



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ (ИУ6)

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ: 09.03.01 Информатика и Вычислительная техника

О т ч е т
по домашней работе 2

Дисциплина: электротехника

Вариант №15

Студент гр. ИУ6-33Б

(Подпись, дата)

Залыгин В.К.

(И.О. Фамилия)

Преподаватель

(Подпись, дата)

Скворцов С.П.

(И.О. Фамилия)

Москва, 2023,

Задание

1. Вывести в виде формулы зависимость комплексного коэффициента передачи напряжения от частоты. Входными считать зажимы слева.
2. Вывести формулы для АЧХ, ФЧХ и построить их в диапазоне частот от нуля до частоты, при которой значение модуля коэффициента передачи изменяется не менее чем на 90% от полного диапазона.
3. Построить на миллиметровой бумаге годограф Найквиста передаточной функции в диапазоне частот от 0 до ∞ на комплексной плоскости. На годографе отметить точки, соответствующую частотам 0, 10, 100, 10^3 , $2 \cdot 10^3$ рад/с и бесконечному значению частоты. Привести расчет для каждой из указанных точек.
4. Подключить ко входу схемы источник гармонического напряжения с амплитудой 10 В и с частотой $2 \cdot 10^3$ рад/с. Рассчитать амплитуду и фазу напряжения на выходе. Построить временные диаграммы напряжения на входе и выходе четырехполюсника в установившемся режиме в одной системе координат. При построении использовать рассчитанный сдвиг фазы выходного напряжения относительно входного напряжения.
5. Подключить ко входу схемы источник напряжения в виде симметричного знакоположительного меандра с амплитудой 1 В (т.е. принимающего значения 0 или 1 В) и с частотой $2 \cdot 10^3$ рад/с. Рассчитать значения амплитуд и фаз гармоник выходного напряжения с номерами от 1 по 9, построить их на отдельных графиках. Построить временные диаграммы напряжения на входе и выходе четырехполюсника в одной системе координат. Для расчета использовать гармоники с номерами с 1 по 9.
6. Изобразить на миллиметровой бумаге на трех графиках в одном масштабе по частоте АЧХ, модуль спектра входного сигнала и модуль спектра выходного сигнала. Объяснить причины и характер отличий выходного сигнала от входного.
7. Вывести формулы зависимости комплексного входного сопротивления от частоты, а также его модуля, фазы, действительной (активной) и мнимой (реактивной) части и построить их в диапазоне частот, соответствующем п. 2.
8. Построить временную диаграмму входного тока и входного напряжения при частоте $2 \cdot 10^3$ рад/с. Объяснить причину и знак фазового сдвига.
9. Подключить ко входу схемы источник гармонического напряжения с амплитудой 1 В и с частотой $2 \cdot 10^3$ рад/с, а к выходу - повышающий трансформатор, коэффициент трансформации которого принять равным номеру варианта. Рассчитать ЭДС и внутреннее сопротивление эквивалентного источника напряжения полученной схемы по теореме Тевенина относительно выводов вторичной обмотки.

Требования к оформлению:

1. Расчетно-пояснительная записка к ДЗ должна быть разборчиво написана от руки на листах белой бумаги формата А4.
 2. Для всех полученных формул должны быть приведены их подробные выводы. Все рассчитанные значения должны сопровождаться соответствующими формулами и расчетами.
 3. Электрическая схема должны быть выполнена в соответствии с требованиями ЕСКД.
 4. Графики должны быть построены на листах миллиметровой бумаги или в любой программе для построения графиков по правилам выполнения графиков и вставлены в отчет.
 5. Отчет должен быть прикреплен на сайте в электронном виде и позднее сдан в бумажном виде. Отчет должен быть скреплен любым способом кроме зажимов или скрепок.
- Использование прозрачных файлов или папок не допускается.**

Вар 15

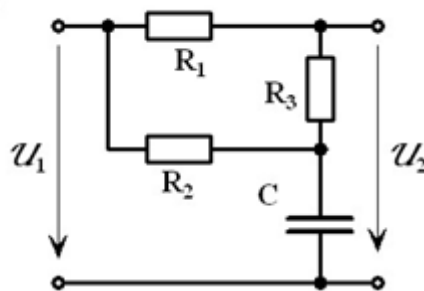
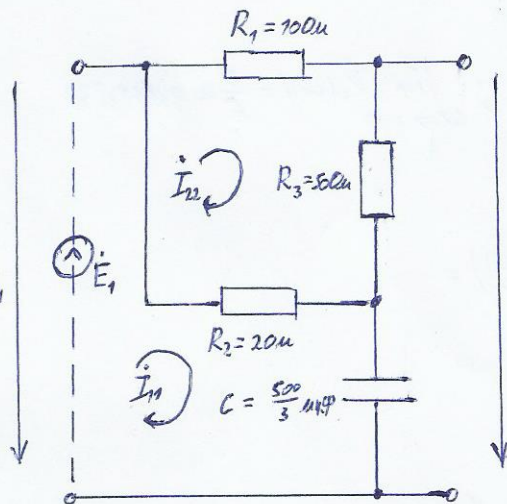


