



# Estimación de la deuda de pensiones: Una comparación de políticas de pensiones

*VICENTE ERNESTO ZÓCCOLA DOMÍNGUEZ*

Tesis para optar al Título de Ingeniero(a) Civil Industrial

Profesor Guía: Jocelyn Tapia

Profesor comisión 1: Jorge Sabat

Profesor comisión 2: José Cerda

*FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS*

*ESCUELA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL*

Santiago, Chile

25 de julio de 2025

# Índice

<b>1. Descripción de sistemas de pensiones</b>	<b>4</b>
1.1. Sistema de pensiones de Bélgica . . . . .	5
1.2. Sistema de pensiones de Chile . . . . .	6
1.3. Sistema de pensiones de Estados Unidos . . . . .	8
<b>2. Contabilidad Generacional</b>	<b>9</b>
<b>3. Modelo Lee-Carter</b>	<b>13</b>
<b>4. Datos</b>	<b>19</b>
<b>5. Resultados</b>	<b>23</b>
<b>6. Conclusión</b>	<b>28</b>

## Índice de figuras

1.	Tasas de mortalidad por país en mujeres para el año 2000 (fuente: HMD).	20
2.	Tasas de mortalidad por país en hombres para el año 2010 (fuente: HMD).	20
3.	Tasas de interés por país del 2000 al 2019. . . . .	22
4.	Tasas de mortalidad observadas por país y sexo para el año 2019 (fuente: HMD). . . . .	24
5.	Tasas de mortalidad proyectadas por país y sexo para el año 2050. . . .	24
6.	CNU por país y sexo para los años 2000 a 2019. . . . .	26
7.	Diferencia de CNU entre mujeres y hombres por país para los años 2000 al 2019. . . . .	27
8.	Deuda implícita como % del PIB para hombres y mujeres por país para los años 2000 al 2019. . . . .	28

## Índice de cuadros

1. Salario medio y tasas de reemplazo por país para el año 2020. . . . . 9

# 1. Descripción de sistemas de pensiones

En todo el mundo, existen sistemas de pensiones que varían significativamente en su organización y estructura, desde aquellos en los que el Estado juega un papel preponderante, hasta aquellos en los que el papel del Estado es mínimo. En el primer grupo, se encuentran países como Bélgica, donde las pensiones son provistas por fondos públicos, y donde el monto de la pensión depende de factores como la cantidad de años cotizados y los ingresos promedio percibidos durante la vida laboral del afiliado. En el otro extremo del espectro se encuentra Chile, donde el Estado tiene un papel menor en el sistema de pensiones, y consiste principalmente en regular a los administradores privados de los ahorros de pensiones. El sistema privado basado en la capitalización individual proporciona ingresos a la edad avanzada y, el Estado subsidia a pensionados que sin la ayuda del mismo no tendrían los recursos necesarios para tener una pensión equivalente a la mínima. En un nivel intermedio se encuentra Estados Unidos, donde el sistema de pensiones es un modelo híbrido que combina elementos del sector público y privado. El Seguro Social ofrece pagos decrecientes en función de los ingresos durante la vida laboral del trabajador, mientras que empresas con fines de lucro administran ahorros en cuentas individuales de trabajadores, principalmente aquellos con mayores ingresos. En general, se puede considerar al sistema estadounidense como un sistema mixto en el que tanto el sector público como el privado coexisten, pero con una mayor participación del sector privado.

El Banco Mundial ha propuesto un modelo cualitativo compuesto por cinco pilares (Holzmann, Hinz y Dorfman 2008), que ha servido como guía para diseñar y evaluar la sostenibilidad y adecuación de los sistemas. En este modelo los sistemas de pensiones se pueden clasificar según su modelo de financiamiento y población objetivo. En el Pilar 0 se incluyen los sistemas de pensiones financiados y administrados de manera estatal, existiendo programas de pensiones que otorgan un nivel básico de ingresos y

focalizadas en pensionados que reciben una protección mínima en la vejez, aumentando los ingresos que recibe los pensionados. El Pilar 1, se incluyen programas públicos de beneficio definido que entregan pensiones dependiendo del historial de contribuciones. Estos programas típicamente son estructurados a través de reparto intergeneracional, tal que los actuales trabajadores financian a las antiguas generaciones. El Pilar 2 considera planes privados de pensiones patrocinados por empleadores y, pueden ser programas de beneficio definido o de ahorro individual. En el Pilar 3, entran las pensiones financiadas por ahorro obligatorio o voluntario. Finalmente, el Pilar número 4 corresponde a una combinación mecanismos, los que incluyen el acceso a apoyo informal a través de la red familiar, la participación en otros programas sociales formales, como la atención médica, y ahorro en activos financieros y no financieros, como la vivienda.

Cada país cuenta con su propio sistema de pensiones, en el cual se establecen distintos pilares que ofrecen seguridad social a los pensionados de manera más o menos eficiente. Estos pilares varían en su estructura y cobertura, y pueden incluir sistemas de pensiones públicas, privadas o mixtas.

### **1.1. Sistema de pensiones de Bélgica**

Según el informe OECD 2021 en el caso de Bélgica, el Estado es el encargado de pagar las pensiones mediante un sistema de reparto. En este sistema los trabajadores activos financian las pensiones de aquellos que se encuentran retirados de la vida laboral. Las pensiones dependen de la cantidad de años cotizados y los ingresos promedio percibidos en la vida laboral del afiliado, y se encuentran indexadas según el Índice de Precios al Consumidor (IPC). Para aquellos individuos que hayan cotizado en el sistema y no alcancen a recibir una prestación mínima de \$1.095 USD mensuales en términos de Paridad de Poder Adquisitivo (USD PPP<sup>1</sup> de ahora en adelante), tienen derecho a acceder a la Garantía de Ingresos para Personas Mayores (GRAPA), la cual tiene una

---

<sup>1</sup>Por sus siglas en inglés, purchasing power parity.

cuantía máxima de \$13.140 USD PPP anuales. Este programa consiste en un ingreso mínimo garantizado por el Estado de Bélgica, el cual se reduce gradualmente en función del nivel de ingreso del beneficiario. En el año 2020, la pensión mínima representó el 32,5 % de los ingresos medios y benefició al 33 % de la población adulta mayor en 2018. La edad de jubilación es de 65 años sin importar el género, siempre y cuando se hayan cotizado al menos 30 años. La tasa de reemplazo se define como una medida que compara los ingresos de un individuo durante su vida laboral, con los ingresos que percibe posterior a jubilarse y, se refiere a la proporción del ingreso laboral que se reemplaza por ingresos provenientes de una pensión de jubilación. Para el 2020 se estableció en un 67,5 % para aquellos trabajadores con ingresos iguales a la mitad del salario medio, un 43,4 % para aquellos con el salario medio y un 29,2 % para aquellos que ganan dos veces el salario medio. El gasto del Estado belga en pensiones en 2017 representó el 10,5 % del PIB y, cabe desatacar que el salario medio anual durante el 2020 corresponde a \$63.287 USD PPP.

## **1.2. Sistema de pensiones de Chile**

El sistema de pensiones en Chile es de carácter obligatorio y se basa en una regla de capitalización individual obligatoria. Los trabajadores cotizan el 10 % de sus ingresos formales, los cuales son depositados en cuentas individuales administradas por empresas privadas con fines de lucro, llamadas Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP). Al momento de jubilarse, los afiliados tienen derecho a recibir una pensión que se basa en el ahorro acumulado en su cuenta individual. Sin embargo, en caso de que el monto acumulado no alcance ciertos niveles mínimos establecidos por ley<sup>2</sup> y el afiliado haya cotizado al menos 20 años en el sistema, se activa la garantía estatal. Esta garantía asegura que si la pensión mensual resultante no alcanza ciertos umbrales, se otorgará

---

<sup>2</sup>La pensión percibida de manera mensual debe ser inferior a los \$410,71 USD PPP para personas menores de 70 años, \$1449,08 USD PPP para personas entre 70 y 75 años, y \$479,13 USD PPP para personas mayores de 75 años.

