Zadanie 1.

Znajdź długość najdłuższego prefiksu, który jest jednocześnie sufiksem podanego łańcucha, ale nie jest to cały łańcuch. Na przykład dla łańcucha *cabaca* odpowiedzią jest długość 2, bo *ca* spełnia podane warunki. Dla *aaaa* oraz *abc* odpowiedziami są, odpowiednio, długości 3 oraz 0. Zakładamy, że wejściowy łańcuch składa się z liter $a - z, A - Z$, a jego długość może wynosić 10^6. Limit czasowy = 20 sekund.

Zadanie 2.

Znajdź funkcję $g(n)$ aproksymującą funkcję $f(n)$, która jest zadana tabelą wartości:

n	1	2	3	4	5	6
$f(n)$	0.368	0.432	0.504	0.561	0.606	0.642
n	7	8	9	10	20	50
$f(n)$	0.671	0.695	0.716	0.733	0.830	0.913

Dokładność aproksymacji musi być taka, aby $|f(n) - g(n)| < 0.02$ dla wszystkich wartości n podanych w tabeli. Funkcję $g(n)$ zdefiniuj za pomocą co najwyżej sześciu operatorów wybranych ze zbioru $\{+, -, *, /\}$.

Zadanie 3.

Tablica a zawiera liczby całkowite z zakresu od 1 do 50000 uporządkowane niemalejąco, tzn. $a[0] \le a[1] \le \cdots \le a[n-1]$. Znajdź najmniejszą dodatnią liczbę całkowitą, której nie da się przedstawić jako sumę elementów wybranych z tablicy a (żaden element z tej tablicy nie może być użyty więcej niż raz). Na przykład, jeśli $a = [1, 1, 2, 9]$, to taką najmniejszą liczbą będzie 5. Zakładamy, że n może wynosić 10^5. Limit czasowy = 10 sekund.

Zadanie 4.

Dla danego tekstu wskaż jego najdłuższy podłańcuch, który występuje w tym tekście więcej niż raz. Na przykład, jeśli tekstem jest $t[0..7]$ = *bananami*, to szukanym podłańcuchem jest $t[3..5]$ ($t[1..3]$ też jest poprawną odpowiedzią). Zakładamy, że wejściowy łańcuch składa się z liter $a - z, A - Z$, a jego długość może wynosić 1×10^6. Limit czasowy = 10 sekund.

Zadanie 5.

Rozważmy grę dwuosobową, w której rekwizytami są: n szklanek ułożonych w jednym rzędzie oraz k ($1 \le k \le n$) monet rozmieszczonych w tych szklankach, w taki sposób, że w każdej szklance jest co najwyżej jedna moneta. Gracze wykonują ruchy na przemian do momentu, w którym jeden z nich nie może wykonać ruchu; gracz ten — który nie może wykonać ruchu — przegrywa. Ruch polega na wyjęciu z wybranej szklanki (lub dwóch sąsiadujących ze sobą szklanek) monety (odpowiednio — dwóch monet). Napisz program grający w tę grę optymalnie, zakładając, że $n \le 100$. Limit czasowy na wykonanie ruchu = 2 sekundy.

Zadanie 6.

Rozważmy pewną jednoosobową grę, w której rekwizytami są liczby całkowite ułożone w ciągu. W każdym kroku wybieramy dowolną liczbę oprócz dwóch skrajnych i usuwamy ją z ciągu. Zdobywamy za to tyle punktów ile wynosi suma wybranej do usunięcia liczby i jej dwóch przyległych sąsiadów. Gra kończy się, gdy w ciągu zostają dwie liczby. Naszym celem jest maksymalizacja zdobytych punktów. Oczywiście punkty zdobyte w kolejnych krokach sumują się. Na przykład, dla ciągu 2, 1, 5, 3, 4 możemy uzyskać maksymalnie 31 punktów w następujący sposób: usuwamy 3 (12 pkt) -> 2, 1, 5, 4; usuwamy 1 (8 pkt) -> 2, 5, 4; usuwamy 5 (11 pkt) -> 2, 4. Suma = 12 + 8 + 11 = 31.

Napisz program wyznaczający maksymalną możliwą do uzyskania sumę punktów. Zakładamy, że długość wejściowego ciągu nie przekroczy 200, a każdy jego element będzie zawierał się w przedziale $[1, 100]$. Limit czasowy = 10 sekund.

Zadanie 7.

Rozważmy następującą definicję *skompresowanego słowa*:

1. pojedyncza mała litera (a-z) jest skompresowanym słowem;
2. jeśli $e_1, e_2, \ldots, e_t$ są skompresowanymi słowami, to $(e_1\, e_2 \cdots e_t\, n)$, gdzie n i t są nieujemnymi liczbami całkowitymi, też jest skompresowanym słowem.

Semantyka skompresowanych słów jest bardzo intuicyjna. Małej literze odpowiada dokładnie ta sama litera, natomiast wyrażeniu $(e_1\, e_2 \cdots e_t\, n)$ odpowiada konkatenacja słów opisanych przez e_1, e_2 itd. powielona n razy. Na przykład `(a (b 3) 2)` jest skompresowaną postacią słowa `abbbabbb`. Napisz program dekompresujący skompresowane słowo.

Zadanie 8.

Przedstaw podaną liczbę całkowitą ($1 \leq n \leq 200$) jako sumę malejących liczb całkowitych dodatnich, których iloczyn jest największy. Limit czasowy = 10 sekund.