Рисунок 1 - схема варианта



Дано:

$$R_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 500 \text{ Ом}$$

$$C = \frac{500}{3} \text{ мкФ} = \frac{500}{3} \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = \frac{5}{3} \cdot 10^{-4} \text{ Ф}$$

перейдем в комплексные амплитуды

$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = R_2$$

$$Z_3 = R_3$$

$$Z_4 = \frac{1}{j\omega C}$$

Решение: 1) Найдем U_2 методом контурных токов

$$\begin{cases} \dot{I}_{11}(Z_2 + Z_4) - \dot{I}_{22}Z_2 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_{22}(Z_1 + Z_2 + Z_3) - \dot{I}_{11}Z_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I}_{11}(Z_2 + Z_4) - \dot{I}_{22}Z_2 = \dot{E}_1 & (1) \\ \dot{I}_{22} = \dot{I}_{11} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} & (2) \end{cases}$$

Подставим (2) в (1):

$$\dot{I}_{11} \left(Z_2 + Z_4 - \frac{Z_2^2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right) = \dot{E}_1; \quad \dot{I}_{11} \frac{(Z_2 + Z_4)(Z_1 + Z_2 + Z_3) - Z_2^2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \dot{E}_1;$$

$$\dot{I}_{11} \frac{Z_2(Z_1 + Z_3) + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \dot{E}_1 \Rightarrow \dot{I}_{11} = \dot{E}_1 \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_2(Z_1 + Z_3) + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)} \quad (3)$$

Подставим (3) в (2):

$$\dot{I}_{22} = \dot{E}_1 \frac{Z_2}{Z_2(Z_1 + Z_3) + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)}$$

Тогда: $\dot{U}_2 = \dot{I}_{11}Z_3 + \dot{I}_{22}Z_3$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_1 \frac{Z_3 \cdot Z_2 + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)}{Z_2(Z_1 + Z_3) + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)}$$

Наконец найдем K_u :

$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_3 \cdot Z_2 + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)}{Z_2(Z_1 + Z_3) + Z_4(Z_1 + Z_2 + Z_3)} \cdot \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_1}$$

Вернемся к R и C:

$$K_u(\omega) = \frac{R_2 R_3 + \frac{1}{j\omega C} (R_1 + R_2 + R_3)}{R_2(R_1 + R_3) + \frac{1}{j\omega C} (R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{j\omega C R_2 R_3 + (R_1 + R_2 + R_3)}{j\omega C R_2(R_1 + R_3) + (R_1 + R_2 + R_3)}$$

зависимость к.д.м.п. от частоты и от напряжения

2) Получим формулы АЧХ и ФЧХ.

$$|K_u(\omega)| = \frac{\sqrt{\omega^2 C^2 R_2^2 R_3^2 + (R_1 + R_2 + R_3)^2}}{\sqrt{\omega^2 C^2 R_2^2 (R_1 + R_3)^2 + (R_1 + R_2 + R_3)^2}} \sim \text{АЧХ}$$

$$\arg(K_u(\omega)) = \arctg\left(\frac{\omega C R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right) - \arctg\left(\frac{\omega C R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}\right) \sim \text{ФЧХ}$$

значения
Поготовим R_{ul} в АЧХ и ФЧХ:

(2)

$$|K_u(\omega)| = \frac{\sqrt{\omega^2 \left(\frac{5}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 50 \right)^2 + (10 + 20 + 50)^2}}{\sqrt{\omega^2 \left(\frac{5}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 20(10 + 50) \right)^2 + (10 + 20 + 50)^2}} = \frac{\sqrt{\omega^2 \frac{1}{36} + 6400}}{\sqrt{\omega^2 \frac{1}{25} + 6400}}; \lim_{\omega \rightarrow \infty} |K_u(\omega)| = \frac{5}{6} \approx 0,833$$

$$\arg(K_u(\omega)) = \arctg\left(\frac{\omega \cdot \frac{5}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 50}{10 + 20 + 50}\right) - \arctg\left(\frac{\omega \cdot \frac{5}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 20(10 + 50)}{10 + 20 + 50}\right) =$$

$$= \arctg\left(\frac{\omega}{480}\right) - \arctg\left(\frac{\omega}{400}\right); \lim_{\omega \rightarrow \infty} \arg(K_u(\omega)) = 0$$

Построим графики зависимости АЧХ и ФЧХ от ω :

таблица 1.