un beneficio mensual adicional. Los montos de este beneficio varían según la edad del afiliado: \$410,721 USD PPP para personas menores de 70 años, \$449,08 USD PPP pesos para personas entre 70 y 75 años, y \$479,13 USD PPP para personas mayores de 75 años. Estos montos son entregados de manera mensual y buscan proporcionar un nivel mínimo de ingresos a los jubilados en función de su edad. En 2022 se creó la Pensión Garantizada Universal (PGU), beneficio no contributivo para aquellos que tengan una pensión igual o menor a \$1668,09 USD PPP mensuales, el monto de la PGU será de \$489,83 USD PPP. Sin embargo, para aquellos que tengan una pensión mayor a \$1668,09 pero menor a lo indicado en la ley<sup>3</sup>, el monto de la PGU se reducirá de acuerdo con el monto de la pensión recibida. Esta reducción se realiza de forma proporcional, de manera que a medida que la pensión aumenta, el monto de la PGU disminuye gradualmente. También existe el Aporte Previsional Solidario (APS), beneficio estatal destinado a personas mayores a los 65 años y que tienen una pensión mensual inferior a los \$1153,89 USD PPP. Los beneficiarios recibirán un pago mes a mes de \$1191,05 USD PPP. Tanto la PGU como el APS se encuentran indexados al IPC, dichos beneficios reemplazaron la pensión asistencial y cubren a cerca del 60 % de la población mayor de 65 años, proporcionando un beneficio equivalente al 16,5 % del ingreso promedio. Tanto la PGU como la APS, son beneficios incompatibles con la garantía estatal y es por ello que prevalecerá aquel que otorgue mayor beneficio al afiliado, además de no ser dependientes de los años cotizados. La edad de jubilación en Chile es de 60 años para las mujeres y 65 años para los hombres. En relación a la tasa de reemplazo financiada por el Estado para el año 2020, se establece que es del 10,8 % para aquellos individuos que recibieron la mitad del salario medio. En contraste, para aquellos que percibieron el salario medio o más, la tasa de reemplazo es del 0 %. Es importante destacar que el salario medio anual para el año 2020, en términos de PPP, equivale a \$24.423 USD. En 2017, el gasto fiscal en pensiones en Chile fue del 2,8 % del Producto Interno Bruto

---

<sup>3</sup>La PGU no será otorgada a aquellos que cuenten con una pensión superior a \$2647,76 USD PPP.



(PIB).

### **1.3. Sistema de pensiones de Estados Unidos**

El sistema de pensiones de Estados Unidos se basa en una combinación de sistemas públicos y privados. El segmento público conocido como Seguro Social, que es administrado por el Gobierno Federal y sus contribuyentes son tanto los trabajadores como los empleadores. Por otro lado, el sector privado se encarga de complementar el Seguro Social y proveer ingresos adicionales durante la etapa de jubilación. El Seguro Social entrega una pensión que se encuentra en función del salario y de la cantidad de años trabajados, donde el mínimo requerido para ser elegible son once años y una remuneración de al menos \$17.820 USD PPP anuales, haciéndose entrega de una pensión de \$594 USD PPP anuales. La pensión máxima pagada por el Estado es otorgada a aquellos individuos que aportaron de manera activa durante 30 años y alcanzaron un promedio anual de \$160.200 USD PPP, recibiendo así, un pago mensual de \$18.038 USD PPP. Para aquellos que no cumplan con los requisitos mínimos del Seguro Social existe el Ingreso de Seguridad Complementario (SSI por sus siglas en inglés), que no considera años trabajados y se entrega un beneficio de \$914 USD PPP mensuales y que decrece en función de los ingresos que pueda tener el afiliado. Los ciudadanos se pueden comenzar a jubilar a la edad de 65 años y se consideran los mejores 30 años cotizados. En el año 2020, la tasa de reemplazo para aquellos que recibieron 0,5 veces, 1 vez y 2 veces el sueldo medio fue del 49,6 %, 39,2 % y 27,9 % respectivamente.. El Estado en el año 2017 hizo un gasto en pensiones equivalente a un 18,6 % del PIB. Es relevante destacar que el salario medio anual en el año 2020 fue de \$60.220 USD PPP.

A continuación se presenta el cuadro que resume los salarios medios en USD PPP y las tasas de reemplazo del aporte público a las pensiones según el nivel de ingreso para cada nivel de ingreso.

	Tasas de Reemplazo			Salario Medio USD PPP
	0,5	1	2	
Bélgica	67,5	43,4	29,2	63.287
Chile	10,8	0	0	24.423
Estados Unidos	49,6	39,2	27,9	60.220

Cuadro 1: Salario medio y tasas de reemplazo por país para el año 2020.

La componente de reparto se traduce en la transferencia de recursos de los trabajadores activos a los jubilados y pensionados. Las contribuciones de los trabajadores activos financian las pensiones actuales y, a su vez, se espera que las futuras generaciones de trabajadores financien las pensiones de los jubilados actuales en el futuro. En este sistema, la cantidad de recursos que recibe un jubilado se determina en función de varios factores. Estos incluyen la cantidad de personas en actividad económica en ese momento, el período de tiempo durante el cual el individuo cotizó en el sistema, la suma total de dinero aportada por el afiliado a lo largo de su vida laboral y, por último, la promesa del Estado de garantizar una pensión para la etapa posterior a la actividad laboral. Los sistemas de reparto imponen una obligación al Estado que está sujeta a la evolución demográfica del país, por ejemplo, Bélgica presenta desafíos en su programa de pensiones, estando presente el cambio demográfico, caracterizado por una mayor esperanza de vida y menores tasas de fertilidad. Dicho fenómeno puede ocasionar un significativo obstáculo para el crecimiento per cápita, donde se espera una tasa de media de 0,29% anual en los próximos 25 años. Asimismo, se prevé un incremento significativo del gasto público destinado a pensiones, el cual representa un 1,6% del PIB anual (Devriendt y Heylen 2018).

## 2. Contabilidad Generacional

La contabilidad generacional se refiere al enfoque analítico que tiene por objetivo evaluar las implicaciones financieras de los sistemas de pensiones a lo largo del tiempo, teniendo

en cuenta las obligaciones actuales y futuras de los pensionados y beneficiarios del sistema. Esta metodología permite estimar y medir la deuda implícita en pensiones, la cual se define cómo el valor presente de las obligaciones del Estado en pensiones públicas, con los trabajadores activos y los jubilados. J. E. D. Carpio y M. D. Carpio (2008) relacionan la deuda de pensiones con el compromiso financiero que tiene el Estado con sus ciudadanos.

Comprender la deuda implícita en las pensiones y su evolución a lo largo del tiempo es de vital importancia para analizar el estado de las finanzas de un país. Cuando el Estado no cuenta con recursos suficientes para cumplir con los pagos de pensiones, esta situación se considera como una forma de deuda pública adicional, aunque no sea explícita. Esta deuda implícita impone restricciones al presupuesto de un país y debe ser considerada en la planificación financiera a largo plazo. Para garantizar la solvencia de los estados, los países podrían incrementar sus ingresos fiscales futuros realizando una reforma tributaria, tienen la opción de reformar el sistema para reducir el gasto en pensiones futuras, y por último podrían recortar gasto en otras áreas del sector público. A medida que aumenta la deuda implícita en las pensiones, la necesidades de realizar algún tipo de reforma se intensifica. Por lo tanto, tener una medición de la deuda de pensiones es fundamental para tomar decisiones de política urbana (Holzmann, Palacios, Zvinienie et al. 2004).

Para calcular la deuda implícita en pensiones es necesario realizar ciertos supuestos. En primer lugar, se cuantifica la deuda a los pensionados actuales que forman parte del sistema en un momento específico  $t$ , la cual dependerá del gasto en pensiones públicas al año  $t$ . Para el futuro se mide la deuda de pensiones asociados a los jubilados que entran en los años posteriores a  $t$ . Estos nuevos beneficiarios se integran al sistema 43 años después de su ingreso al mercado laboral, asumiendo una edad de ingreso de 22 años<sup>4</sup>. En segundo lugar, se utilizará el salario medio del país como punto de

---

<sup>4</sup>Según lo indicado en el documento de la OECD, Pensions at a Glance 2021.

referencia para estimar los ingresos generados por cada individuo a lo largo de su vida laboral. Se asumirá que este salario medio se mantiene constante en términos reales, y no considera ningún tipo de reforma que modifique los beneficios futuros. Tercero, se asume una distribución uniforme dentro de los grupos de edad para la población jubilada<sup>5</sup>.

