac{1}{p} e^{-\frac{2T}{2}p} - \frac{1}{p} e^{-\frac{3T}{2}p} + \frac{1}{p} e^{-\frac{4T}{2}p} - \frac{1}{p} e^{-\frac{5T}{2}p}$$

Для удобства выполним предварительные вычисления: а-член

$$\left(\frac{80}{p + 400} + 0,8 \right) \frac{1}{p} (e^{-ap}) = \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-ap} + \frac{0,8}{p} e^{-ap} \right) = \left(\frac{80}{400} (1 - e^{-400(t-a)}) \right) 0,8 (t-a) + 0,8 (t-a)$$

Наконец найдем $U_{\text{вых}}(p)$ и $U_{\text{вых}}(t)$:

$$\begin{aligned} U_{\text{вых}}(p) &= e_{\text{вх}} \left(\frac{80}{p + 400} + 0,8 \right) = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-\frac{T}{2}p} + \frac{1}{p} e^{-\frac{2T}{2}p} - \frac{1}{p} e^{-\frac{3T}{2}p} + \frac{1}{p} e^{-\frac{4T}{2}p} - \frac{1}{p} e^{-\frac{5T}{2}p} \right) \left(\frac{80}{p + 400} + 0,8 \right) = \\ &= \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-ap} + \frac{0,8}{p} e^{-ap} \right) - \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-\frac{T}{2}p} + \frac{0,8}{p} e^{-\frac{T}{2}p} \right) + \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-\frac{2T}{2}p} + \frac{0,8}{p} e^{-\frac{2T}{2}p} \right) - \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-\frac{3T}{2}p} + \frac{0,8}{p} e^{-\frac{3T}{2}p} \right) + \\ &+ \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-\frac{4T}{2}p} + \frac{0,8}{p} e^{-\frac{4T}{2}p} \right) - \left(\frac{80}{p(p + 400)} e^{-\frac{5T}{2}p} + \frac{0,8}{p} e^{-\frac{5T}{2}p} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (0,2(1-e^{-400t}) + 0,8)\sigma(t) - (0,2(1-e^{-400(t-\frac{T}{2})}) + 0,8)\sigma(t-\frac{T}{2}) + \\
 &+ (0,2(1-e^{-400(t-\frac{2T}{2})}) + 0,8)\sigma(t-\frac{2T}{2}) - (0,2(1-e^{-400(t-\frac{3T}{2})}) + 0,8)\sigma(t-\frac{3T}{2}) + \\
 &+ (0,2(1-e^{-400(t-\frac{4T}{2})}) + 0,8)\sigma(t-\frac{4T}{2}) - (0,2(1-e^{-400(t-\frac{5T}{2})}) + 0,8)\sigma(t-\frac{5T}{2}) = U_{\text{вых}}(t) - \text{функция} \\
 &\text{выходного напряжения от времени.}
 \end{aligned}$$