ω	0	100	200	400	600	800	1000	10000
$ K_u(\omega) $	1	0,991	0,969	0,920	0,888	0,869	0,858	

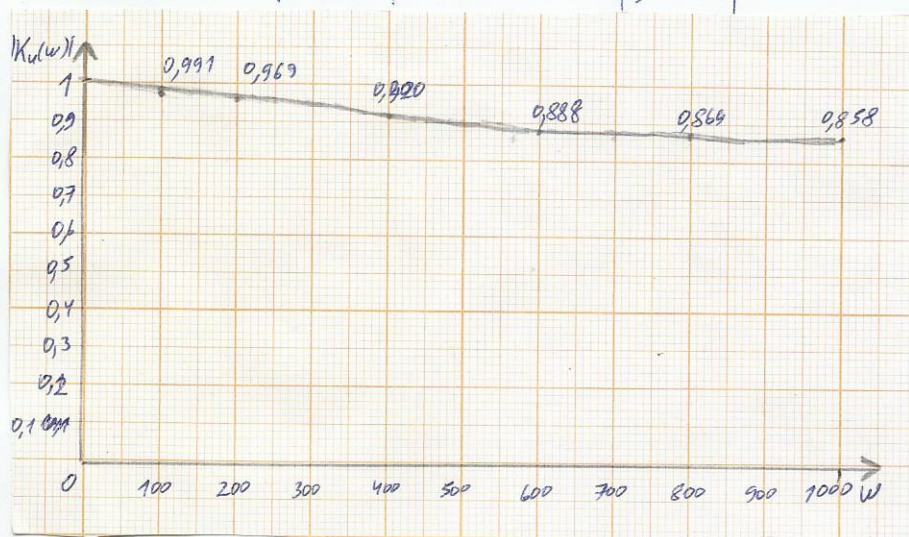


рис.1 График АЧХ

таблица 2.

ω	0	100	200	300	400	500	600	800	1000	1400	1800	2200
$\arg(K_u(\omega))$	0,000 0	0,009 -0,040	0,018 -0,069	-0,085	-0,090	-0,090	-0,087	-0,077	-0,067	-0,052	-0,042	-0,035

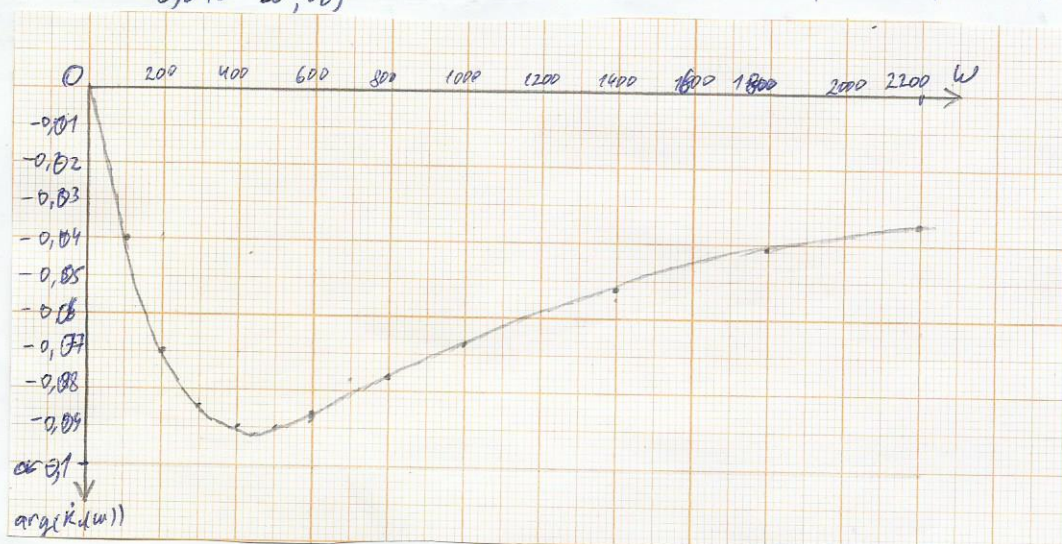


рис.2 ФЧХ

3) Построим годограф Найквиста

Для этого разложим $\dot{K}_u(\omega)$ на действительную и мнимую составляющие.

