

Адаптивная система перехода между уровнями задач: экспериментальная проверка

1 Введение

Современные цифровые образовательные системы требуют учёта не только правильности решений, но и дополнительных факторов, влияющих на успешность обучения. Ключевой задачей является разработка **многокритериальной модели оценки**, позволяющей переводить учащегося между уровнями сложности задач (Low → Medium → High) или фиксировать момент полного освоения темы.

В данной работе представлена экспериментальная проверка модели на примере трёх студентов с различным уровнем успеваемости и мотивации.

2 Методика: формализация показателей

Для каждого студента в течение недели вычисляются четыре ключевых показателя. Все они нормируются в диапазон $[0, 1]$ и учитываются при интегральной оценке.

2.1 Точность решений (Accuracy)

Каждая задача j может быть решена с первой, второй или третьей попытки. Для учёта штрафов используется вектор коэффициентов:

$$penalty_weights = (1.0, p_2, p_3), \quad \text{где } 0 < p_3 < p_2 < 1$$

Тогда весовой балл задачи:

$$Score_j = \begin{cases} 1.0, & \text{если верно с первой попытки,} \\ p_2, & \text{если верно со второй попытки,} \\ p_3, & \text{если верно с третьей попытки,} \\ 0, & \text{если не решено.} \end{cases}$$

Итоговая точность:

$$Accuracy = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Score_j$$

где N — количество заданных задач в течение периода.

2.2 Скорость решения (TimeScore)

Для каждой задачи задано эталонное время T_{ref}^j . Для оценки типичной скорости студента используется медианное время всех попыток:

$$T_{median} = \text{median}\{T_1, T_2, \dots, T_M\},$$

где T_k — время k -й попытки, M — общее число попыток.

Использование медианы обеспечивает устойчивость к выбросам, вызванным техническими проблемами или внешними отвращениями.

Нормировка:

$$TimeScore = \min\left(1, \frac{T_{ref}^{avg}}{T_{median}}\right),$$

где T_{ref}^{avg} — среднее эталонное время по задачам данного уровня.

2.3 Прогресс (Progress)

Прогресс определяется как доля правильно решённых задач от всех предложенных в периоде:

$$Progress = \frac{Solved}{Total}$$

2.4 Мотивация (Motivation)

Мотивация отражает поведенческие паттерны учащегося, измеряя регулярность и вовлеченность в учебный процесс независимо от академических результатов.

Формула основана на двухкомпонентной модели:

$$Motivation = w_{cons} \cdot Consistency + w_{eng} \cdot Engagement$$

где веса w_{cons} и w_{eng} задаются администратором системы через параметр α (коэффициент вовлеченности):

$$w_{cons} = \frac{1}{1 + \alpha}, \quad w_{eng} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

2.4.1 Компонент регулярности (Consistency)

Измеряет постоянство учебной активности в рабочие дни:

$$Consistency = \min\left(1, \frac{DaysActive_{work}}{5}\right)$$

где $DaysActive_{work}$ — количество рабочих дней (понедельник–пятница) с учебной активностью.

2.4.2 Компонент вовлеченности (Engagement)

Оценивает интенсивность и дополнительные усилия учащегося:

$$Engagement = \min(1, \gamma_{weekend} + \gamma_{intensity} + \gamma_{distribution})$$

где компоненты определяются как:

Выходная активность:

$$\gamma_{weekend} = \begin{cases} 0.4, & \text{если } DaysActive_{weekend} > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Интенсивность попыток:

$$\gamma_{intensity} = \begin{cases} \min\left(0.4, \frac{AttemptsCount}{DaysActive_{work} \cdot 15}\right), & \text{если } DaysActive_{work} > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Распределение активности:

$$\gamma_{distribution} = \min\left(0.2, \frac{DaysActive_{total}}{7}\right)$$

где:

- $DaysActive_{weekend}$ — количество дней активности в выходные (суббота, воскресенье)
- $AttemptsCount$ — общее количество попыток решения задач за период
- $DaysActive_{total}$ — общее количество дней с активностью (включая выходные)

2.4.3 Рекомендуемые значения параметров

Для сбалансированной оценки рекомендуется:

$$\alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow w_{cons} = 0.6, w_{eng} = 0.4$$

Данная конфигурация обеспечивает приоритет регулярности при значимом учете дополнительных усилий.

