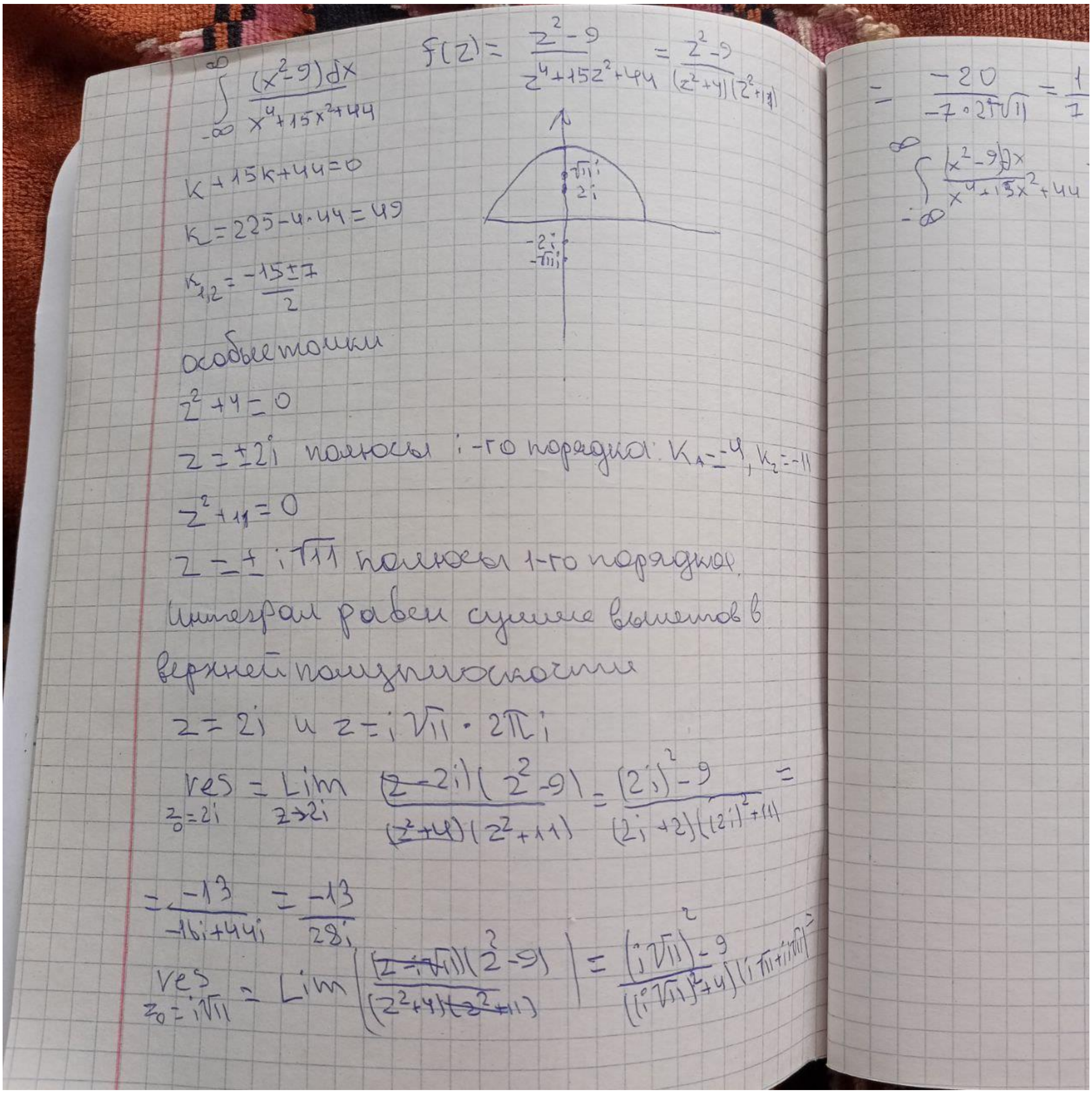
С помощью вычетов вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2-9)\,dx}{x^4+15x^2+44}$.

В ответ укажите сумму модулей всех особых точек функции.
При необходимости ответ округлите до сотых.

Ответ:



$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2-9)dx}{x^4+15x^2+44}$

$f(z) = \frac{z^2-9}{z^4+15z^2+44} = \frac{z^2-9}{(z^2+4)(z^2+11)}$

$k+15k+44=0$

$K = 225-4\cdot 44 = 49$

$k_{1,2} = \frac{-15\pm 7}{2}$

особые точки

$z^2+4=0$

$z=\pm 2i$ полюсы 1-го порядка. $K_1=-4$, $K_2=-11$

$z^2+11=0$

$z=\pm i\sqrt{11}$ полюсы 1-го порядка

Интеграл равен сумме вычетов в верхней полуплоскости

$z=2i$ и $z=i\sqrt{11}\cdot 2\pi i$

$\underset{z_0=2i}{res} = \lim\limits_{z\to 2i} \frac{\cancel{(z-2i)}(z^2-9)}{\cancel{(z^2+4)}(z^2+11)} = \frac{(2i)^2-9}{(2i+2i)((2i)^2+11)} =$

$= \frac{-13}{-16i+44i} = \frac{-13}{28i}$

$\underset{z_0=i\sqrt{11}}{res} = \lim \left(\frac{\cancel{(z-i\sqrt{11})}(z^2-9)}{(z^2+4)\cancel{(z^2+11)}}\right) = \frac{(i\sqrt{11})^2-9}{((i\sqrt{11})^2+4)(i\sqrt{11}+i\sqrt{11})} =$

$= \frac{-20}{-7\cdot 2i\sqrt{11}} = \frac{1}{7}$

$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2-9)dx}{x^4+15x^2+44}$

$$= \frac{-20}{-7 \cdot 2i\sqrt{11}} = \frac{10}{7i\sqrt{11}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2-9)dx}{x^4+15x^2+44} = 2\pi i \left(\frac{-13}{28i} + \frac{10}{2i\sqrt{11}} \right) = \frac{-13\pi}{14} + \frac{20\pi}{7\sqrt{11}}$$