Data Uji Program
Aljabar Linear Kelompok 7

Tampilan awal program

Berikut adalah fungsi menu berfungsi sebagai menu awal program, menampilkan pilihan operasi matriks atau persamaan linier yang dapat dipilih oleh user dan memandu user dalam melakukan pengoprasian program.

```python
def menu():
    print("=========================================")
    print("         MENU KALKULATOR MATRIKS         ")
    print("=========================================")
    print("Pilih Operasi Progam :")
    print("1. Sistem Persamaaan Linier ")
    print("2. Determinan")
    print("3. Matriks Invers")
    print("4. LU Faktorisasi")
    print("5. Persamaan Polinomial, Nilai Eigen, vector eigen")
    print("6. Diagonalisasi Matriks")
    print("7. Singular Value Dekomposision (SVD)")
    print("8. Keluar")
```

1. Penyelesaian Study Case 1 Persamaan Linear

1.1 Soal A

Studi Kasus 1 soal A meminta untuk menyelesaikan persamaan linear dibawah ini:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

A. Eksperimen Program Menggunakan Gauss-Jordan:

```
Pilihan Anda: 1
========================================
              SPL SOLVER
========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 2
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 4
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x4):
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
5 2 -4 2
Masukkan vektor b (ukuran 4):
1 -2 4 6

Output:
(No Solution)
```

Pada kasus persamaan pertama soal pertama, soal diselesaikan menggunakan menu 1 pada program yaitu spl solver, matriks A dikalkukasikan dengan vektor b akan menghasilkan output "No solution" / tidak ada solusi sehingga persamaan linear tersebut merupakan persamaan linear yang tidak konsisten.

B. Eksperimen Program Menggunakan Metode Balikan

```
=========================================
               SPL SOLVER
=========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 3
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 4
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x4):
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
5 2 -4 2
Masukkan vektor b (ukuran 4):
1 -2 4 6

Output:
(No Solution)
```

Perhitungan pada metode lain juga membuktikan jika persamaan tersebut tidak memiliki solusi

Contoh program menyimpan file arsip:

```
hasil.txt
Soal SPL Pakai Gauss Jordan:
Matriks A =
[[ 1.  1. -1. -1.]
 [ 2.  5. -7. -5.]
 [ 2. -1.  1.  3.]
 [ 5.  2. -4.  2.]]

Matriks B =
[ 1. -2.  4.  6.]

Output :
No Solution
```

1.2 Soal B

Studi Kasus 1 soal B meminta untuk menyelesaikan persamaan linear dibawah ini:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A. Eksperimen Program Menggunakan Metode Gauss:

```
=========================================
              SPL SOLVER
=========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 1
=========================================
           Gauss Elimination
=========================================
Pilih Jenis Matrix:
1. Matrix Biasa
2. Matrix Kompleks
Pilihan anda: 1
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 5
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x5):
1 -1 0 0 1
1 1 0 -3 0
2 -1 0 1 -1
-1 2 0 -2 -1
Masukkan vektor b (ukuran 4):
3 6 5 -1

Output:
(Infinite Solutions)
Free Parameters: {3, 5}
x3 is a free parameter
x5 is a free parameter
=========================================
```

Pada kasus persamaan kedua soal pertama, matriks A dikalkukasikan dengan vektor b akan menghasilkan output "*Infinite Solution*" / solusi tidak terhingga, sehingga persamaan linear tersebut merupakan persamaan linear konsisten. Persamaan linear tersebut memiliki parameter bebas yaitu variabel x3 dan x5.

B. Eksperimen Program Menggunakan Metode Gauss-Jordan:

```
=========================================
              SPL SOLVER
=========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 2
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 5
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x5):
1 -1 0 0 1
1 1 0 -3 0
2 -1 0 1 -1
-1 2 0 -2 -1
Masukkan vektor b (ukuran 4):
3 6 5 -1

Output:
(Infinite Solutions)
Free Parameters: {3, 5}
x3 is a free parameter
x5 is a free parameter
```

Perhitungan pada metode lain juga membuktikan jika persamaan tersebut memiliki solusi tak hingga dengan x3 dan x5 sebagai parameter bebas.

