

Notebook_4

March 31, 2020

1 Raumlufthqualität 4.0

In belüfteten Räumen ändert sich die Schadstoffkonzentration nach der Funktion

$$k(t) = k_{\infty} + (k_0 - k_{\infty}) e^{-\beta(t-t_0)}$$

Wird in diese Formel für t der Wert t_0 eingesetzt, so ergibt sich

$$k(t_0) = k_{\infty} + (k_0 - k_{\infty}) \underbrace{e^{-\beta(t-t_0)}}_{=1} = k_0$$

Weiter ergibt sich für sehr große Werte von t (und schließlich für $t \rightarrow \infty$):

$$k(t) \rightarrow k_{\infty} + (k_0 - k_{\infty}) \underbrace{e^{-\beta(t-t_0)}}_{=0} = k_{\infty}$$

Der Wert der Funktion $k(t)$ ändert sich also vom Ausgangswert k_0 auf den Endwert k_{∞} . Dieser Wert wird theoretisch nie erreicht. Praktisch ist schon nach relativ kurzer Zeit kaum noch ein Unterschied zwischen $k(t)$ und k_{∞} festzustellen. Deshalb wird der Wert k_{∞} so bestimmt, dass er mit der zulässigen Schadstoffkonzentration im Raum zusammenfällt.

Dieser Wert ergibt sich aus der Formel

$$k_{zul} = k_{\infty} = k_{au} + \frac{\dot{V}_{sch}}{\dot{V}_{au}} \quad \text{oder} \quad \dot{V}_{au} = \frac{\dot{V}_{sch}}{k_{zul} - k_{au}}$$

1.1 Beispiel 1

Ein Raum hat eine Grundfläche von 35 m^2 bei einer Geschosshöhe von 2.50 m . Im Raum werden $50 \frac{\ell}{\text{h}}$ CO_2 freigesetzt. Die CO_2 -Konzentration der Außenluft ist 400 ppM . Im Raum sollen 1000 ppM nicht überschritten werden.

- Berechnen Sie den erforderlichen Außenluftvolumenstrom.
- Stellen Sie den zeitlichen Verlauf der CO_2 -Konzentration in einem Diagramm dar.

1.1.1 Lösung

Das Raumvolumen ergibt sich zu $V_{ra} = 87.5 \text{ m}^3$. Damit ergibt sich der Außenluftvolumenstrom zu

$$\dot{V}_{au} = \frac{\dot{V}_{sch}}{k_{zul} - k_{au}} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{(1000 - 400) \cdot 10^{-6} \text{ h}} = 83.3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

oder:

```
[1]: from matplotlib import pyplot as plt, ticker as tk
      %matplotlib inline
      %config InlineBackend.figure_format='retina'

      import numpy as np
      import pandas as pd
```

```
[2]: # Das Raumvolumen
      V_ra = 35*2.5 # m**3
      V_ra
```

```
[2]: 87.5
```

```
[3]: # Der erforderliche Außenluftvolumenstrom
      k_au = 400e-6
      k_zul = 1000e-6

      dV_sch = 50e-3 # m**3/h

      dV_au = dV_sch/(k_zul-k_au) # m**3/h
      dV_au
```

```
[3]: 83.33333333333333
```

Die Luftwechselzahl ist

$$\beta = \frac{\dot{V}_{au}}{V_{ra}} \approx 0.95 \frac{1}{\text{h}}$$

```
[4]: # Die Luftwechselzahl
      beta = dV_au/V_ra
      beta
```

```
[4]: 0.9523809523809523
```