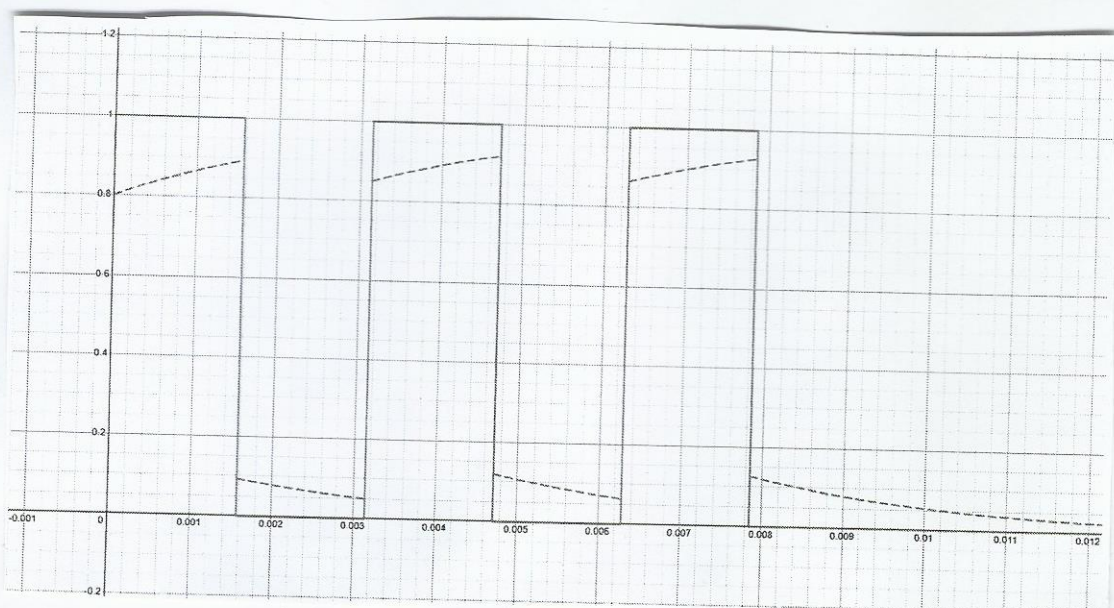


рис.3 Входное и выходное напряжение. Метод преобразования Лапласа
 сплошная - входной сигнал, пунктирная - выходной

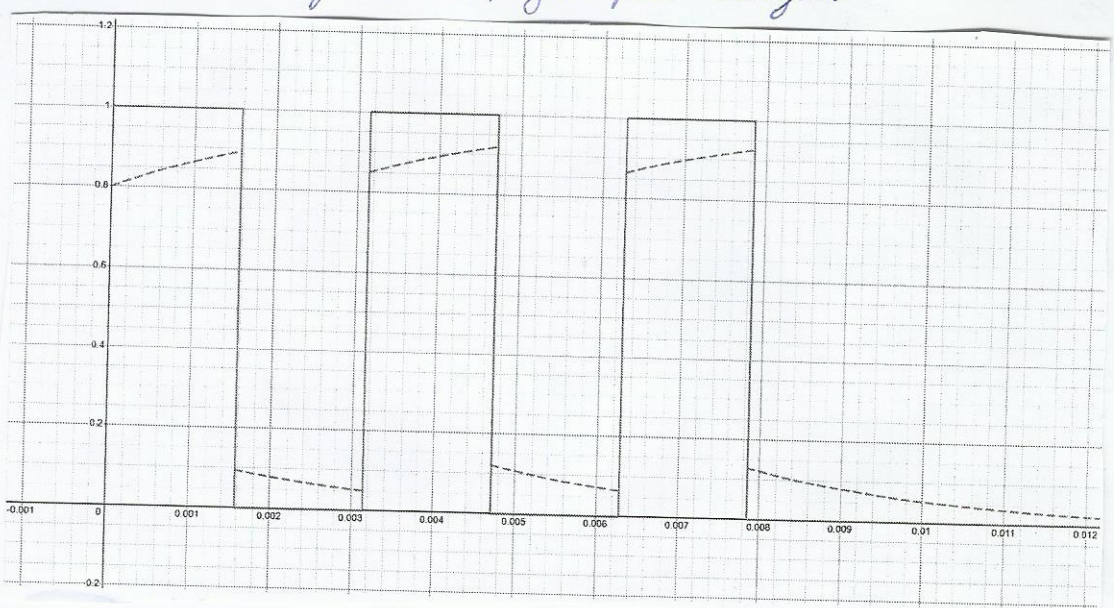


рис.4 - Входное и выходное напряжение. Метод интеграла Дюамеля
 с импульсной характеристикой. сплошная - входной сигнал, пунктирная - выходная

