

微分方程实验报告

15336134 莫凡

问题描述

使用有限体积法求解Poisson方程的第一边值问题

$$-\Delta u = f$$

特化问题，我们令 $f(x, y) = x + y$

算法概述

先将区域 Γ 用一个内接多边形近似，然后在多边形内任取若干个点，按照这些点进行三角剖分。

对于每一个内点，顺次连接它相邻的三角形的重心，得到一个对偶区域，在这个区域上对 f 进行积分。

同时，对于每一个内点 P ，定义一个分片线性的插值基函数 φ_P ，使得对于每个三角形 ABP ，均有 $\varphi_P(P) = 1$, $\varphi_P(A) = 0$, $\varphi_P(B) = 0$ 。只需要解若干个三元线性方程组即可得到 φ

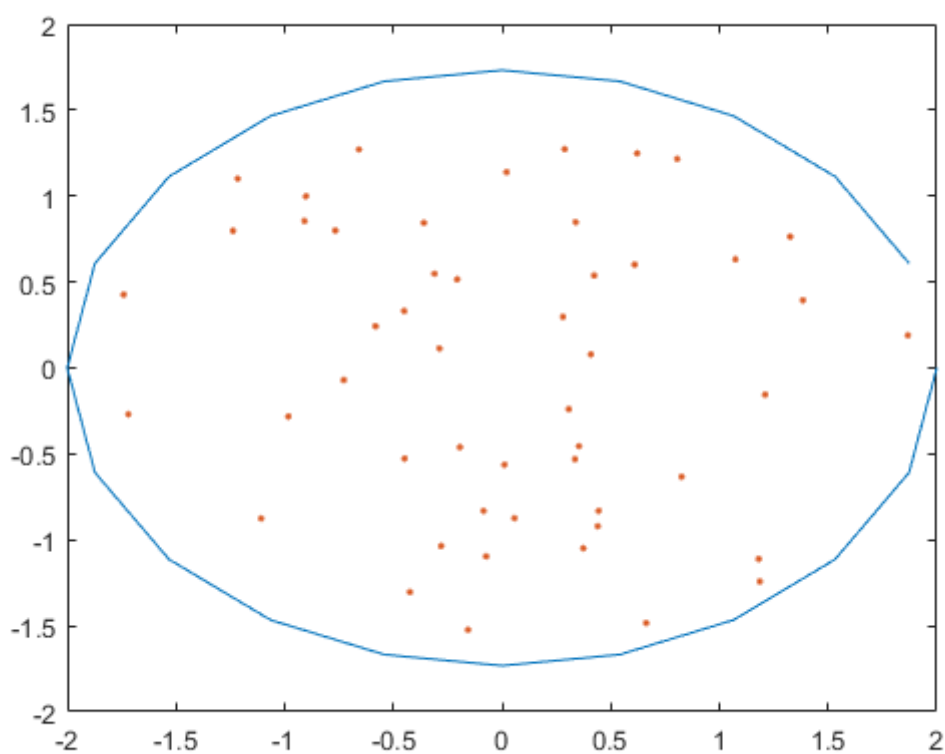
φ 的系数 u 通过求解如下线性方程组得出

$$\sum_i \frac{1}{4S_{q_i}} [(u_{p_i} - u_{p_0}) \overrightarrow{p_{i+1}p_0} \cdot \overrightarrow{p_i p_{i+1}} + (u_{p_{i+1}} - u_{p_0}) \overrightarrow{p_0 p_i} \cdot \overrightarrow{p_i p_{i+1}}] = (f, \psi_{p_0})$$