Damit ergibt sich der folgende Verlauf der Schadstoffkonzentration:

```
[5]: # Das Zeitintervall
lt = np.linspace(0,5/beta) # fünf Zeitkonstanten

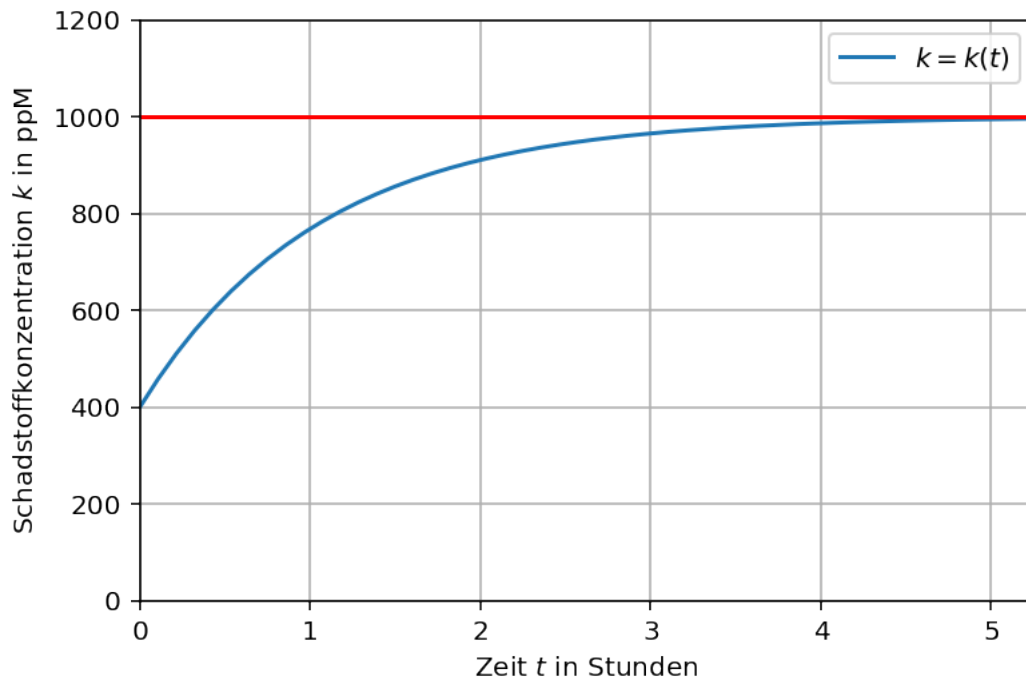
# Der Dataframe
df = pd.DataFrame(
    {
        't': lt,
        'k': 1e6*(k_zul + (k_au-k_zul)*np.exp(-beta*lt))
    }
)
df.head().T
```

```
[5]:      0      1      2      3      4
t    0.0  0.107143  0.214286  0.321429  0.428571
k  400.0  458.204384  510.762517  558.222127  601.077808
```

```
[6]: ax = df.plot(x='t',y='k',label='$k=k(t)$')
ax.axhline(1e6*k_zul,c='r')

ax.grid()

ax.set(
    xlim=(0,5/beta), xlabel='Zeit $t$ in Stunden',
    ylim=(0,1200), ylabel='Schadstoffkonzentration $k$ in ppM'
);
```



Bei korrekter Belüftung stellt sich nach einiger Zeit ein Gleichgewicht zwischen dem freigesetzten CO₂ und dem abtransportierten CO₂ ein, so dass sich die CO₂-Konzentration nicht mehr ändert.

1.2 Beispiel 2

In einem schlecht gelüfteten Raum ist die CO₂-Konzentration auf 2000 ppM angewachsen.

Weiter ist $\dot{V}_{\text{sch}} = 60 \frac{\ell}{\text{h}}$ bei $V_{\text{ra}} = 40 \text{ m}^3$, sowie $k_{\text{au}} = 400 \text{ ppM}$ und $k_{\text{zul}} = 1000 \text{ ppM}$.

Mit welchem Außenluftvolumenstrom muss der Raum belüftet werden?

Lösung Man berechnet

$$\dot{V}_{\text{au}} = \frac{\dot{V}_{\text{sch}}}{k_{\text{zul}} - k_{\text{au}}} = 100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

```
[7]: # Der Schadstoffvolumenstrom
dV_sch = 60e-3 # m**3/h

# Das Raumvolumen
V_ra = 50 # m**3

# Die CO_2-Konzentrationen
k_au = 400e-6
k_zul = 1000e-6
k_0 = 2000e-6

# Der Außenluftvolumenstrom
dV_au = dV_sch/(k_zul-k_au)
dV_au
```

[7]: 99.99999999999999

Damit ist die Luftwechselzahl

$$\beta = \frac{\dot{V}_{\text{au}}}{V_{\text{ra}}} = 2 \frac{1}{\text{h}}$$

```
[8]: # Die Luftwechselzahl des Raumes
beta = dV_au/V_ra # 1/h
beta
```