Para calcular la deuda de pensiones se construye una variable que mide el costo de ofrecer una unidad de pensión a un retirado de edad  $x$  dada la tasa de interés en el año  $t$ , y la proyección de la mortalidad en ese mismo momento. Donde la proyección se realiza con el modelo Lee-Carter que será explicado en la sección a continuación. Esta métrica incorpora el hecho de que el costo de ofrecer una pensión varía con la edad y el género del jubilado. Matemáticamente, la variable Capital Necesario Unitario (CNU de ahora en adelante) se define como:

$$CNU_t = \sum_{\Delta=0}^w \frac{l_{x+\Delta}}{l_x(1+r_t)^\Delta} \quad (1)$$

donde  $x$  es la edad del afiliado pensionado;  $l_x$  es el número de personas vivas con edad  $x$  y  $l_{x+\Delta}$  es el número de personas que quedarían vivas  $\Delta$  años más adelante;  $r_t$  es la tasa de interés a largo plazo ajustada por inflación de los bonos del país en el periodo  $t$ . La Ecuación 1 puede ser reformulada al reemplazar  ${}_t p_x$  con  $l_{x+t}/l_x$ , que representa la probabilidad de que un individuo de edad  $x$  sobreviva  $t$  años adicionales. En su lugar, se puede utilizar la probabilidad de sobrevivir  $t$  años adicionales, denotada como  $\prod_{k=0}^{t-1} p_{x+k}$ , y la probabilidad de muerte a la edad  $x$ , expresada como  $p_x = 1 - q_x$ . De esta manera, la ecuación se reescribe como:

$$CNU_t = 1 + \sum_{k=1}^{w-x+1} \prod_{k=0}^{t-1} \frac{1 - q_{x+k}}{(1+r_t)^t} \quad (2)$$

---

<sup>5</sup>Por ejemplo, si para el grupo etario [65, 69] existe una población de 100 individuos, cada edad dentro de este rango (65, 66, 67, 68 y 69) tiene 20 habitantes.

Para calcular la deuda implícita en pensiones, se deben tener en cuenta tres factores. En primer lugar, es necesario considerar el gasto público destinado a las pensiones, ya que esto representa el compromiso financiero del Estado. Segundo, es importante tener en cuenta el reflejo del costo financiero de otorgar una pensión vitalicia a cada individuo, lo que es el CNU y, tercero, los cambios demográficos, como el envejecimiento de la población, ya que esto afecta directamente la cantidad de personas que requerirán una pensión en el futuro. Al tomar en cuenta todos estos aspectos, se puede calcular la deuda implícita en pensiones y evaluar la sostenibilidad financiera de los sistemas de pensiones. El valor presente de la deuda se define de la siguiente manera:

$$VP_{i,t} = G_{i,t} \sum_{x=65}^{100} w_{i,x,t} CNU_{i,x,t} + G_{i,t} \sum_{k=1}^{50-t} \frac{\sum_{x=65}^{100} (1 + g_{i,t+k-1}) w_{i,x,t+k} CNU_{i,x,t+k}}{(1 + r_{i,t})^k} \quad (3)$$

donde  $x$  corresponde al grupo etario  $x$  ( $65, \dots, X$ )<sup>6</sup>;  $r_{i,t}$  es la tasa de interés de cada país  $i$  en el tiempo  $t$ ;  $G_{i,t}$  corresponde al gasto público destinado a pensiones realizado por el país  $i$  en cada momento del tiempo  $t$ . El término  $w_{i,x,t}$  representa el porcentaje de personas de edad  $x$  con respecto al total de personas mayores de 65 años en cada país  $i$  en el período de tiempo  $t$ . El valor de  $g_{i,t+k-1}$  representa la tasa de crecimiento de la población total de edad mayor o igual a 65 años entre el periodo  $t + k - 1$  y  $t + k$ . Es importante destacar que la información utilizada en el cálculo se basa en datos disponibles hasta el momento  $t$ . En este contexto, el gasto público en pensiones contiene de manera implícita a la población pensionada, y son los factores  $g_{i,t+k-1}$  y  $w_{i,x,t}$  los que capturan las tendencias demográficas y su distribución en diferentes grupos de edad.

---

<sup>6</sup>X representa la edad 100+, que contiene a la edad 100 y años posteriores.

### 3. Modelo Lee-Carter

El modelo Lee y Carter 1992, de ahora en adelante LC. Se basa su estimación en la proyección de la tendencia temporal de la mortalidad. Utilizando métodos econométricos de series de tiempo, el modelo permite hacer una estimación probabilística de la mortalidad futura. Este modelo presenta como limitación la incapacidad de incorporar información sobre eventos externos que puedan afectar la mortalidad, como avances médicos, guerras o pandemias. A pesar de dichas limitaciones, sigue siendo ampliamente utilizado en el campo demográfico y actuarial. LC asumen que la dinámica de la mortalidad se captura por un parámetro que ellos llaman fuerza de mortalidad. El índice fuerza de mortalidad se define como una medida que representa la tasa de cambio instantáneo de la probabilidad de muerte en un momento específico en el tiempo, de manera matemática la probabilidad que un individuo de edad  $x$  en un tiempo  $t$ , fallezca en  $t + 1$ , a diferencia de la tasa de mortalidad, la cual se define como una medida estadística que al número de fallecimientos en una población durante un período específico de tiempo. El modelo se basa en la premisa de que las tendencias históricas de la mortalidad y su dinámica están influenciadas por un parámetro común, la fuerza de mortalidad, que se estima mediante una regresión de los datos históricos de mortalidad. Dicho índice refleja una variedad de factores que afectan la mortalidad en la población, como lo pueden ser avances en sistemas de salud, mejoras en las condiciones sociales y económicas. El método econométrico de series de tiempo que se utiliza para proyectar la mortalidad se basa en Box y Jenkins 1970.

Debido a su flexibilidad, el modelo LC fue empleado diversas veces para ajustar y proyectar la mortalidad de varios países. Por ejemplo, Tuljapurkar, N. Li y Boe 2000 estudió el comportamiento de la mortalidad en los países del G7 a lo largo del tiempo, entre 1950 y 1994 se observó una disminución en la mortalidad de estos países, posiblemente debido a mejoras en el sector público de la salud, avances tecnológicos, dentro

de otros factores relevantes. S.-H. Li y Chan 2004 utilizan el modelo para Singapur, se propusieron nuevas tablas de mortalidad para el año 2004, que incluyen información específica para cada edad, desde 1 hasta 99 años. A diferencia de las tablas previas utilizadas por el Estado, que agrupaban edades en rangos como 1-4, 5-9, 10-14, etc., estas nuevas tablas proporcionan datos más detallados para un contexto de envejecimiento poblacional y cambios demográficos y, no considerar la distribución de la mortalidad en grupos de edad amplios podría resultar en distorsiones significativas. En el estudio realizado por Cerda-Hernández y Sikov 2021, se empleó el modelo para pronosticar las tasas de mortalidad y los valores de la esperanza de vida para Perú en distintos grupos de edad durante seis periodos de cinco años, a partir del periodo 2020-2025. El objetivo fue proporcionar información relevante a las compañías de seguros, ya que estas tienen un gran interés en las predicciones a largo plazo para calcular los precios de sus rentas vitalicias de manera más precisa.

Lee y Rofman 1994 utilizaron el modelo LC para modelar y proyectar la mortalidad en Chile, utilizando como input, las tasas de mortalidad entre 1952 y 1987, publicadas por el Instituto Nacional de Estadísticas (INE), habiendo información no disponible para los años 1955, 1965 y 1970. Tampoco se publicaron las tasas de mortalidad según edad más allá de los 65 años. A partir de los censos nacionales de 1960, 1970 y 1982, fue que se logró obtener las tasas de mortalidad para los grupos por edad 60-64 y 65+. Sin embargo, no fue posible calcular las tasas de mortalidad para 1955 ó 1965. En estos casos se usó la descomposición de valores singulares para ajustar el modelo a las tasas de mortalidad según edad, dando así tasas de mortalidad desde 1952 hasta 1987, con la excepción de 1955 y 1965. Obteniéndose por output, la mortalidad proyectada hasta el año 2065, de lo que se concluye que el modelo es posible de rellenar vacíos en los datos de edad y de períodos de tiempo, además de proyectar una esperanza de vida que de 72,2 en 1987 aumentará a 84,2 para el año 2065. Recientemente la Comisión para el Mercado Financiero (CMF) publicó las nuevas tablas de mortalidad que estarán vigentes entre

los años 2023 y 2029. Las tablas de mortalidad 2020 se conforman de dos elementos, las tasas de mortalidad por edad y, los factores de mejoramiento por edad y año de proyección. El factor de mejoramiento se define como un ajuste aplicado a las tasas de mortalidad para reflejar la expectativa de una mejora en la longevidad a lo largo del tiempo y se utilizan para proyectar la mortalidad futura más allá de los datos históricos disponibles. El propósito del factor de mejoramiento es reconocer que las mejoras en la medicina, el estilo de vida y otros factores pueden influir en la esperanza de vida y en las tasas de mortalidad en el futuro. Las actuales tablas de mortalidad, cuentan con un factor de mejoramiento que se estima a través de un suavizado bidimensional de los logaritmos de las tasas históricas de mortalidad usando Whittaker-Henderson. Este método, a diferencia del modelo estocástico LC, refleja la expectativa de que las mejoras en la esperanza de vida eventualmente se ralentizarán y que los altos niveles de mejoramiento observado en las últimas décadas no continuarán indefinidamente (UN 2020).