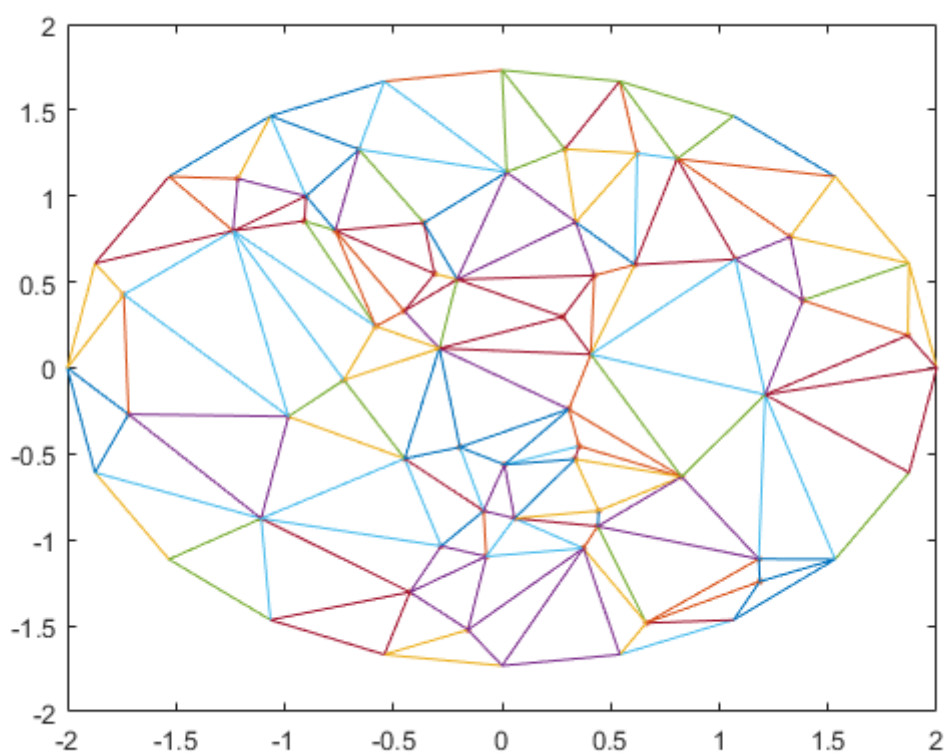
其中 ψ 是对偶区域的特征函数，表示一个点是否在该区域内。

实验步骤

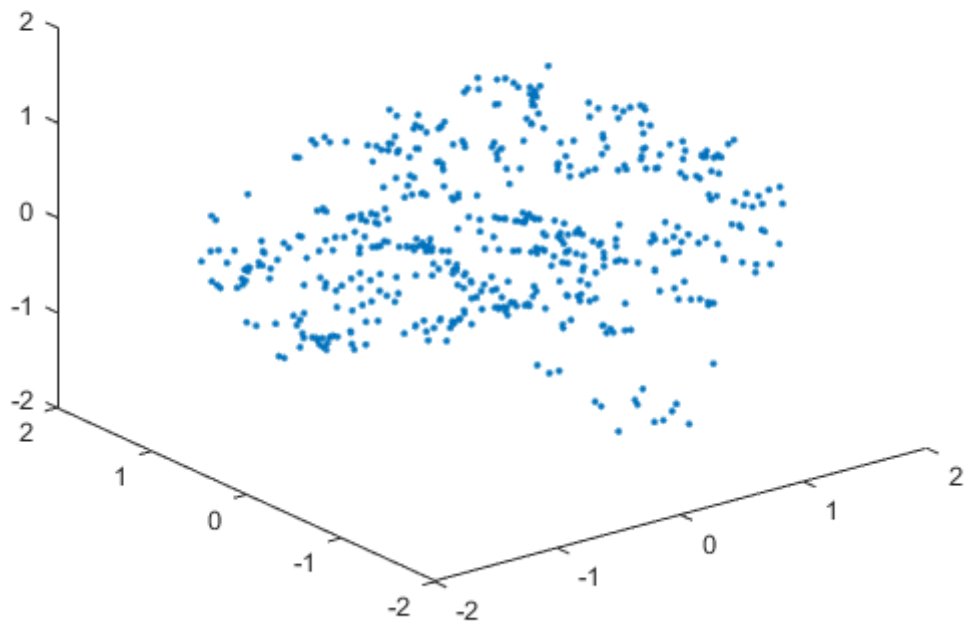
首先将椭圆按照圆心角等分，然后再在椭圆内随机取若干个点，得到



接着使用软件进行三角剖分



积算出来的散点图如下



除了个别的点，其他点的位置都和结果差不多

代码清单

- tri 三角剖分软件
- area.m 计算三角形面积
- checkIn.m 检查一个点是否在某一三角形内部
- data.m 数据生成和预处理
- getPhi.m 生成 φ 函数
- solve.m 求解主程序
-