2.4.4 Свойства модели

1. **Нормализация:** $Motivation \in [0, 1]$ для всех входных значений
2. **Независимость:** не коррелирует с академическими показателями (Accuracy, Progress)
3. **Поведенческий фокус:** измеряет только паттерны активности, не результаты
4. **Справедливость:** учитывает различные стили обучения через компонент вовлеченности

2.4.5 Примеры расчета

Высокомотивированный студент (5 рабочих дней + выходные, 50 попыток, 7 дней активности):

$$Consistency = \min(1, 5/5) = 1.0$$

$$\begin{aligned} Engagement &= \min(1, 0.4 + \min(0.4, 50/(5 \cdot 15))) + \min(0.2, 7/7) \\ &= \min(1, 0.4 + 0.4 + 0.2) = 1.0 \end{aligned}$$

$$Motivation = 0.6 \cdot 1.0 + 0.4 \cdot 1.0 = 1.0$$

Нерегулярный студент (2 рабочих дня, 30 попыток, 2 дня активности):

$$Consistency = \min(1, 2/5) = 0.4$$

$$\begin{aligned} Engagement &= \min(1, 0 + \min(0.4, 30/(2 \cdot 15))) + \min(0.2, 2/7) \\ &= \min(1, 0 + 0.4 + 0.057) = 0.457 \end{aligned}$$

$$Motivation = 0.6 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.457 = 0.423$$

2.5 Интегральная оценка

Общий показатель:

$$FinalScore = w_a \cdot Accuracy + w_t \cdot TimeScore + w_p \cdot Progress + w_m \cdot Motivation,$$

где w_a, w_t, w_p, w_m — веса, задаваемые администратором системы.

2.6 Правила перехода

Для каждого уровня установлены два порога:

$$\begin{cases} FinalScore < Threshold_{min} & \Rightarrow \text{понижение уровня} \\ Threshold_{min} \leq FinalScore < Threshold_{max} & \Rightarrow \text{сохранение уровня} \\ FinalScore \geq Threshold_{max} & \Rightarrow \text{повышение уровня} \end{cases}$$

Если студент находится на последнем уровне (High) и превышает $Threshold_{max}$, фиксируется статус «Тема освоена».

3 Экспериментальный дизайн

В исследовании участвовали три студента:

- **Иван Зачетный** (эталонный отличник).
- **Пётр Залетный** (часто допускающий ошибки).
- **Витя Среднячок** (средний по успеваемости, но мотивированный).

Каждую неделю учащимся предлагалось 20 задач определённого уровня сложности (Low, Medium или High). Переход на новый уровень или возврат определялся на основе вычисленных показателей.

4 Результаты

4.1 Неделя 1

- **Иван Зачетный (Low → Medium)**: решил все задачи с первой попытки ($Accuracy = 1.0$), время стабильно близко к эталонному, активность на протяжении 4 рабочих дней. Итог: перевод на Medium.
- **Пётр Залетный (Low → Medium)**: решил около 60% задач, часть с третьей попытки, $Accuracy \approx 0.55$, $Progress \approx 0.6$. Активность регулярная. Переведён условно на Medium.
- **Витя Среднячок (Low остаётся)**: точность ≈ 0.5 , $Progress \approx 0.55$, но высокая мотивация (работал все 7 дней). Не достиг минимального порога, остался на Low.

4.2 Неделя 2

- **Иван Зачётный (Medium → High):** $Accuracy = 1.0$, $Progress = 1.0$, время улучшилось. Перевод на High.
- **Пётр Залётный (Medium → Low):** точность упала до ≈ 0.4 , $Progress \approx 0.45$, регулярность сохранил, но ошибок много. Возвращён на Low.
- **Витя Среднячок (Low → Medium):** точность ≈ 0.65 , $Progress \approx 0.7$, мотивация высокая. Переведён на Medium.

4.3 Неделя 3

- **Иван Зачётный (High → Mastered):** $Accuracy = 1.0$, $Progress = 1.0$, время ≈ 275 сек. Освоил тему.
- **Пётр Залётный (Low остаётся):** точность ≈ 0.6 , $Progress \approx 0.65$, улучшение по сравнению с предыдущей неделей, но недостаточно для перехода.
- **Витя Среднячок (Medium остаётся):** точность ≈ 0.7 , $Progress \approx 0.7$, высокая мотивация. Оставлен на Medium для закрепления.