Siguiendo a Cerda-Hernández y Sikov 2021, el modelo de Lee-Carter se puede escribir como sigue:

$$r_{xt} = \ln(m_{xt}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \epsilon_{xt} \quad (4)$$

donde  $\ln(m_{x,t})$  representa el logaritmo natural de la tasa de mortalidad específica de un grupo etario  $x$  ( $1, \dots, X$ ) y  $t$  es el periodo de tiempo<sup>7</sup>;  $\alpha_x$  es el coeficiente que describe el patrón medio específico por edad  $x$  de la mortalidad y representa cómo la mortalidad varía con la edad en un momento específico  $t$ ;  $\beta_x k_t$  es el coeficiente que mide la sensibilidad de  $\ln(m_{x,t})$  para el grupo de edad  $x$  ante los cambios del índice  $k_t$ . En otras palabras, indica cómo la tasa de mortalidad específica por edad  $\ln(m_{x,t})$  responde a los

---

<sup>7</sup>Por ejemplo, si se consideramos a individuo de  $x=10$  se está considerando a un individuo de edad 10 y  $t$  periodo de tiempo se refiere al año en curso, para el año 2020 esta persona tenía 20 años.



cambios en el índice  $k_t$ ;  $k_t$  es el índice variable en el tiempo de la mortalidad general que captura la tendencia general de la mortalidad a través del tiempo, y  $\epsilon_{xt}$  es un residuo que incluye factores no observables que determinan la dinámica de la mortalidad de un país, tal que su media es cero y su varianza  $\sigma_\epsilon^2$ , también son independientes e idénticamente distribuidos normales (i.i.d.).

El modelo presenta ciertos desafíos a la hora de ser ajustado a través de una regresión lineal, esto debido a que presenta variables no observables. Por otro lado, el modelo no es identificable debido a la existencia de colinealidad entre los factores de edad y periodo. Esto significa que los efectos de la edad y del periodo en la mortalidad están altamente correlacionados y no pueden ser estimados de forma separada (Lee y Carter 1992). La colinealidad surge debido a que los efectos de la edad y del periodo están entrelazados en los datos utilizados para estimar el modelo. Es decir, a medida que la edad aumenta, también cambia el periodo y viceversa. Esto hace que sea difícil discernir cuál de los dos factores, la edad o el periodo, contribuye más a los cambios en la mortalidad lo que dificulta la estimación de sus parámetros. Para solucionar el problema de identificación, se incorporan dos restricciones:  $\sum_T k_t = 0$  y  $\sum_X \beta_x = 1$ , donde la primera restricción implica que el parámetro  $\alpha_x$  es la media empírica a lo largo de los periodos a la edad  $x$ , es decir, se asume que el efecto de la edad en la mortalidad es constante a lo largo de cada uno de los periodos, lo que finalmente hace al modelo identificable. La implicancia de la segunda restricción es asegurar que la esperanza de vida a largo plazo sea constante y no varíe a medida que se proyecta en el futuro, al mantener la suma de los coeficientes igual a 1, se asegura que cualquier variación en la mortalidad a lo largo del tiempo sea capturada principalmente por el factor  $k_t$  del modelo. A partir de la primera restricción se desprende lo siguiente:

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{xt} \quad (5)$$

donde  $T$  es el número de periodos de tiempo disponibles<sup>8</sup>, además se define  $\bar{r}_{xt}$  como la media temporal de los logaritmos naturales de las tasas de mortalidad  $\ln(m_{x,t})$  y  $\tilde{r}_{xt}$  son las diferencias respecto a la media. El modelo se reescribe en base a la tasa de mortalidad logarítmica centrada en la media  $\tilde{r}_{xt} = r_{xt} - \bar{r}_{xt}$ . La Ecuación 4, se puede expresar como un modelo de efecto fijo multiplicativo para el perfil de edad centrado:

$$\tilde{r}_{xt} \sim N(\hat{\alpha}_x, \sigma^2) \quad (6)$$

$$\tilde{r}_{xt} = \beta_x k_t \quad (7)$$

donde el parámetro  $\hat{\alpha}_x = E(\tilde{r}_{xt})$  se interpreta como el patrón promedio de la mortalidad a la edad  $x$ . Usando las restricciones del modelo se logra obtener una estimación de  $k_t$ ,  $k_t = \sum_x r_{xt} - \hat{\alpha}_x$ . Tras derivar a ambos lados de la Ecuación 4, se obtiene una estimación para  $\beta_x$ :

$$\hat{\beta}_x \frac{\partial(k_t)}{\partial(t)} = \frac{\partial(\ln(m_{xt}))}{\partial(t)} \quad (8)$$

Por lo que el valor absoluto de  $\beta_x$  indica la magnitud de la sensibilidad de la mortalidad en la edad  $x$  a las fluctuaciones de  $k_t$ . Por lo tanto, las edades para las cuales  $|\beta_x|$  es mayor son las que presentan una mayor sensibilidad a los cambios en la variación temporal de  $k_t$ . De esta manera, es posible identificar las edades que son más críticas en términos de su impacto en la mortalidad de una población.

Para poder estimar los parámetros del modelo, Lee y Carter utilizaron la descomposición de valores singulares (SVD) (para más detalles ver Lawson y Hanson 1974, Shores et al. 2007) de la matriz  $M_{xt} = \ln(m_{xt}) - \hat{\alpha}_x$  para obtener  $\beta_x$  y  $k_t$ :

---

<sup>8</sup>Se toman 50 períodos para el caso de Bélgica y Estados Unidos. Para Chile se toman 8 períodos.

$$svd(M_{xt}) = \sum_{i=1}^r \lambda_i U_{xi} V_{it} \quad (9)$$

donde  $r = rango(M_{xt})$ ,  $(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r)$  son los valores singulares ordenados de  $M_{xt}$ ,  $U_{xi}$  y  $V_{it}$  son los vectores singulares izquierdo y derecho respectivamente. Utilizando el teorema de aproximación de bajo rango, la aproximación de mínimos cuadrados de rango  $h$  de la Ecuación 9, se obtiene a partir de:

$$M_{xt}^{(h)} = \sum_{i=1}^h \lambda_i U_{xi} V_{it} = \sum_{i=1}^h \beta_x^{(i)} k_t^{(i)}, h \leq r \quad (10)$$

Se define  $\beta_x^{(i)} k_t^{(i)} = \lambda_i U_{xi} V_{it}$  (Koissi y Shapiro 2008, Lawson y Hanson 1974, Shores et al. 2007). Entonces, los residuos de rango  $h$  asociados con la Ecuación 9:

$$\epsilon_{xt} = \sum_{i=h+1}^r \lambda_i U_{xi} V_{it} = U \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_{h+1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_r & \dots & 0 \end{bmatrix} V \quad (11)$$

Los errores mínimos cuadrados de aproximación de rango  $h$  son  $\epsilon_h^2 = \sum_{i=h+1}^r \lambda_i^2$ , lo que implica que los errores son de varianza similar. Sin embargo, dicha suposición es violada por los datos de mortalidad. La varianza de la tasa de mortalidad central logarítmica es aproximadamente  $Var(\ln(m_{xt})) = 1/d_{xt}$ , siendo  $d_{xt}$  el número de muertes a la edad  $x$  en el tiempo  $t$ <sup>9</sup>. La proporción de la varianza explicada por el término  $i$ -ésimo  $\lambda_i U_{xi} V_{it}$  de la descomposición en la Ecuación 9 esta dada por  $\lambda_i^2 / \sum_{j=1}^r \lambda_j^2$ , y la varianza total explicada por una aproximación rango  $h$  es  $\sigma_h^2 = \sum_{i=1}^h \lambda_i^2 / \sum_{j=1}^r \lambda_j^2$ . Además, teniendo en cuenta que  $0 \leq \sigma_h^2 \leq 1$  y, mientras más se acerque a 1, mejor será la aproximación.

---

<sup>9</sup>Detalles en Wilmoth 1993.

Por ejemplo, para el caso de los datos de EEUU, Lee y Carter acotaron la aproximación SVD al primer orden  $M_{xt}^{(1)} \approx \lambda_1 U_{x1} V_{1t} = \beta_x^{(1)} k_t^{(1)}$  y obtuvieron una varianza explicativa del valor de  $\sigma_1^2 = 92,7\%$  para la población total (ver Lee y Carter 1992).