$$\dot{K}_u(\omega) = \frac{j\omega C R_2 R_3 + (R_1 + R_2 + R_3)}{j\omega C R_2 (R_1 + R_3) + (R_1 + R_2 + R_3)} =$$

$$= \frac{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + \omega^2 C^2 R_2^2 (R_1 + R_3) R_3}{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + \omega^2 C^2 R_2^2 (R_1 + R_3)^2} + j\omega C R_2 \frac{(R_3 - (R_1 + R_3))(R_1 + R_2 + R_3)}{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + \omega^2 C^2 R_2^2 (R_1 + R_3)^2}$$

Подставим R_1, R_2, R_3, C

$$\dot{K}_u(\omega) = \frac{6400 + \omega^2 \cdot \frac{1}{30}}{6400 + \omega^2 \cdot \frac{1}{25}} + j \frac{\omega (-\frac{8}{3})}{6400 + \omega^2 \cdot \frac{1}{25}} = \frac{6400 + \omega^2 \cdot \frac{1}{30}}{6400 + \omega^2 \cdot \frac{1}{25}} - j \frac{\omega \frac{8}{3}}{6400 + \omega^2 \cdot \frac{1}{25}}$$

$$\dot{K}_u(0) = 1 + 0j$$

$$\dot{K}_u(10) = 0,999 - 0,004j$$

$$\dot{K}_u(100) = 0,990 - 0,039j$$

$$\dot{K}_u(1000) = 0,856 - 0,057j$$

$$\dot{K}_u(2 \cdot 1000) = 0,839 - 0,032j$$

$$\dot{K}_u(\infty) = \frac{5}{6} + 0j$$

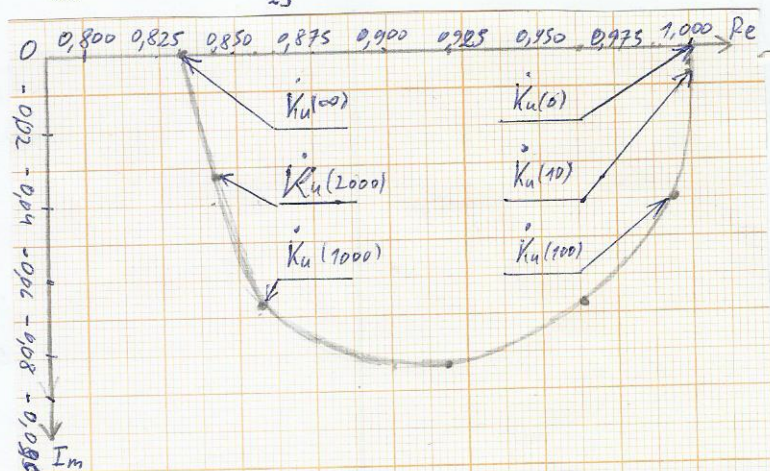
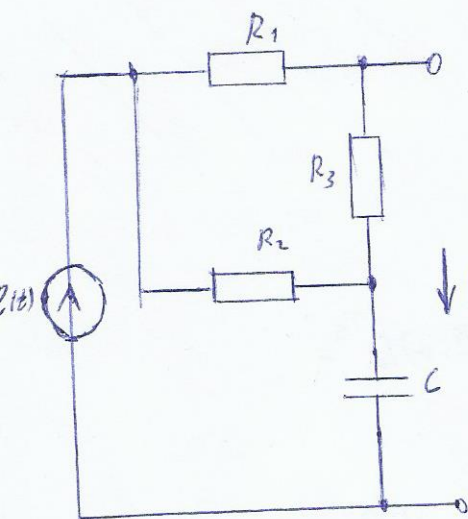


рис. 3.

4) Подключим к входу системы источник



$$U(t) = 10 \cos(\omega t)$$

$$|\dot{K}_u(2000)| = 0,840$$

$$\arg(\dot{K}_u(2000)) = -0,038$$

$$\dot{K}_u = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow U_2 = \dot{K}_u U_1 = 0,840 \cdot 10 \cdot \cos(\omega t - 0,038) =$$