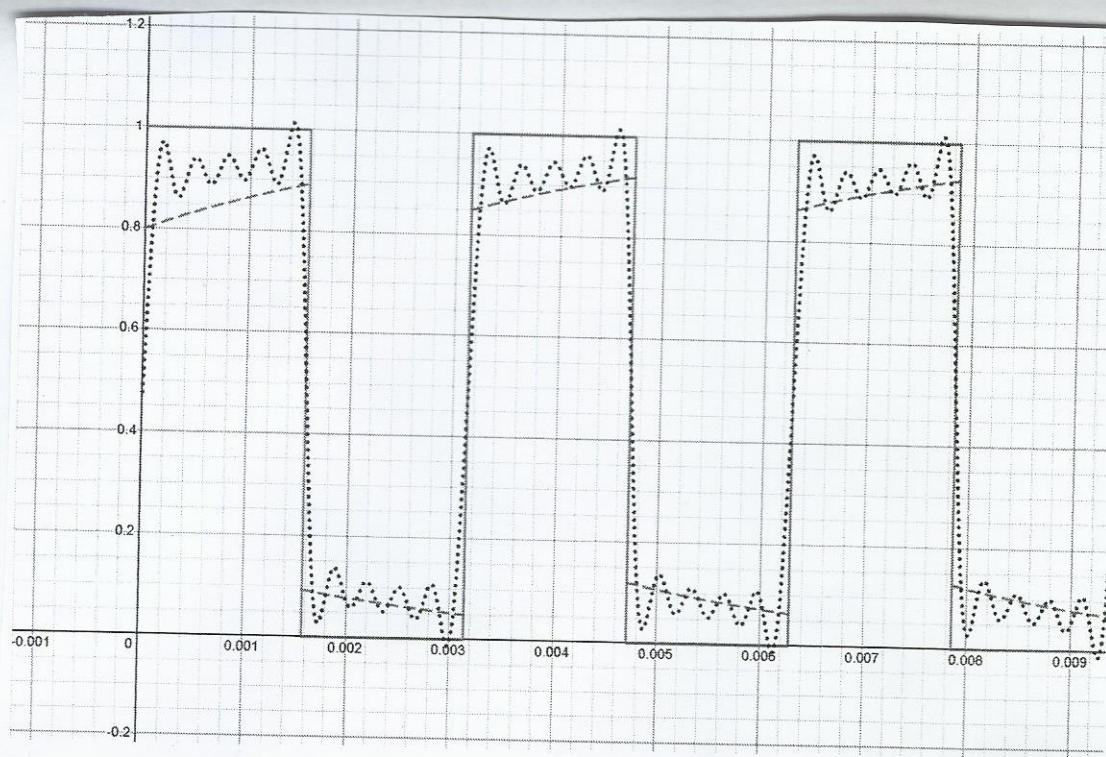


рис.5 Входное напряжение, выходное переходное напряжение (пунктирная),
(сплошная)
Выходное установившееся напряжение (точками).

Графики переходного и установившегося сигналов различаются, т.к. система переходит в установившееся состояние не мгновенно. Близкие к 6 коммутации заметно соответствуют.

Наиболее точным способом (как и наиболее трудозатратным) является классический метод.

Интеграл Дюамеля с переходной и импульсной характеристиками и преобразование Лапласа имеют одинаковую ~~точность~~ ^{его} точность, т.к. вычисляют одну и ту же формулу $U_{вых}$.

В зависимости от вида входного сигнала и переходной характеристики системы наиболее проще использовать следующие методы:

- 1) простой входной сигнал, сложная характеристика - интеграл Дюамеля с переходной характеристикой;
- 2) сложный входной сигнал, простая характеристика - интеграл Дюамеля с импульсной характеристикой;
- 3) сложный входной сигнал, сложная характеристика - преобразование Лапласа.










10	 $T = 0.00314$
	 -10 
11	 $1 - 0.2e^{-400x} \left\{ 0 \leq x < \frac{T}{2} \right\}$
12	 $0.1747e^{-400x} \left\{ \frac{T}{2} \leq x < T \right\}$
13	 $1 - 0.5275e^{-400x} \left\{ T \leq x < \frac{3T}{2} \right\}$
14	 $0.7884e^{-400x} \left\{ \frac{3T}{2} \leq x < 2T \right\}$
15	 $1 - 1.6775e^{-400x} \left\{ 2T \leq x < \frac{5T}{2} \right\}$
16	 $2.9429e^{-400x} \left\{ \frac{5T}{2} \leq x \right\}$

Рисунок 1 - графики выходного напряжения для 6 коммутаций при вычислении классическим методом.






16	 $T = 0.00314$
	 -10 
17	$f(t, a) = \left(0.2 \left(1 - e^{-400(t-a)} \right) + 0.8 \right) H(t-a) \{ 0 \leq t \}$
18	 $H(t) = \{ t < 0 : 0, t \geq 0 : 1 \}$
19	 $f(x, 0) - f\left(x, \frac{T}{2}\right) + f\left(x, \frac{2T}{2}\right) - f\left(x, \frac{3T}{2}\right) + f\left(x, \frac{4T}{2}\right) - f\left(x, \frac{5T}{2}\right)$

Рисунок 2 - график выходного напряжения при вычислении методом интеграла Дюамеля и преобразований Лапласа. При всех трех вариантах вычисления получается одинаковая формула, описанная выражением на рисунке.

Вывод

В рамках работы проведен расчет выходного напряжения четырехполюсника при переходных процессах следующими методами: классический метод, метод интеграла Дюамеля с импульсной характеристикой, метод интеграла Дюамеля с переходной характеристикой, метод преобразований Лапласа. Получены графики выходного напряжения в зависимости от способа вычисления, проведено сравнение методов между собой и полученных напряжений между собой и с напряжением из домашнего задания 2.