La predicción de la mortalidad con el modelo propuesto, se reduce a pronosticar el índice  $k_t$ , utilizando enfoques de series temporales (Hamilton 1994).

## 4. Datos

Para proyectar la deuda implícita de pensiones, se realiza una recopilación de datos. Se utilizan las tasas centrales de mortalidad específicas por edad, que se han recolectado por la “Human Mortality Database” (HMD)<sup>10</sup> de manera anual en el período comprendido entre 1950 y el año 2019. La HMD es una base de datos internacional que ofrece información actual e histórica sobre estadísticas demográficas y de mortalidad. Para las poblaciones de Bélgica, Chile y Estados Unidos, se cuenta con mediciones para cada edad: 0, 1, 2, 3, ..., 107, 108, 109 y 110+<sup>11</sup>. En cuanto a la población chilena, se dispone de datos a partir de 1992, de manera que la primera medición de la tasa central de mortalidad específica por edad corresponde a dicho año, y las mediciones siguientes se realizan de manera anual hasta el año 2019. Esto se debe a que en 1992, se llevó a cabo el primer Censo con menos del 3 % de error en la información de edad. Durante la última década del siglo XX, el porcentaje de registros tardíos de nacimientos fue de 5,4 % o menos. Además, se logró que al menos el 90 % de las defunciones fueran certificadas por médicos durante este período.

---

<sup>10</sup>Fuentes utilizadas por el HMD para Bélgica es el NIS (Nationaal Instituut voor Statistiek), para Chile el DEIS (Departamento de Estadísticas e Información de Salud), y para EEUU la ICPSR (Inter-university Consortium for Political and Social Research) y la CDC (Centers for Disease Control and Prevention).

<sup>11</sup>Contiene a la edad 110 y edades posteriores.

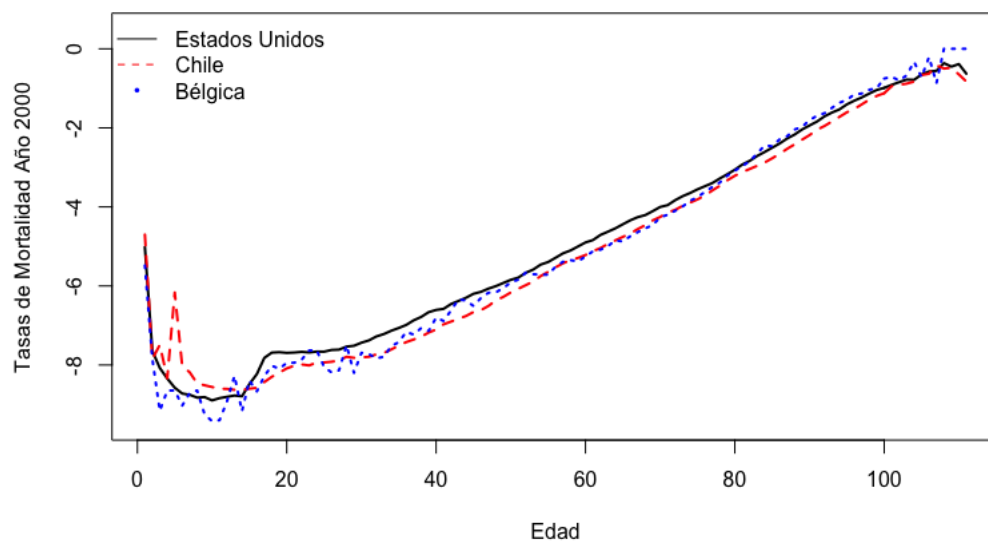


Figura 1: Tasas de mortalidad por país en mujeres para el año 2000 (fuente: HMD).

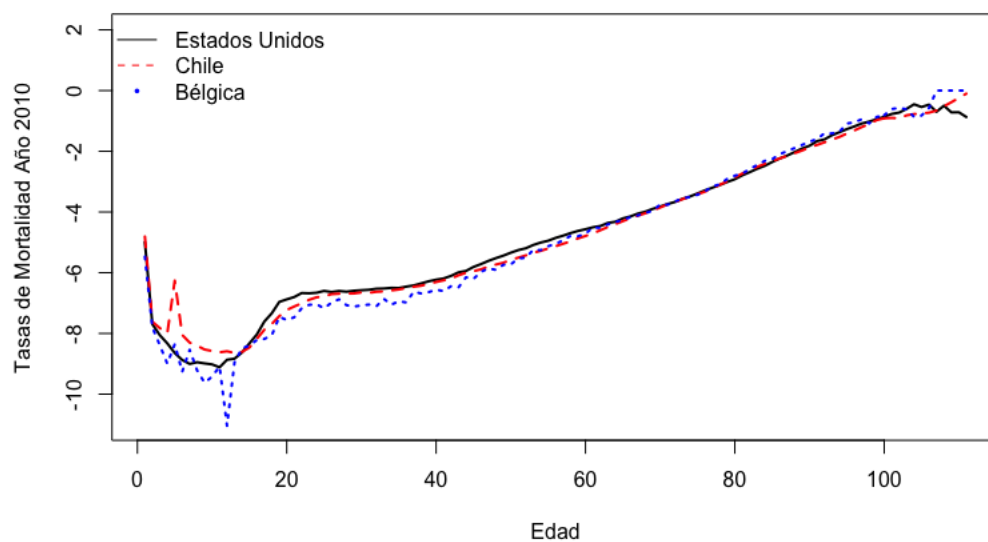


Figura 2: Tasas de mortalidad por país en hombres para el año 2010 (fuente: HMD).

En segundo lugar, se necesitan datos proyectados de población, como la distribución por edad y género, es importante considerar las tendencias demográficas ya que influyen

en la estructura de la población y tienen un impacto directo en el número de futuros beneficiarios del sistema de pensiones. Es por ello que los datos poblacionales han sido extraídos desde la ONU, de sus documentos “World Population Prospect”<sup>12</sup> (WPP por sus siglas en inglés) publicados cada dos años a partir del año 2000, siendo el “World Population Prospect 2022” el más reciente. Los informes presentan proyecciones de población<sup>13</sup> mediante el método de proyección por componentes de cohorte (CCMPP por siglas en inglés). Este método proporciona un marco contable que considera los tres componentes demográficos del cambio de población: fecundidad, mortalidad y migración internacional. Utiliza información histórica y tendencias demográficas para calcular el tamaño y la composición de la población en el futuro. Los datos se presentan en forma de cohorte para las edades<sup>14</sup>. De igual manera, es necesario tener en cuenta la tasa de crecimiento de la población para cada edad  $x$  en cada período proyectado, lo cual permitirá comprender cómo se distribuye la población en los diferentes periodos  $t, t + 1, t + 2, \dots, t + k$ , estas tasas de crecimiento se obtienen de los documentos WPP.

Tercero, las tasas de interés, que determinan el cálculo del valor presente de las obligaciones futuras. Las tasas son obtenidas de distintas fuentes según el país del cual se trate. En el caso de Bélgica, no existen tasas de interés real a 10 años, ajustadas por inflación proyectada, es por ello que se realiza una estimación a partir de la tasa de interés nominal a 10 años y una proyección de la inflación en los próximos 10 años utilizando un modelo autorregresivo de primer orden. Para la estimación de la inflación de largo plazo se proyecta el nivel de tendencia estimado a partir del filtro de Hamilton, el cuál es aplicado a la serie de inflación mensual. El modelo autorregresivo de primer orden, AR(1), permitirá hacer una proyección de la inflación a los próximos 10 años. Finalmente, la tasa de interés de largo plazo ajustada por inflación corresponderá a la

---

<sup>12</sup>Los informes utilizados para el presente trabajo son: WPP 2000, WPP 2004, WPP 2010 y WPP 2015; este último se publicó tras no haber sido publicada la versión del año 2014.

<sup>13</sup>Los informes hasta el año 2008 presentan proyecciones hasta el año 2050 y los informes posteriores hasta el año 2100.

<sup>14</sup>De la forma [0,4]-[5-9]-[10,14]-...-[110+).

diferencia entre la tasa a 10 años nominal observada para Bélgica, menos la inflación esperada. En el caso de Chile, para el cálculo de la tasa de descuento, se emplea la tasa promedio de las rentas vitalicias, debido a que estas permiten tener historia del costo privado de ofrecer una pensión vitalicia en Chile. La serie de tasas de interés se obtienen de la Comisión para el Mercado Financiero (CMF), donde se tomaron las rentas promedio según el tipo de pensión, es decir, vejez, vejez anticipada e invalidez. Por último, para el caso de Estados Unidos, se utiliza la tasa de rendimiento a 10 años de los TIPS (valores del Tesoro protegidos contra la inflación) estimada por la Reserva Federal de Cleveland.