$$= 8,4 \cos(\omega t - 0,038)$$

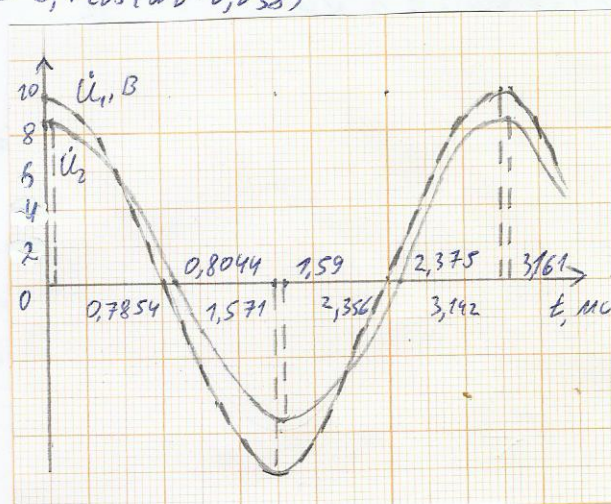
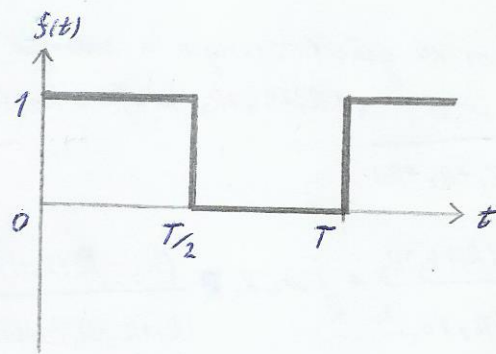


рис. 4

5) Опишем знакположительный меандр аналитически

(4)

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } \sin t \geq 0 \\ 0 & \text{при } \sin t < 0 \end{cases}$$



Разложим в ряд Фурье:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t), \text{ где } a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega t) dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{2}{T} \cdot \frac{T}{2} = 1; \text{ Будем исследовать только } [0; \frac{T}{2}], \text{ т.к. ф-ции } f(t) \cos(k\omega t) \text{ и } f(t) \sin(k\omega t) \text{ равны нулю на } [\frac{T}{2}; T]$$

Рассчитаем первую гармонику: $k=1$

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(\omega t) dt = 0$$

$$b_1 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin(\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) dt = -\frac{2}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \cdot \frac{T}{2\pi} \Big|_{t=0}^{t=T/2} = -\frac{1}{\pi} (\cos \pi - \cos 0) = \frac{2}{\pi}$$

Рассчитаем вторую гармонику: $k=2$

$$a_2 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(2\omega t) dt = 0$$

$$b_2 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin(2\omega t) dt =$$

Найдем

a_k и b_k в общем виде для произвольного k .

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = \frac{2}{T} \cdot \frac{T}{2\pi k} \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) \Big|_0^{T/2} = \frac{1}{\pi k} (\sin(\frac{2\pi k}{T} \cdot \frac{T}{2}) - \sin(0)) = 0 \quad \forall k$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = -\frac{2}{T} \cdot \frac{T}{2\pi k} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) \Big|_0^{T/2} = -\frac{1}{\pi k} (\cos(\frac{2\pi k}{T} \cdot \frac{T}{2}) - \cos(0)) = -\frac{1}{\pi k} (\cos(\pi k) - 1)$$

Пусть $k = 2n \quad \forall n \in \mathbb{Z}$ (четные гармоники) $\Rightarrow \cos(\pi k) = 1 \Rightarrow b_k = 0$

Пусть $k = 2n+1 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$ (нечетные гармоники) $\Rightarrow \cos(\pi k) = -1 \Rightarrow b_k = +\frac{2}{\pi k}$

Составим таблицу с амплитудами гармоник:

Таблица 3. значения a_k и b_k для различных k .

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a_k	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b_k	0	$\frac{2}{\pi}$	0	$\frac{2}{3\pi}$	0	$\frac{2}{5\pi}$	0	$\frac{2}{7\pi}$	0	$\frac{2}{9\pi}$

Гармоники входного сигнала:

$$e^{(0)}(t) = \frac{1}{2}$$

$$e^{(1)}(t) = \frac{2}{\pi} \sin \omega t$$

$$e^{(2)}(t) = 0$$

$$e^{(3)}(t) = \frac{2}{3\pi} \sin 3\omega t$$

$$e^{(4)}(t) = 0$$

$$e^{(5)}(t) = \frac{2}{5\pi} \sin 5\omega t$$

$$e^{(6)}(t) = 0$$

$$e^{(7)}(t) = \frac{2}{7\pi} \sin 7\omega t$$

$$e^{(8)}(t) = 0$$

$$e^{(9)}(t) = \frac{2}{9\pi} \sin 9\omega t$$

Найдем гармоники выходного сигнала

Таблица 4.

