Контрольные вопросы по теме "Интерполяция"

Вопрос 1

$$r_n(x) = f(x) - L_n(x) \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}|x - x_0|...|x - x_n| \in [a, b]$$

$$\{x_i\}, i = 0...n, \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}|x - x_0|...|x - x_n| = min?$$

Если $[a, b] = [-1, 1]$, то $\{x_i\}$ примет вид:

$$x_i = \frac{1}{2}[(b - a)cos(\frac{2i + 1}{2(n + 1)}\pi) + (b + a)], i = 0...n$$

Тогда:

$$|r_n(x)| \le \frac{M_{n+1}(b - a)^{n+1}}{2^{2n+1}(n + 1)!}$$

Вопрос 2

Так как полиномы Лагранжа и Ньютона являются всего лишь разными формами записи интерполяционного полинома, то их методические погрешности совпадают.

Вопрос 3

А)

$$x_0 = x, x_1 = x + h$$

$$L_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} * f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} * f(x_1) = \frac{x - x_0 - h}{-h}f(x_0) + \frac{x - x_0}{h}f(x_1)$$

$$L_1'(x) = ... = \frac{f(x_0)}{-h} + \frac{f(x_1)}{h}$$

$$r_n(x) = \frac{f^{(2)}(\xi)}{2}(x - x_0)(x - x_1), \xi \in (a, b)$$

Б)

$$x_0 = x - h, x_1 = x$$

$$L_1(x) = f(x_0) * \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + f(x_1) * \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = f(x_0) * \frac{x - x_1}{-h} + f(x_1)\frac{x - x_0}{h} =$$

$$= f(x_0)\frac{x - x_1}{-h} + f(x_1)\frac{x - x_1 + h}{h}$$

$$L_1'(x) = \frac{f(x_0)}{-h} + \frac{f(x_1)}{h}$$

$$r_1(x) = \frac{f^{(2)}(\xi)}{2}(x - x_1)(x - x_1 - h), \xi \in (a, b)$$

В)

$$x_0 = x - h, x_1 = x, x_2 = x + h$$

$$L_2(x) = f(x_0)\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + f(x_1)\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} +$$

$$+f(x_2)\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)} = ... =$$

$$f(x_0)\frac{(x-x_1)^2 - h(x-x_1)}{2h^2} + f(x_1)\frac{(x-x_1)^2 - h^2}{-h^2} + f(x_2)\frac{(x-x_1)^2 + h(x-x_1)}{2h^2}$$

$$L_2'(x) = ... = f(x_0)\frac{2(x-x_1) - h}{2h^2} + f(x_1)\frac{2(x-x_1)}{h^2} + f(x_2)\frac{2(x-x_1) + h}{2h^2}$$

$$r_2(x) = \frac{f^{(3)}(\xi)}{6}(x - x_1 + h)(x - x_1)(x - x_1 - h), \xi \in (a, b)$$

$$L_2''(x) = ... = f(x_0)\frac{x}{h^2} + f(x_1)\frac{2x}{h^2} + f(x_2)\frac{x}{h^2}$$

Вопрос 4

Пока не получился :(