5 Детализация результатов по каждому студенту

5.1 Иван Зачётный (отличник)

Неделя 1 (уровень Low): Иван решил все 20 задач с первой попытки. Среднее время $T_{avg} = 285$ сек, что близко к эталону (300 сек).

$$Accuracy = 1.0, \quad TimeScore \approx 1.0, \quad Progress = 1.0, \quad Motivation = 0.8$$

Итоговый $FinalScore$ превысил $Threshold_{max}$, студент переведён на уровень Medium.

Неделя 2 (уровень Medium): Иван снова решил все задачи с первой попытки, среднее время даже улучшилось ($T_{avg} = 275$ сек). Все показатели близки к 1.0, итоговый $FinalScore$ снова значительно выше $Threshold_{max}$. Иван переведён на уровень High.

Неделя 3 (уровень High): Иван завершил тему, решив все задачи за 4 дня, сохранив максимальные показатели. Получил статус «Тема освоена».

5.2 Пётр Залётный (слабый студент)

Неделя 1 (уровень Low): Пётр решал задачи с ошибками: часть — со 2–3 попытки, несколько остались нерешёнными.

$$Accuracy \approx 0.55, \quad TimeScore \approx 0.9, \quad Progress \approx 0.7, \quad Motivation = 1.0$$

Итоговый $FinalScore$ оказался около границы $Threshold_{max}$ за счёт высокой мотивации (работал почти каждый день). Поэтому система дала шанс перехода на уровень Medium.

Неделя 2 (уровень Medium): На среднем уровне показатели ухудшились: ошибки участились, время выросло ($T_{avg} \approx 320$ сек).

$$Accuracy \approx 0.4, \quad TimeScore \approx 0.75, \quad Progress \approx 0.6, \quad Motivation = 0.8$$

$FinalScore$ упал ниже $Threshold_{min}$, что потребовало понижения обратно на уровень Low.

Неделя 3 (уровень Low): На низком уровне Пётр работал более стабильно: Ассигасу вырос до ≈ 0.65 , время немного сократилось. Но прогресс оставался ниже нормы, поэтому студент пока остаётся на Low.

5.3 Витя Среднячок (средний студент)

Неделя 1 (уровень Low): Витя часто решал со 2-й попытки, время нестабильное (310–340 сек).

$$Accuracy \approx 0.6, \quad TimeScore \approx 0.85, \quad Progress = 0.8, \quad Motivation = 1.0$$

$FinalScore$ оказался в зоне сохранения уровня, студент остался на Low.

Неделя 2 (уровень Low): Показатели улучшились: $Accuracy \approx 0.7$, время сократилось, $Progress \approx 0.9$.

$$FinalScore \geq Threshold_{max}$$

Витя переведён на уровень Medium.

Неделя 3 (уровень Medium): На среднем уровне результаты смешанные: Ассигасу упало (около 0.55), время нестабильно (320–340 сек). Прогресс высокий, Motivation тоже, но $FinalScore$ оказался ниже порога перехода, поэтому студент закрепляется на Medium.

6 Выводы по индивидуальным траекториям

- Иван показал эталонную траекторию (Low→Medium→High→Mastered). - Пётр оказался «мотивационным аутсайдером»: высокая активность не компенсировала низкую точность, система корректно вернула его на низкий уровень. - Витя продемонстрировал медленный, но устойчивый рост: закрепление на Low, затем успешный переход на Medium.

7 Обсуждение

Результаты показывают, что модель позволяет гибко адаптировать обучение под индивидуальные траектории:

- успешные учащиеся быстро проходят все уровни,
- студенты со слабой базой, но высокой мотивацией демонстрируют положительную динамику,
- при низкой точности система возвращает студента на предыдущий уровень.

Таким образом, адаптивная система учитывает не только академические результаты, но и поведенческие факторы, что повышает объективность и гибкость оценивания.

8 Заключение

Предложенный подход обеспечивает:

- справедливую и прозрачную систему переходов,
- учёт когнитивных и мотивационных характеристик,

- возможность выявления студентов с риском «застревания».

Эксперимент показал, что модель применима для школьников среднего звена и может быть расширена.