n	0	1	3	5	7	9
$ K_n(2000\pi) $	1	0,8403	0,8344	0,8336	0,8334	0,8334
$\arg(K_n(2000\pi))$	0	-0,0381	-0,0732	-0,0079	-0,0057	-0,0044

$$U_2^{*(n)} = K_n(n \cdot \omega) \cdot E^{(n)}$$

$$U_2^{(0)} = 1 \cdot \frac{1}{2} = 0,5$$

$$U_2^{(1)} = 0,8403 \cdot \frac{2}{\pi} \sin(\omega t - 0,0381) = 0,535 \sin(\omega t - 0,0381)$$

$$U_2^{(3)} = 0,8344 \cdot \frac{2}{3\pi} \sin(\omega t - 0,0732) = 0,177 \sin(3\omega t - 0,0732)$$

$$U_2^{(5)} = 0,8336 \cdot \frac{2}{5\pi} \sin(\omega t - 0,0079) = 0,106 \sin(5\omega t - 0,0079)$$

$$U_2^{(7)} = 0,8334 \cdot \frac{2}{7\pi} \sin(\omega t - 0,0057) = 0,075 \sin(7\omega t - 0,0057)$$

$$U_2^{(9)} = 0,8334 \cdot \frac{2}{9\pi} \sin(\omega t - 0,0044) = 0,0585 \sin(9\omega t - 0,0044)$$

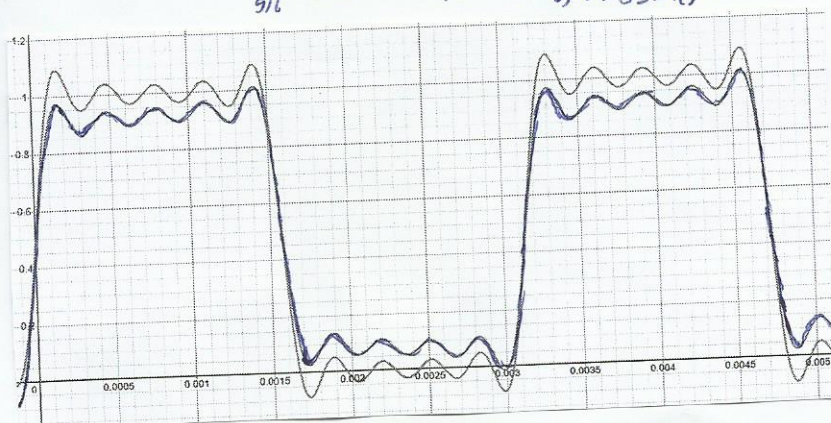


рис. 5 черный - входной сигнал
синий - выходной сигнал

6) Изобразим на графиках модуль спектра входного сигнала,
модуль спектра выходного сигнала,
модуль спектра фазы выходного сигнала.