[8]: 1.9999999999999998

Damit ergibt sich der folgende Verlauf der CO₂-Konzentration:

```
[9]: # Das Zeitintervall
lt = np.linspace(0,5/beta) # fünf Zeitkonstanten

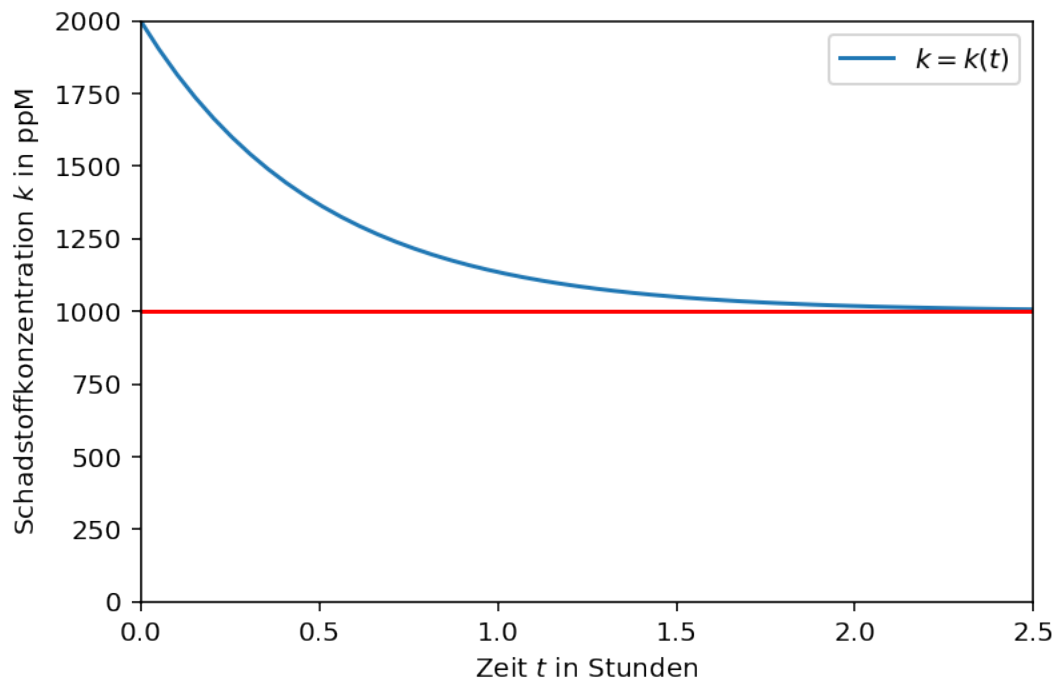
# Der Dataframe
df = pd.DataFrame(
    {
        't': lt,
        'k': 1e6*(k_zul + (k_0-k_zul)*np.exp(-beta*lt)) # in ppM
    }
)

df.head().T
```

```
[9]:      0      1      2      3      4
t    0.0  0.051020  0.102041  0.153061  0.204082
k  2000.0  1902.992694  1815.395806  1736.296455  1664.870320
```

```
[10]: ax = df.plot(x='t',y='k',label='$k=k(t)$')
ax.axhline(1e6*k_zul,c='r')

ax.set(
    xlim=(0,5/beta),xlabel='Zeit $t$ in Stunden',
    ylim=(0,2000),ylabel='Schadstoffkonzentration $k$ in ppM'
);
```



Wird der Raum mit dem erforderlichen Außenluftvolumenstrom belüftet, so verbessert sich die schlechte Luftqualität und es stellt sich schließlich die zulässige Schadstoffkonzentration im Raum ein.

1.3 Beispiel 3

Ein Wohnzimmer von 35 m² Grundfläche wird mit 50 $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ Außenluft belüftet.

Abends versammeln sich die Eltern und die vier Kinder im Wohnzimmer zum Fernsehen. Dabei geben sie 120 $\frac{\ell}{\text{h}}$ CO₂ ab. Wie ist die zeitliche Entwicklung der CO₂-Konzentration im Raum?