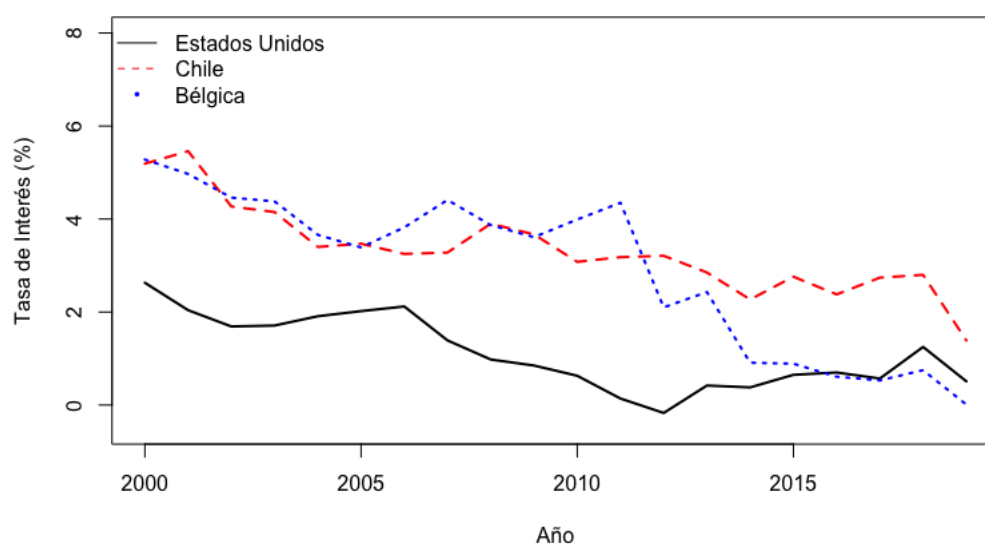


Figura 3: Tasas de interés por país del 2000 al 2019.

Las tasas de interés han experimentado una disminución significativa en las últimas décadas, y el envejecimiento de la población ha sido una de las principales causas de este fenómeno. Los cambios demográficos a nivel mundial han desempeñado un papel importante, explicando aproximadamente el 75 % de la caída de 210 puntos básicos en las tasas de interés reales globales desde 1980 (Lisack, Sajedi y Thwaites 2017).

Por último, los resultados del gasto público en pensiones se obtienen a partir de las estadísticas de la OECD. Estos datos muestran el gasto público en pensiones como porcentaje del PIB desde el año 2000 hasta el 2019, donde este representa los fondos destinados a pagar las pensiones a los jubilados y es una medida del compromiso que existe con el bienestar de los ciudadanos mayores.

## 5. Resultados

En esta sección se presentan los resultados de la aplicación del modelo LC que permitió proyectar las tasas de mortalidad futuras a partir de la Ecuación 4. En términos generales, al analizar las tasas de mortalidad en una escala logarítmica, se observa que las tasas de mortalidad son más altas en los primeros años de vida, desde el nacimiento hasta la infancia temprana<sup>15</sup>, debido a la mayor vulnerabilidad de los niños pequeños. A medida que nos acercamos a la niñez y la edad adulta, las tasas de mortalidad tienden a disminuir gradualmente. Pero en la vejez, estas tasas comienzan a aumentar nuevamente.

En la Figura 4, se puede observar que los hombres presentan tasas de mortalidad más altas en comparación con las mujeres. Al analizar los datos del año 2019 en los tres países, se observa que en Bélgica la diferencia promedio entre los sexos es de 0,0277; en Chile es de 0,0292 y en Estados Unidos es de 0,0087.

---

<sup>15</sup>Se considera infancia temprana a la edad de 4 y 5 años.



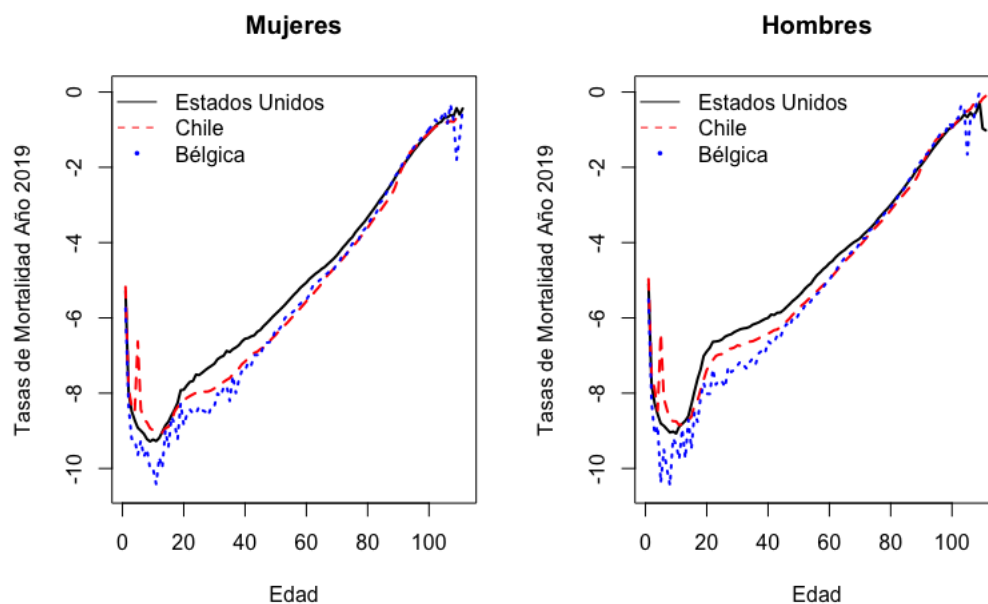


Figura 4: Tasas de mortalidad observadas por país y sexo para el año 2019 (fuente: HMD).

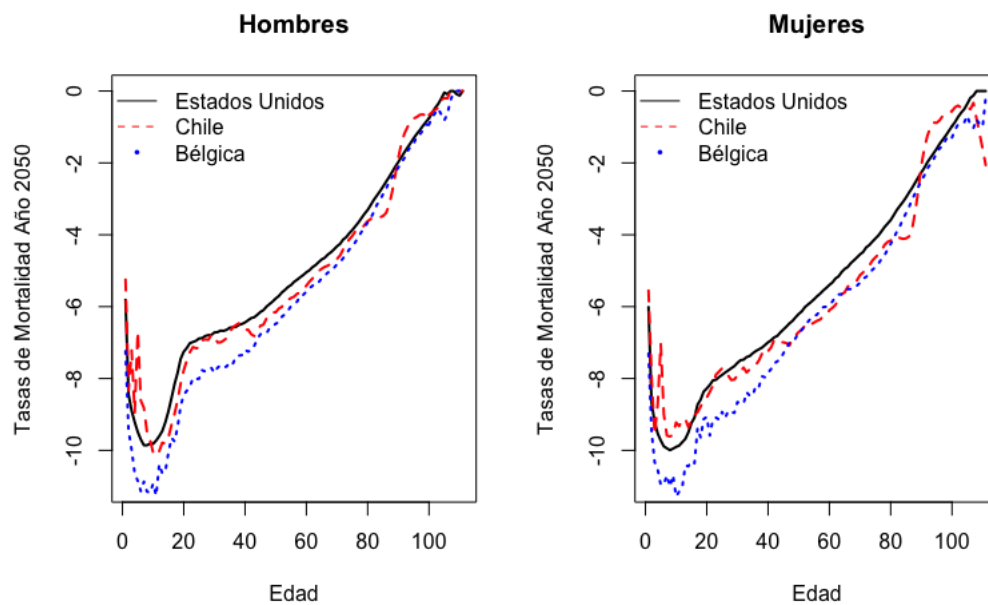


Figura 5: Tasas de mortalidad proyectadas por país y sexo para el año 2050.

En las edades avanzadas, las tasas de mortalidad, medidas en escala logarítmica, tienden

a acercarse cada vez más a cero, esto debido a que la probabilidad de muerte se acerca a uno.