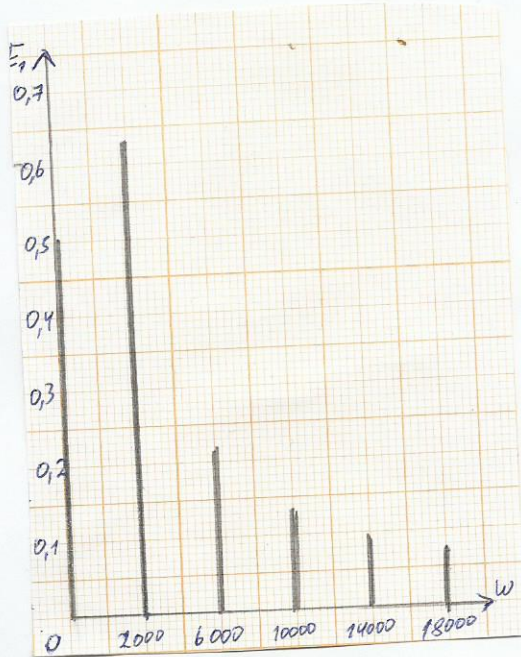


рис. 6 спектр входного сигнала

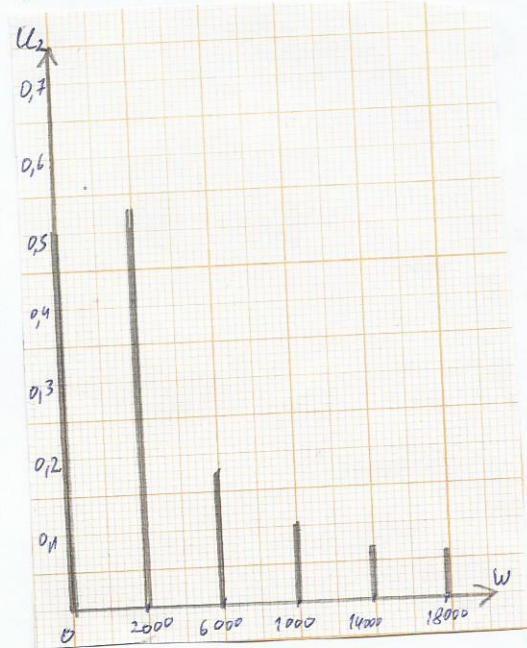


рис. 7 спектр выходного сигнала

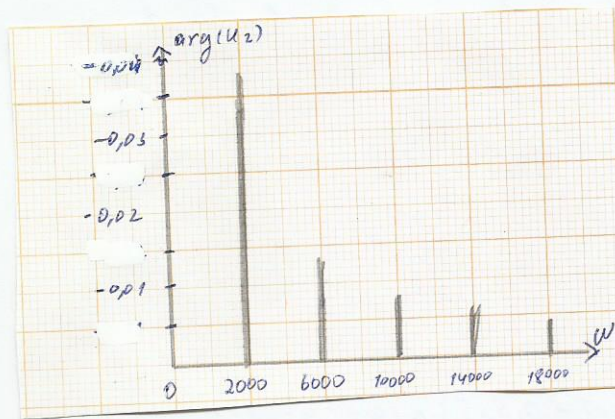


рис. 8 спектр фазы выходного сигнала

7) Выведем формулу зависимости комплексного входного сопротивления от частоты.

$$Z_{13} = Z_1 + Z_3$$

$$Z_{123} = \frac{Z_2 Z_{13}}{Z_2 + Z_{13}} = \frac{Z_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{одч} = Z_{123} + Z_4 = \frac{Z_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} + Z_4 = \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} - j \frac{1}{\omega C}$$

$$Z_*(\omega) = \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + j \frac{(-1)}{\omega C} - \text{зависимость комплексного входного сопротивления от частоты}$$

$\text{Re}\{Z_{одч}\} \quad \text{Im}\{Z_{одч}\}$

$$|Z(\omega)| = \sqrt{\frac{R_2^2 (R_1 + R_3)^2}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \sqrt{225 + \frac{9 \cdot 10^8}{25 \omega^2}}$$

$$\arg(Z(\omega)) = \arctg\left(\frac{(R_1 + R_2 + R_3)}{\omega C R_2 (R_1 + R_3)}\right) = \arctg\left(\frac{400}{\omega}\right)$$

$$\text{Re}\{Z(\omega)\} = \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = 15$$

$$\text{Im}\{Z(\omega)\} = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{50000}{3\omega}$$

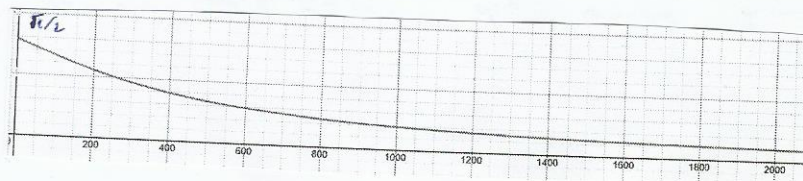


рис. 9. фаза комплексного сопротивления

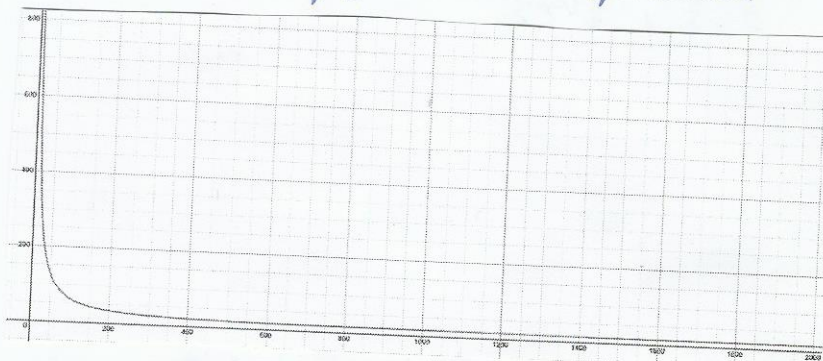


рис. 10. модуль комплексного сопротивления

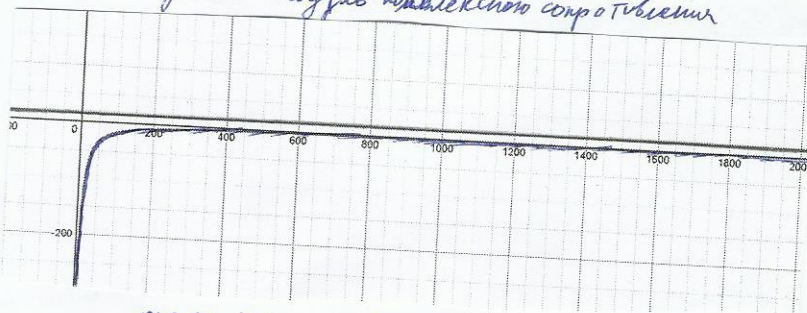


рис. 11. компоненты комплексного сопротивления

черный — действительная
синий — мнимая

8

8) Найти зависимость силы тока от времени. при $\omega = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{1}{\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3} + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C(R_1+R_2+R_3)}{j\omega C R_2(R_1+R_3) + (R_1+R_2+R_3)}$$