Contoh program menyimpan file arsip:

```
Soal SPL Pakai Gauss:
Matriks A =
[[ 1. -1.  0.  0.  1.]
 [ 1.  1.  0. -3.  0.]
 [ 2. -1.  0.  1. -1.]
 [-1.  2.  0. -2. -1.]]

Matriks B =
[ 3.  6.  5. -1.]

Output :
Infinite Solutions
x3 is a free parameter
x5 is a free parameter
```

2. Penyelesaian sistem persamaan linear berbentuk

2.1 Soal A

Studi Kasus 2 soal A meminta untuk menyelesaikan persamaan linear berbentuk dibawah ini:

$$\text{a.}\quad \begin{aligned} 3x_1 + 8x_2 - 3x_3 - 14x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 10x_4 &= 0 \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 12x_4 &= 1 \end{aligned}$$

A. Eksperimen Program Menggunakan Metode Gauss-Jordan:

```
=========================================
               SPL SOLVER
=========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 2
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 4
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x4):
3 8 -3 -14
2 3 -1 -2
1 -2 1 10
1 5 -2 -12
Masukkan vektor b (ukuran 4):
2 1 0 1

Output:
(Infinite Solutions)
Free Parameters: set()
```

Pada kasus persamaan pertama soal kedua, penyelesaian masih menggunakan menu nomor 1, kemudian persamaan yang memiliki variabel (yaitu persamaan yang berada di sebelah kiri) dianggap sebagai matriks A dan persamaan sebelah kanan dianggap sebagai vektor b, dengan begitu matriks A dikalkukasikan dengan vektor b akan menghasilkan output "*Infinite Solution*" / solusi tidak terhingga, sehingga persamaan linear tersebut merupakan persamaan linear konsisten. Persamaan linear tersebut memiliki parameter bebas namun program kami tidak bisa membaca parameter bebas tersebut sehingga hanya bertuliskan set()

Eksperimen Program Menggunakan Metode Gauss:

```
=========================================
            Gauss Elimination
=========================================
Pilih Jenis Matrix:
1. Matrix Biasa
2. Matrix Kompleks
Pilihan anda: 1
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 4
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x4):
3 8 -3 -14
2 3 -1 -2
1 -2 1 10
1 5 -2 -12
Masukkan vektor b (ukuran 4):
2 1 0 1

Output:
(Infinite Solutions)
Free Parameters: set()
```

Penggunaan metode Gauss juga menghasilkan output yang sama.

Contoh menyimpan dalam arsip:

```
Soal SPL Pakai Gauss:
Matriks A =
[[  3.   8.  -3. -14.]
 [  2.   3.  -1.  -2.]
 [  1.  -2.   1.  10.]
 [  1.   5.  -2. -12.]]

Matriks B =
[2. 1. 0. 1.]

Output :
Infinite Solutions
```

2.2 Soal B
Studi Kasus 2 soal B meminta untuk menyelesaikan persamaan linear berbentuk dibawah ini:

$$
\begin{aligned}
x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\
-x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\
x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0
\end{aligned}
$$

A. Eksperimen Program Menggunakan Metode Gauss-Jordan:

```
=========================================
               SPL SOLVER
=========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 2
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 4
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 4x4):
1 -1 1 -1
-1 1 1 1
1 1 -1 1
1 1 1 1
Masukkan vektor b (ukuran 4):
0 0 0 0

Output:
(Infinite Solutions)
Free Parameters: {4}
x4 is a free parameter
```

Pada kasus persamaan kedua soal kedua, penyelesaian masih menggunakan menu nomor 1, kemudian persamaan yang memiliki variabel (yaitu persamaan yang berada di sebelah kiri) dianggap sebagai matriks A dan persamaan sebelah kanan dianggap sebagai vektor b, dengan begitu matriks A dikalkukasikan dengan vektor b akan menghasilkan output "*Infinite Solution*" / solusi tidak terhingga, sehingga persamaan linear tersebut merupakan persamaan linear konsisten. Persamaan linear tersebut memiliki parameter bebas x4.

Contoh penyimpanan pada arsip:

```
Soal SPL Pakai Gauss Jordan:
Matriks A =
[[ 1. -1.  1. -1.]
 [-1.  1.  1.  1.]
 [ 1.  1. -1.  1.]
 [ 1.  1.  1.  1.]]

Matriks B =
[0. 0. 0. 0.]

Output :
Infinite Solutions
x4 is a free parameter
```

3. Carilah polynomial characteristic, eigenvalues, eigenvector dan (jika mungkin) carilah matrik P yang mempunyai invers sehingga P-1AP adalah Diagonal