En la Figura 5 se documenta la mortalidad que se proyectó para el año 2050 tomando como datos de entrada las tasas de mortalidad observadas entre los años 1969 y 2019. Si se realiza una comparativa entre el año 2019 y el año proyectado, Bélgica experimentó cambios significativos en diferentes grupos de edad. El grupo de edad de 106 años tuvo un aumento en su tasa de mortalidad, con un incremento del 132,43 %. En cuanto a las edades de 65, 70 y 75 años en hombres, se registraron variaciones de -56,33 %, -58,06 % y -54,09 % respectivamente. En el caso de las mujeres para los mismos grupos de edad, se obtuvieron variaciones de -48,24 %, -53,20 % y -54,46 %. Destaca que la edad de 71 años tuvo una disminución en la tasa de mortalidad, con un descenso del 58,8 %. En el caso chileno, las tasas de mortalidad sufrieron variaciones, para los hombres se registró un aumento en la tasa de mortalidad en la edad de 73 años, con un incremento del 65,85 %. Por otro lado, el grupo de 85 años experimentó una gran disminución en su tasa de mortalidad, con un descenso del -56,92 %. En cuanto a las edades de 65, 70 y 75 años, se observaron disminuciones de -38,11 %, -44,72 % y -31,92 % respectivamente. En el caso de las mujeres, se registró una disminución promedio del -12,39 % en las tasas de mortalidad. Específicamente, la edad de 65 años tuvo un descenso del 38,12 %, mientras que la edad de 73 años experimentó un aumento del 103,07 %. Para Estados Unidos, las mujeres registraron una disminución promedio de alrededor del 20 %, con reducciones específicas de 22,1 % para la edad de 65 años, 22,36 % para la edad de 70 años y 25,32 % para la edad de 75 años. En cuanto a los hombres, también se observó una disminución promedio de alrededor del 20,67 %, destacando una baja significativa del 40,64 % en la tasa de mortalidad para la edad de 65 años.

Utilizando las estimaciones de mortalidad, se calculó el CNU mediante la Ecuación 2 para edades que van desde los 65 hasta los 110 años, considerando el período de tiempo de 2000 a 2019. Esta métrica representa el costo que asume el Estado para financiar

una pensión vitalicia hasta el momento del fallecimiento de un individuo. A medida que la edad avanza es posible de observar que el CNU disminuye, esto se traduce en que el costo de pensionar a una persona de 65 años es mayor debido a que le queda mas tiempo de vida.

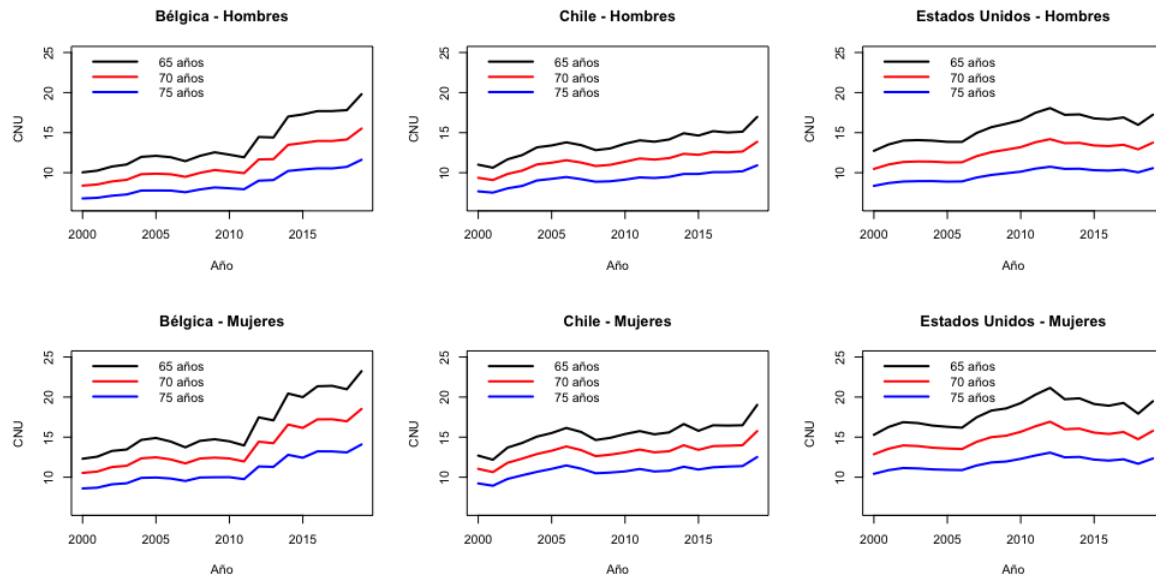


Figura 6: CNU por país y sexo para los años 2000 a 2019.

La Figura 7 muestra la diferencia entre los CNU de mujeres y hombres para los periodos del 2000 a 2019. Se observa una diferencia positiva y heterogénea, donde en los tres países las mujeres son más longevas que los hombres, es decir, refleja el impacto de la esperanza de vida en el cálculo del costo de las pensiones. Por ejemplo, al analizar la diferencia de las diferencias entre hombres y mujeres en Estados Unidos y Chile, se puede extraer que las mujeres en Estados Unidos tienen una mayor esperanza de vida en comparación con las mujeres en Chile. Esto indica que, en términos relativos, las mujeres en Estados Unidos tienden a vivir más tiempo que las mujeres en Chile.

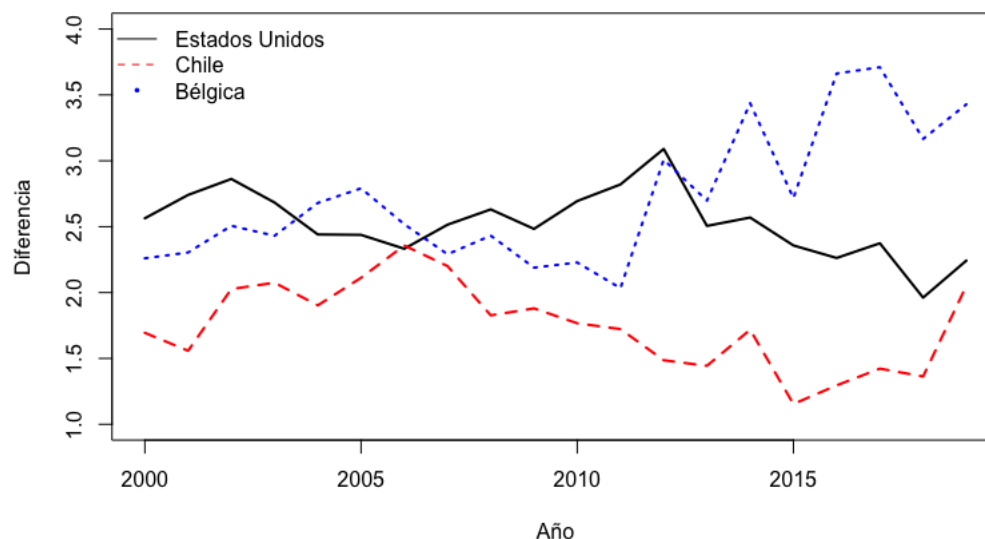


Figura 7: Diferencia de CNU entre mujeres y hombres por país para los años 2000 al 2019.

La Figura 8 ilustra la evolución de la deuda en relación al PIB a lo largo de los años. Se observa que las mujeres representan una mayor deuda que los hombres, debido a su mayor esperanza de vida. En particular, Bélgica muestra la mayor deuda implícita, cercana al 60 % para ambos sexos, impulsada por la mayor longevidad y el pago de rentas vitalicias a lo largo del tiempo. Además, se observa un incremento significativo a partir de 2011, que se atribuye a una disminución en la tasa de interés y a las reformas en el sistema de pensiones, como el aumento gradual de la edad de jubilación a 67 años y las modificaciones en pensiones complementarias y anticipadas, lo que ha impactado en el gasto público. Por otro lado, en el caso de Chile, se observa una mayor variabilidad en la deuda, debido a perturbaciones en las tasas de mortalidad que afectan los cálculos del CNU. En cuanto a Estados Unidos, se aprecia un aumento constante de la deuda entre los años 2008 y 2013, influenciado por el incremento del CNU en ese período. Además, se observa que la diferencia media entre la deuda de mujeres y hombres es de 3,4183 % en Bélgica, 0,4322691 % en Chile y 2,5801 % en Estados Unidos. En cuanto

a los valores máximos, se registraron en el año 2019, con un 61,3381 % para mujeres en Bélgica, 9,1443 % para mujeres en Chile. En el caso de Estados Unidos, las mujeres tienen una deuda de 37,2153 % en el año 2013.

