

Notebook_5

March 31, 2020

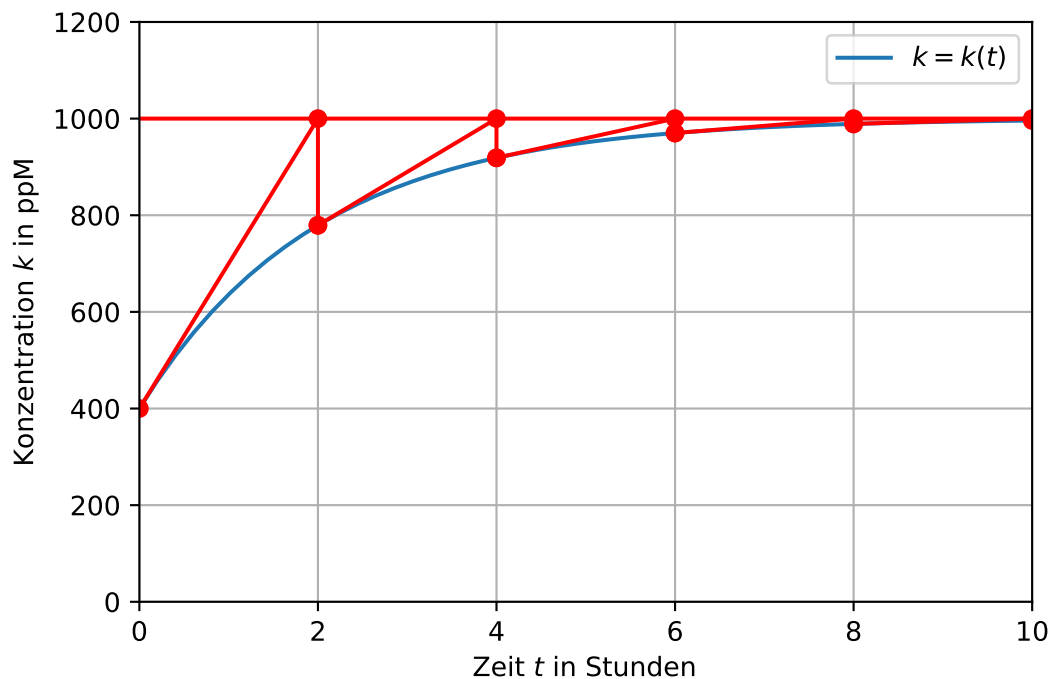
1 Raumlufthqualität 5.0

Für einen belüfteten Raum ist

$$k(t) = k_{\infty} + (k_0 - k_{\infty}) e^{-\beta t}$$

Dieser exponentielle Verlauf nähert sich dem Wert k_{∞} immer stärker an, kann ihn theoretisch aber nicht erreichen. Das hat seinen Grund darin, dass die Exponentialfunktion (theoretisch) niemals den Wert 0 annehmen kann.

Beispiel: für $k_0 = 400 \text{ ppM}$, $k_{\infty} = 1000 \text{ ppM}$, $\beta = 0.5$ und $t_0 = 0$ ergibt sich:



Die Luftwechselzahl ist $\beta = 0.5 \frac{1}{h}$. Der Kehrwert dieser Zahl wird als Zeitkonstante bezeichnet, es ist

$$t_k = \frac{1}{\beta} = 2 \text{ h}$$

Wird die Zeitkonstante t_k in die Funktion $k(t)$ eingesetzt, so ergibt sich

$$k(t_k) = k_\infty + (k_0 - k_\infty) e^{-1}$$

Entsprechend ergibt sich nach $2, 3, \dots n$ Zeitkonstanten:

$$k(n t_k) = k_\infty + (k_0 - k_\infty) e^{-n}$$

Hierfür schreibt man auch

$$\frac{k(n t_k) - k_\infty}{k_0 - k_\infty} = e^{-n}$$

Nach einer Zeitkonstanten ist die Differenz $k(t) - k_\infty$ auf den Wert $\frac{1}{e} \approx 0.368 = 36.8\%$ abgesunken.

Nach drei Zeitkonstanten sind es noch etwa 5 % und nach fünf Zeitkonstanten etwa 6.74 Promille.

```
[1]: from sympy import *
      init_printing()

      from matplotlib import pyplot as plt, ticker as tk
      %config InlineBackend.figure_format='retina' # nur für Macbook Pro nötig

      import numpy as np
      import pandas as pd

      from fun_expr import Function_from_Expression as FE
```

```
[2]: # Die Funktionsvariable definieren
      t = Symbol('t')

      # bekannte Konstanten
      k_zul = 1000e-6
      k_0 = k_au = 400e-6

      beta = 0.5
      t_0 = 0

      # Die Funktion k(t) definieren
      k = FE(t, k_zul + (k_0-k_zul)*exp(-beta*(t-t_0)), name='k')
      k.equation()
```

```
[2]: k(t) = 0.001 - 0.0006e-0.5t
```

```
[3]: lt = np.linspace(0,10) # 10 Stunden

df = pd.DataFrame(
    {
        't': lt,
        'k': 1e6*k.lambdified(lt), # k in ppM
    }
)

df.head().T
```

```
[3]:      0      1      2      3      4
t    0.0  0.204082  0.408163  0.612245  0.816327
k  400.0  458.204384  510.762517  558.222127  601.077808
```

```
[4]: ax = df.plot(x='t',y='k',label='$k=k(t)$')
ax.axhline(1e6*k_zul,c='r')

ax.set(
    xlim=(0,10),xlabel='Zeit $t$ in Stunden',
    ylim=(0,1200),ylabel='Konzentration $k$ in ppM'
)

delta_t = 2 # 1/beta = 2
for i in range(0,10,delta_t):
    ax.plot([i,i+delta_t,i+delta_t],[1e6*v for v in_
    → [k(i),k_zul,k(i+delta_t)]],c='r',marker='o')

ax.grid();
plt.savefig('Nb_5_fig_1.pdf',bbox_inches='tight')
```