Lösung Bei einer -üblichen- Geschosshöhe von 2.50 m ist $V_{\text{ra}} = 87.5 \text{ m}^3$. Damit ergibt sich

$$\beta = \frac{\dot{V}_{\text{au}}}{V_{\text{ra}}} = 0.57 \frac{1}{\text{h}}$$

Die Schadstoffkonzentration ergibt den folgenden Verlauf:

```
[11]: # Das Raumvolumen
V_ra = 35*2.5 # m**3
V_ra
```

```
[11]: 87.5
```

```
[12]: # Der CO_2-Volumenstrom
dV_sch = 120e-3 # m**3/h

# Der Außenluftvolumenstrom
dV_au = 50 # m**3/h

# Die CO_2-Konzentrationen
k_au = 400e-6
k_0 = k_au
k_zul = 1000e-6
k_inf = k_au + dV_sch/dV_au

# Die Luftwechselzahl
beta = dV_au/V_ra # 1/h
beta
```

```
[12]: 0.5714285714285714
```

```
[13]: # Das Zeitintervall
lt = np.linspace(0,4)
```

```
# Der Dataframe
df = pd.DataFrame(
    {
        't': lt,
        'k': 1e6*(k_inf + (k_0-k_inf)*np.exp(-beta*lt)) # in ppM
    }
)

df.head().T
```

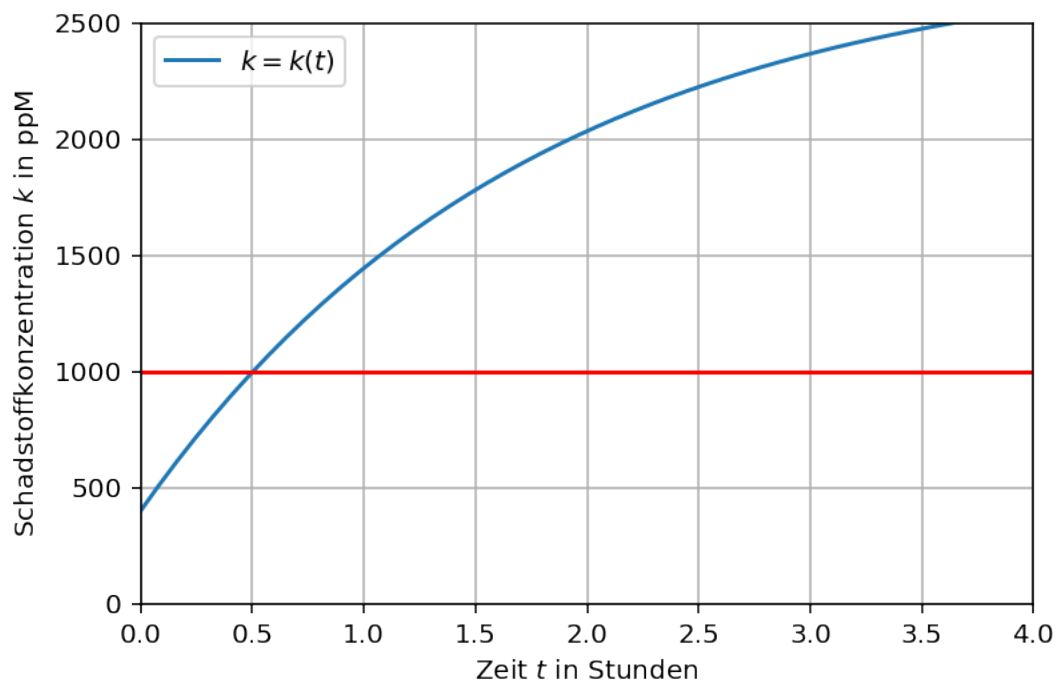
```
[13]:
```

	0	1	2	3	4
t	0.0	0.081633	0.163265	0.244898	0.326531
k	400.0	509.382328	613.779450	713.418572	808.516544

```
[14]: ax = df.plot(x='t',y='k',label='$k=k(t)$')
ax.axhline(1e6*k_zul,c='r')

ax.grid()

ax.set(
    xlim=(0,4), xlabel='Zeit $t$ in Stunden',
    ylim=(0,2500), ylabel='Schadstoffkonzentration $k$ in ppM'
);
```



Schon nach etwa einer halben Stunde ist die zulässige CO₂-Konzentration im Raum erreicht.
Nach etwa 2 Stunden ist die Raumluftqualität inakzeptabel.