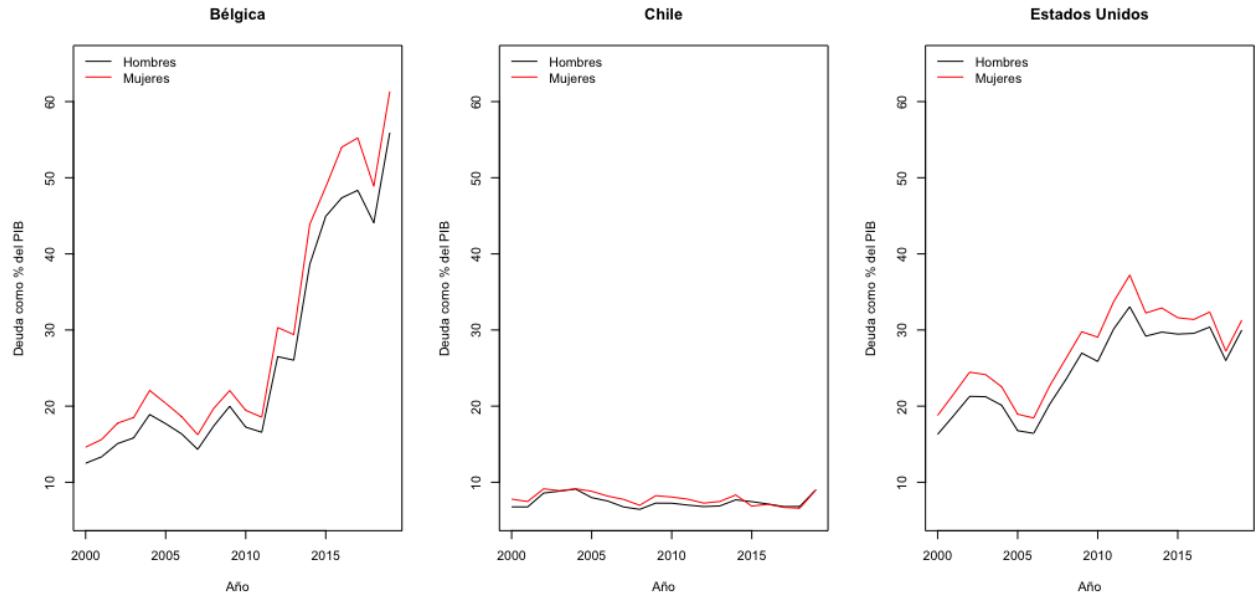


Figura 8: Deuda implícita como % del PIB para hombres y mujeres por país para los años 2000 al 2019.

## 6. Conclusión

A lo largo del presente trabajo se ha abordado el tema de la mortalidad y su evolución, además el cálculo de una métrica para cuantificar el costo de subvencionar una renta vitalicia, el CNU y la deuda que presenta cada Estado con los pensionados actuales y futuros. Las tasas de mortalidad fueron estimadas mediante la implementación del enfoque del modelo LC con la Ecuación 4, el CNU obtenido tras el uso de la Ecuación 1 y finalmente, la deuda implícita de cada país tras el uso de la Ecuación 3.

Al proyectar las tasas de mortalidad en Bélgica, Chile y Estados Unidos, se evidencia una tendencia común en los tres países. En todos ellos, se observa una disminución constante de las tasas de mortalidad a medida que aumenta la edad, desde los 65 años.

Cabe destacar que las proyecciones para Chile presentan una mayor variabilidad debido a la disponibilidad de datos. Se evidencia que la mortalidad en hombres es mayor a lo largo de los periodos proyectados, lo cual se traduce en una mayor expectativa de vida para las mujeres y, como consecuencia, un CNU más alto, aproximadamente dos unidades más alto que el de los hombres. Para cuando se considera el CNU y sus proyecciones, es importante tener en cuenta que el financiamiento de la pensión de un individuo depende de su edad, ya que su tiempo de vida esperado puede variar. Por lo tanto, aquellos que están en sus primeros años en el sistema de pensiones tendrán un CNU más alto en comparación con aquellos que llevan más tiempo en el sistema.

La cuantificación de la deuda es importante, ya que hace visible lo que el Estado adeuda con aquellos individuos ya dentro del sistema y su vez, logra cuantificar las obligaciones por los siguientes años. Esto crea la oportunidad de buscar y lograr un equilibrio fiscal dentro del sistema de pensiones. También es posible de observar la viabilidad del sistema en los próximos años, ya que al tener deudas que corresponden aproximadamente del 120 % del PIB, 20 % y 60 % para Bélgica, Chile y Estados Unidos respectivamente. Estas cifras muestran las diferencias entre el pasivo implícito de pensiones para distintos sistemas de pensiones.

Tanto el envejecimiento demográfico, como las tendencias de mortalidad implican una constante presión sobre el gasto de pensiones realizado por cada Estado, y es que a medida que la esperanza de vida aumenta, y la tasa de mortalidad disminuye, se genera un escenario en el que cada individuo depende de beneficios de jubilación durante períodos más prolongados, creando así desafíos financieros para los sistemas de pensiones. Por lo tanto, al considerar las finanzas estatales y abordar la dinámica constante de la mortalidad y sus fluctuaciones, se reconoce su importancia fundamental. La capacidad de anticipar las tendencias en materia de pensiones y envejecimiento de la población permite una mejor gestión de los recursos fiscales y la evaluación de su impacto en la fuerza laboral. Esto puede resultar en políticas que fomenten una prolongación del tiempo de

trabajo y un retraso en la edad de jubilación, lo que a su vez permite un mayor período de contribución al sistema y una amortización más efectiva de la deuda implícita en pensiones por parte de cada individuo. Esto proporciona una base de contribuyentes más sólida y podría ayudar a superar ciertos desafíos económicos.

Algunas consideraciones de política pública que se pueden desprender de los resultados de esta tesis hacen referencia a la necesidad de posibles ajustes en la edad de jubilación, la promoción de planes de pensiones complementarios y la mejora de la gestión de los fondos de pensiones, a fin de garantizar la sostenibilidad y la eficacia de los sistemas de pensiones en el contexto del envejecimiento de la población.

## Referencias

- Box, George y Gwilym Jenkins (1970). «Time Series Analysis Forecasting and Control». En.
- Carpio, José Enrique Devesa y Mar Devesa Carpio (2008). «LA DEUDA IMPLÍCITA Y EL DESEQUILIBRIO FINANCIERO-ACTUARIAL DE UN SISTEMA DE PENSIONES. EL CASO DEL RÉGIMEN GENERAL DE LA SEGURIDAD SOCIAL EN ESPAÑA». En: *Documentos de Trabajo FUNCAS* 429, pág. 1.
- Cerda-Hernández, Jose y Anna Sikov (2021). «Lee-Carter method for forecasting mortality for Peruvian population». En: *Selecciones Matemáticas* 8, págs. 52-65.
- Devriendt, Willem y Freddy Heylen (2018). «Macroeconomic effects of demographic change in an OLG model for a small open economy: the case of Belgium». En: *Universiteit Gent. Faculteit Economie en Bedrijfskunde Working Paper* 2017.
- Hamilton, JD (1994). «Time Series Analysis. Princeton Univ. Press, Princeton». En.
- Holzmann, Robert, Richard Paul Hinz y Mark Dorfman (2008). «Pension systems and reform conceptual framework». En: *World Bank Discussion Paper* 824.

- Holzmann, Robert, Robert J Palacios, Asta Zviniene et al. (2004). *Implicit pension debt: Issues, measurement and scope in international perspective*. Vol. 403. Social Protection, Labor Markets, Pensions, Social Assistance, World Bank.
- Koissi, Marie-Claire y Arnold Shapiro (2008). «The Lee-Carter model under the condition of variables age-specific parameters». En: *43rd Actuarial Research Conference*.
- Lawson, CL y RJ Hanson (1974). «Solving least squares problems». En.
- Lee, Ronald y Lawrence Carter (1992). «Modeling and Forecasting U. S. Mortality». En: *Journal of the American Statistical Association* 87.419, págs. 659-671.
- Lee, Ronald y R Rofman (jun. de 1994). «Modeling and projecting mortality in Chile». En: *Notas de poblacion* 22.59, págs. 183-213. ISSN: 0303-1829. URL: <http://europepmc.org/abstract/MED/12288282>.
- Li, Siu-Hang y Wai-Sum Chan (2004). «Estimation of Complete period life tables for singaporeans». En.
- Lisack, Noémie, Rana Sajedi y Gregory Thwaites (2017). «Demographic trends and the real interest rate». En.
- OECD (2021). *Pensions at a Glance 2021*, pág. 224. DOI: <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/ca401ebd-en>. URL: <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/ca401ebd-en>.
- Shores, Thomas S et al. (2007). *Applied linear algebra and matrix analysis*. Vol. 2541. Springer.
- Tuljapurkar, Shripad, Nan Li y Carl Boe (2000). «A universal pattern of mortality decline in the G7 countries». En: *Nature* 405.6788, págs. 789-792.
- UN (2020). «Comisión para Mercado Financiero1 Noviembre 2020». En.
- Wilmoth, John R (1993). «Computational methods for fitting and extrapolating the Lee-Carter model of mortality change». En.