3.1 Soal G

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -4 & -2 & -5 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Soal ini mengharuskan program untuk mencari karakteristik polinomial, nilai eigen, vektor eigen dan jika mungkin matriks P dari matriks:

```
Pilihan Anda: 5
=========================================
              EIGEN VALUES
=========================================
Masukkan ukuran matriks (n x n): 3
Masukkan elemen-elemen matriks:
3 1 1
-4 -2 -5
2 2 5
Nilai eigen dari matriks tersebut adalah: [1. 2. 3.]
Vektor eigen dari matriks tersebut adalah:
Nilai eigen: 1.0
Vektor eigen:
[ 0.30151 -0.90453  0.30151]
Nilai eigen: 2.0
Vektor eigen:
[-0.70711  0.70711  0.     ]
Nilai eigen: 3.0
Vektor eigen:
[ 0.      -0.70711  0.70711]
Persamaan polinomial dari nilai eigen adalah:
 1.0 * x^3 + -6.0 * x^2 + 11.0 * x^1 + -6.0 * x^0
Matriks P invers ditemukan.
Matriks P:
[[ 0.30151 -0.70711  0.     ]
 [-0.90453  0.70711 -0.70711]
 [ 0.30151  0.       0.70711]]
Matriks P invers:
[[-3.31663958 -3.31663958 -3.31663958]
 [-2.82841425 -1.41420712 -1.41420712]
 [ 1.41420712  1.41420712  2.82841425]]
```

Saat matriks A di-input kedalam program, dengan bantuan header “numpy”, program akan mengkalkulasikan nilainya, sehingga keluar output nilai eigen yaitu 1, 2, dan 3. Vektor eigen dari 1 bernilai 0,3, -0,9 ,dan 0,3. Sedangkan vektor eigen dari 2 bernilai –0,7, 0,7, dan 0. untuk vektor eigen dari nilai eigen 3 adalah 0, -0,7, dan 0,7. Persamaan polinomial/karakteristik polinomialnya adalah $11x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Matriks P (penggabungan eigenvector) memiliki invers pada kasus tersebut.

Contoh menyimpan ke file arsip:

```
Soal Eigen:
[[3.0, 1.0, 1.0], [-4.0, -2.0, -5.0], [2.0, 2.0, 5.0]]

Output :
eigenvalue dan eigenvector =
Nilai eigen: 1.0
Vektor eigen:
[ 0.30151 -0.90453  0.30151]
Nilai eigen: 2.0
Vektor eigen:
[-0.70711  0.70711  0.      ]
Nilai eigen: 3.0
Vektor eigen:
[ 0.      -0.70711  0.70711]
polynomial =
1.0 * x^3 + -6.0 * x^2 + 11.0 * x^1 + -6.0 * x^0

Matriks P:
[[ 0.30151 -0.70711  0.      ]
 [-0.90453  0.70711 -0.70711]
 [ 0.30151  0.       0.70711]]

Matriks P invers:
[[-3.31663958 -3.31663958 -3.31663958]
 [-2.82841425 -1.41420712 -1.41420712]
 [ 1.41420712  1.41420712  2.82841425]]
```

3.2 Soal H

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Soal ini mengharuskan program untuk mencari karakteristik polinomial, nilai eigen, vektor eigen dan jika mungkin matriks P dari matriks:

```
Pilihan Anda: 5
==========================================
              EIGEN VALUES
==========================================
Masukkan ukuran matriks (n x n): 3
Masukkan elemen-elemen matriks:
2 1 1
0 1 0
1 -1 2
Nilai eigen dari matriks tersebut adalah: [3. 1. 1.]
Vektor eigen dari matriks tersebut adalah:
Nilai eigen: 3.0
Vektor eigen:
[0.70711 0.      0.70711]
Nilai eigen: 1.0
Vektor eigen:
[-0.70711  0.       0.70711]
Nilai eigen: 1.0
Vektor eigen:
[-0.70711  0.       0.70711]
Persamaan polinomial dari nilai eigen adalah:
 1.0 * x^3 + -5.0 * x^2 + 7.0 * x^1 + -3.0 * x^0
Tidak dapat menemukan invers dari matriks P.
```

Saat matriks A di input kedalam program, dengan bantuan header “numpy”, program akan mengkalkulasikan nilainya, sehingga keluar output nilai eigen yaitu 3, 1, dan 1. Vektor eigen dari 3 bernilai 0.7, 0 ,dan 0.7. Sedangkan vektor eigen dari 1 bernilai –0.7, 0, dan 0.7. untuk vektor eigen dari nilai eigen 1 adalah –0.7, 0, dan 0.7 Persamaan polinomial/karakteristik polinomialnya adalah $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$. Tidak ditemukan invers pada matriks P (penggabungan eigenvector) pada kasus tersebut.

4. Carilah Sebuah SVD dari matrik berikut ini

4.1 Soal A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Studi kasus ini mengetest program dalam mencari matriks U, S, dan Vh.

```
Pilihan Anda: 7
========================================
                  SVD
========================================
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 2
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 3x2):
1 -1
0 1
1 0
Matriks U:
[[-0.8165  0.     -0.5774]
 [ 0.4082 -0.7071 -0.5774]
 [-0.4082 -0.7071  0.5774]]
Matriks S:
[[1.7321 0.    ]
 [0.     1.    ]]
Matriks Vh:
[[-0.7071  0.7071]
 [-0.7071 -0.7071]]
```

Menu program yang dapat digunakan adalah program nomor 7 yaitu svd. Program akan mengkalkulasikan soal dengan bantuan header “numpy”. Soal studi kasus dimasukkan kedalam program akan mendapat output matriks-matriks yang dicari seperti pada gambar.