$$|\dot{I}| = \frac{\sqrt{\omega^2 C^2 (R_1+R_2+R_3)^2}}{\sqrt{(R_1+R_2+R_3)^2 + \omega^2 C^2 R_2^2 (R_1+R_3)^2}} = \frac{\sqrt{26}}{78} = 0,065$$

$$\arg(\dot{I}) = \arctan\left(\frac{\omega C(R_1+R_2+R_3)}{0}\right) - \arctg\left(\frac{\omega C R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}\right) = \frac{\pi}{2} - 1,373 = 0,197$$

$$I_{\text{eff}}(t) = 0,065 \cos(\omega t + 0,197)$$

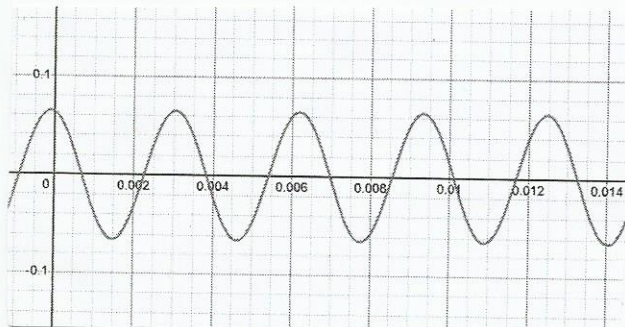
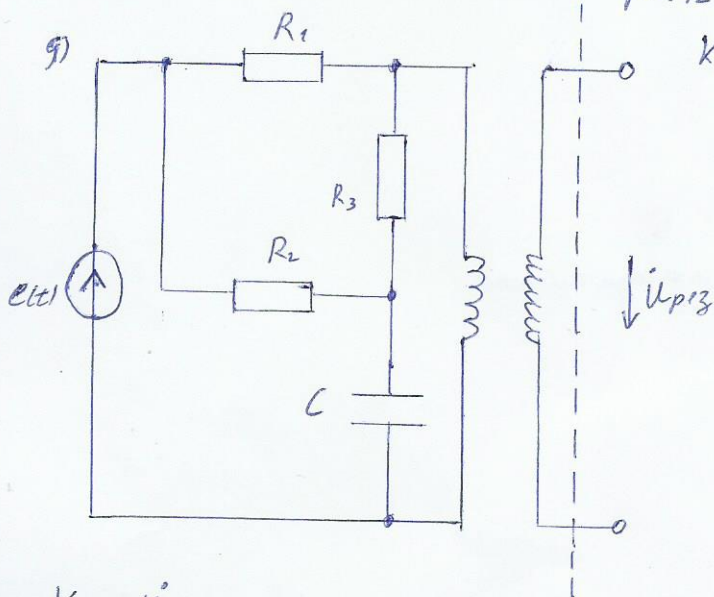


рис. 12 сила тока от времени



$K_{TP} = 15, \omega = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, E_{\text{BX}} = 16$

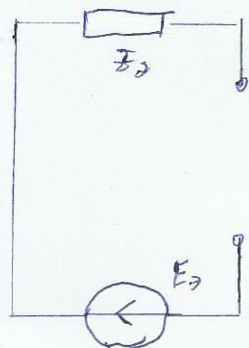
$$K_{TP} = \frac{U_{\text{рез}}}{U_{\text{вх}}} = 15 \Rightarrow \dot{U}_{\text{рез}} = \dot{U}_{\text{вх}} K_{TP} = 15(0,839 - 0,032j) = 12,585 - 0,48j = \dot{E}_2$$

$$\dot{U}_{\text{вх}} = K_u \dot{U}_{\text{BX}} = 1 \cdot \frac{j\omega C R_2 R_3 + (R_1 + R_2 + R_3)}{j\omega C R_2 (R_1 + R_3) + (R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{131}{156} - \frac{5}{156}j = 0,839 - 0,032j$$

Найти внутреннее сопротивление эквивалентного источника:

$$R_{12} = R_1 + R_2; R_{423} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}; R_{123L} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{1}{j\omega C} = 18,75 - \frac{6000j}{\omega}$$

Эквивалентная схема



$$Z_2 = K_{TP}^2 Z$$

$$Z_2 = 225 \cdot (18,75 - 3j) = 4218,75 - 675j$$

$$Z = R_{123L} |_{\omega=2000} = 18,75 - 3j$$

Выводы

В рамках работы проведен расчет различных параметров четырехполюсника, выяснены зависимости различных параметров от частоты. Изображены графики на миллиметровой бумаге и в приложении desmos.