А Приложение А. Пример расчёта для Петра Залётного (Неделя 2)

- Уровень: Medium (задачи #2001–#2020), всего $N = 20$ задач.
- Всего попыток за неделю: 51.
- Решено задач: $Solved = 16$ (по первой успешной попытке), 4 задачи не доведены до верного ответа.
- Среднее время попытки: $T_{avg} = 313.8$ s.
- Активные дни: 5 (только будни), попыток на выходных нет.

Штрафы за номер успешной попытки. Используем вектор штрафов:

$$penalty_weights = (1.0, p_2, p_3), \quad p_2 = 0.7, \quad p_3 = 0.4.$$

Пусть a_1, a_2, a_3 — количество задач, решённых на 1/2/3-й попытке соответственно, причём $a_1 + a_2 + a_3 = 16$ и 4 задачи не решены. Тогда взвешенная сумма баллов:

$$\sum_{j=1}^N Score_j = 1.0 \cdot a_1 + 0.7 \cdot a_2 + 0.4 \cdot a_3 = 9.10.$$

(это из данных недели; конкретные a_1, a_2, a_3 не приводим, фиксируем итоговую сумму 9.10)

Accuracy.

$$Accuracy = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Score_j = \frac{9.10}{20} = 0.455.$$

TimeScore. Берём усреднённый эталон по уровню: $T_{ref}^{avg} = 300$ s. Тогда

$$TimeScore = \min\left(1, \frac{T_{ref}^{avg}}{T_{avg}}\right) = \min\left(1, \frac{300}{313.8}\right) = 0.956.$$

Progress.

$$Progress = \frac{Solved}{Total} = \frac{16}{20} = 0.800.$$

Motivation. Активность в 5 рабочих дней, выходных попыток нет:

$$Motivation = \frac{DaysActive}{5} + \delta_{weekend} \cdot \beta = \frac{5}{5} + 0 \cdot 0.1 = 1.0.$$

Интегральная оценка и решение о переводе. Интегральная формула:

$$FinalScore = w_a \cdot Accuracy + w_t \cdot TimeScore + w_p \cdot Progress + w_m \cdot Motivation.$$

(а) Равные веса (иллюстрация чувствительности): $w_a = w_t = w_p = w_m = 0.25$,

$$FinalScore^{(=)} = 0.25 \cdot (0.455 + 0.956 + 0.800 + 1.0) = 0.803.$$

При такой конфигурации сильная мотивация и приемлемая скорость *маскируют* низкую точность.

(б) Конфигурация эксперимента (акцент на точность):

$$(w_a, w_t, w_p, w_m) = (0.50, 0.20, 0.20, 0.10).$$

Тогда

$$\begin{aligned} FinalScore^{(*)} &= 0.50 \cdot 0.455 + 0.20 \cdot 0.956 + 0.20 \cdot 0.800 + 0.10 \cdot 1.0 \\ &= 0.2275 + 0.1912 + 0.1600 + 0.1000 = 0.6787. \end{aligned}$$

Пороговая логика уровня Medium:

$$\begin{cases} FinalScore < Threshold_{min} = 0.70 & \Rightarrow \text{понижение уровня,} \\ 0.70 \leq FinalScore < Threshold_{max} = 0.85 & \Rightarrow \text{сохранить,} \\ FinalScore \geq 0.85 & \Rightarrow \text{повысить.} \end{cases}$$

Так как $FinalScore^{(*)} = 0.679 < 0.70$, принимается решение: **понижить уровень до Low**. Это согласуется с наблюдаемой динамикой: высокая мотивация и нормальное время не компенсируют систематически низкую точность (много попыток, 4 задачи не доведены до верного ответа).

Итог по неделе 2 (Пётр).

$$Accuracy = 0.455,$$

$$TimeScore = 0.956,$$

$$Progress = 0.800,$$

$$Motivation = 1.0,$$

$$FinalScore = 0.679 \Rightarrow \text{понижение (Medium} \rightarrow \text{Low)}.$$

Замечание о настройках. Если цель — поддерживать мотивацию и «не штрафовать» студентов при высокой активности, можно уменьшить w_a и повысить w_m . В нашем эксперименте, напротив, точность имела высокий приоритет, что и привело к понижению при низком *Accuracy*.