Contoh arsip ke dalam file:

```
Soal SVD:
[[ 1. -1.]
 [ 0.  1.]
 [ 1.  0.]]

Output :
Matriks U =
[[-0.8165  0.     -0.5774]
 [ 0.4082 -0.7071 -0.5774]
 [-0.4082 -0.7071  0.5774]]

Matriks S =
[[1.7321 0.    ]
 [0.     1.    ]]

Matriks Vh =
[[-0.7071  0.7071]
 [-0.7071 -0.7071]]
```

4.2 soal B

$$\text{b.} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Studi kasus memiliki permasalahan yang sama dengan soal sebelumnya

```
Pilihan Anda: 7
========================================
                   SVD
========================================
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 3
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 3x3):
1 1 1
-1 0 -2
1 2 0
Matriks U:
[[-0.5774  0.     -0.8165]
 [ 0.5774 -0.7071 -0.4082]
 [-0.5774 -0.7071  0.4082]]
Matriks S:
[[3. 0. 0.]
 [0. 2. 0.]
 [0. 0. 0.]]
Matriks Vh:
[[-0.5774 -0.5774 -0.5774]
 [ 0.     -0.7071  0.7071]
 [-0.8165  0.4082  0.4082]]
```

Menu program yang dapat digunakan adalah program nomor 7 yaitu svd. Program akan mengkalkulasikan soal dengan bantuan header “numpy”. Soal studi kasus dimasukkan kedalam program akan mendapat output matriks-matriks yang dicari seperti pada gambar.

Contoh arsip ke dalam file:

```
Soal SVD:
[[ 1.  1.  1.]
 [-1.  0. -2.]
 [ 1.  2.  0.]]

Output :
Matriks U =
[[-0.5774  0.     -0.8165]
 [ 0.5774 -0.7071 -0.4082]
 [-0.5774 -0.7071  0.4082]]

Matriks S =
[[3. 0. 0.]
 [0. 2. 0.]
 [0. 0. 0.]]

Matriks Vh =
[[-0.5774 -0.5774 -0.5774]
 [ 0.     -0.7071  0.7071]
 [-0.8165  0.4082  0.4082]]
```

5. Persamaan linear dengan menggunakan eleminasi Gauss

$$
\begin{aligned}
5x_1 + (-2 - i)x_2 + (-3 - i)x_3 &= -12 - i, \\
ix_1 + (1 + 2i)x_2 + (2 - i)x_3 &= -3 + i, \\
2ix_2 + x_3 &= -4 + i.
\end{aligned}
$$

Studi kasus pada soal ini mengharuskan program ini dalam mencari penyelesaian spl yang mengandung variabel i / kasus spl kompleks dan mengeliminasinya dengan metode Gauss.

```
Pilihan Anda: 1
=========================================
              SPL SOLVER
=========================================
Pilih Operasi Progam :
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kembali
Pilihan Anda: 1
=========================================
           Gauss Elimination
=========================================
Pilih Jenis Matrix:
1. Matrix Biasa
2. Matrix Kompleks
Pilihan anda: 2
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 3
Masukkan koefisien matriks A (ukuran 3x3):
5 -2-j -3-j
j 1+2j 2-j
0 2j 1
Masukkan vektor b (dengan ukuran 3):
-12-j -3+j -4+j

Output:
(Unique Solution)
x1 = (-2+2j)
x2 = (-0+3j)
x3 = (2+1j)
```

Kasus tersebut dapat diselesaikan program ini dengan cara memilih opsi spl dan masuk kedalam pilihan eliminasi gaus, kemudian memilih jenis matriks kompleks. Dalam program ini, pilihan matriks kompleks hanya ada pada menu spl gaus elimination. Kemudian, program ini akan mengatasi permasalahan tersebut dengan bantuan “np.complex_”. Sehingga didapat output seperti pada gambar.

Contoh program menyimpan file ke arsip:

```
Soal SPL Kompleks dengan Gauss:
Matriks A =
[[ 5.+0.j -2.-1.j -3.-1.j]
 [ 0.+1.j  1.+2.j  2.-1.j]
 [ 0.+0.j  0.+2.j  1.+0.j]]

Matriks B =
[-12.-1.j  -3.+1.j  -4.+1.j]

Output :
x1 = (-2+2j)
x2 = (-0+3j)
x3 = (2+1j)
```