Zadanie 9.

Znajdź dwanaście takich liczb 32-bitowych, żeby każda ich para różniła się bitami na co najmniej 17 pozycjach.

Zadanie 10.

Dany jest zbiór liczb $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, z których każda jest całkowita i większa od zera. Czy można dokonać takiego podziału zbioru A na dwa rozłączne zbiory A_1 i A_2 ($A_1 \cup A_2 = A$, $A_1 \cap A_2 = \emptyset$), aby zachodziło $\sum_{a \in A_1} a = \sum_{a \in A_2} a$? Napisz program, który będzie rozwiązywał to zadanie w limicie czasowym 10 sekund, zakładając, że $n \leq 100$ oraz $a_i \leq 10^9$ dla $i = 1, 2, \ldots, n$.

Zadanie 11.

Dany jest zbiór P punktów na płaszczyźnie euklidesowej. Znajdź k-elementowy podzbiór $Q \subset P$, dla którego suma odległości pomiędzy każdą parą wybranych punktów, $\sum_{\{u,v\} \subset Q} d(u, v)$, będzie maksymalna.

Napisz program, który będzie rozwiązywał to zadanie w limicie czasowym 10 sekund, zakładając, że $|P| \leq 100$.

Zadanie 12.

Pod adresem link znajduje się aplikacja konsolowa sm14.exe, w której zakodowano 14 stanowy minimalny, deterministyczny automat skończony z alfabetem $A = \{0, 1\}$. Po uruchomieniu program ten nasłuchuje na porcie 6789 i po połączeniu z klientem czeka na przesłanie dowolnego słowa nad alfabetem A (zakończonego znakiem końca linii). W odpowiedzi przesyła `YES` lub `NO` (również zakończone znakiem końca linii) w zależności, czy przesłane słowo jest przez automat akceptowane czy nie. Aby zbadać, czy łańcuch pusty jest akceptowany, należy przesłać literę `e`. Odgadnij dokładną postać tego automatu, zakładając, że został on wygenerowany losowo. Po udzieleniu odpowiedzi program oczekuje na przesłanie kolejnego słowa. Sesję z „wyrocznią” sm14.exe można zakończyć wpisując `quit`.

Zadanie 13.

Paczki pocztowe mają długość x_1 mm, szerokość x_2 mm oraz wysokość x_3 mm. Żadna z tych wartości nie może przekroczyć 4200. Dodatkowo, obwód paczki (wyznaczany ze wzoru $2(x_2 + x_3)$) łącznie z jej długością nie może być większy niż 9200 mm. Określ optymalne wymiary paczki w pełnych milimetrach, zakładając, że naszym celem jest maksymalizacja jej objętości.

Zadanie 14.

Pod adresem link znajduje się plik tekstowy words17.txt, w którym zapisano w formacie Abbadingo zbiór łańcuchów. Znajdź wyrażenie regularne o długości co najwyżej 30 znaków, które akceptuje wszystkie łańcuchy z etykietą 1 i jednocześnie nie akceptuje żadnego łańcucha z etykietą 0.

Zadanie 15.

Dany jest łańcuch $x[0..n-1]$. Wskaż takie całkowite k ($0 \leq k < (n-1)/2$), żeby $x[i]=x[k+i]$ dla $i = 0, 1, \ldots, k - 1$. Zakładamy, że wejściowy łańcuch składa się z liter $a - z, A - Z$, a jego długość może wynosić 10^6. Limit czasowy = 10 sekund.

Zadanie 16.

Dane są cztery naczynia o rozmiarach 14 litrów, 10 litrów, 8 litrów i 3 litrów. Naczynia 14-litrowe i 3-litrowe są wypełnione w całości wodą, natomiast naczynia 10-litrowe i 8-litrowe są początkowo puste. Dozwolona jest jedna operacja: przelewanie zawartości jednego naczynia do drugiego kończąca się tylko wtedy, gdy źródłowe naczynie jest puste lub gdy docelowe naczynie jest pełne. Chcemy wiedzieć, czy istnieje sekwencja przelewania, po której pozostanie dokładnie 5 litrów wody w naczyniu 10- lub 8-litrowym.

Zadanie 17.

Czy graf przedstawiający ruch skoczka na szachownicy o wymiarach 8×8, z której usunięto pole **a1**, ma cykl Hamiltona?

Zadanie 18.

W podanym ciągu cyfr, wstaw między cyfry przecinki tak, aby utworzyć ciąg ściśle rosnący liczb całkowitych dodatnich o możliwie najmniejszej wartości ostatniego wyrazu. Dodatkowe założenia są następujące: (i) jego długość nie przekracza 100; (ii) dopuszczamy zapisywanie zer wiodących na początku liczb. Na przykład, dla ciągu 12345678910112 jedną z prawidłowych odpowiedzi jest 12,34,56,78,91,0112. Limit czasowy = 10 sekund.

Zadanie 19.

Rozważmy pakowanie przedmiotów do walizki w taki sposób, aby uzyskać największą jej wartość. Całkowita masa wszystkich przedmiotów nie może przekraczać 50 kg. Wyznacz optymalny wybór przedmiotów, zakładając, że można wybrać więcej niż jeden przedmiot danego typu.

Typ	**Waga**	**Wartość**
1	3	100
2	5	200
3	2	60
4	4	150
5	6	250