

中原大學資訊工程系 演算法分析第一次機測

Deadline: 4 / 12 / 2019 (星期五)
(限期中考前一週測完，逾期不得補繳)

【程式設計說明】

1. 每組限 2~3 人，組員須固定，本學期不得任意變更。原則上以專題組員為主。
2. 組員應合作共同解題，但嚴禁跨組合作。
3. 程式設計必須使用 Python 程式語言，版本採用 3.7。
4. 可參考課本、相關書籍或 Algorithms.py 等解題，解題方法及演算法不限，但絕對嚴禁抄襲他組程式，組員均有責任保護程式不被他組抄襲。若發現抄襲屬實，兩組均以零分計。
5. 所有輸入及輸出均為標準格式，即程式在命令提示字元環境下執行時可以鍵盤輸入資料，本機測不採讀檔方式進行。
6. 每一支程式均須附上組員姓名及學號，例如：

```
# 演算法分析機測  
# 學號: 10427XXX / 10427XXX  
# 姓名: 江○○ / 李○○  
# 中原大學資訊工程系
```

程式命名依該組學號在前之同學 [學號+題號] 為原則。例如：

```
10427001_1.py  
10427001_2.py
```

【機測須知】

1. 評分以解題成功之題數多寡與執行時間決定。
2. 程式必須能處理不同之輸入資料(但輸入格式與範例相同)，並輸出正確結果(輸出格式必須與範例相同)，組員應能說明程式設計內容，方可視為成功。程式之輸出結果錯誤、輸出格式與範例不符、或在執行後超過 60 秒仍未結束，均視為失敗。若程式測試失敗給予基本分數，未繳交程式則以零分計。
3. 本機測於規定之期限前，各組應攜帶程式原始碼至電學大樓 603 室找助教測試(電話：265-4726)，每組限繳交一次，不可分題或多版本繳交，逾期不得補繳。
4. 助教將使用不同之輸入資料作為測試與評分依據，同學應在繳交前充分測試程式。
5. 機測成績納入學期平時成績計算，請同學把握！

指導教授: 張元翔

I. 子集合問題

給定一有限集合 S ，其中 S 所有的元素 (假設有 n 個) 均由正整數所構成，且數值不重複。另外，給定一目標值 t 亦為正整數，**子集合問題** (Subset-Sum Problem) 的目的是從 S 中找到可能的子集 S' ，子集中的個數假設有 m 個，則 $m \leq n$ ，且不能重複選取同一數值，使得其總和剛好是目標值 t 。

舉例說明，假設 $S = \{ 1, 2, 5, 8, 11 \}$ ，且 $t = 18$ ，則子集和問題的解為 $S' = \{ 2, 5, 11 \}$ 。

輸入說明：

每一組輸入包含目標值 t (0 代表結束) 及 S 集合 (不一定排序)，其中元素個數不超過 10 。

輸出說明：

若有解則輸出子集 S' (須排序)，多解時輸出個數最少者，否則輸出**無解** (No Solution)。

輸入範例：

```
6
{ 7, 3, 5, 1 }
18
{ 1, 2, 5, 8, 11 }
21
{ 23, 2, 1, 6, 9, 18 }
23
{ 13, 4, 21, 9, 31 }
0
```

輸出範例：

```
{ 1, 5 }
{ 2, 5, 11 }
{ 1, 2, 18 }
No Solution
```

注意：資訊工程師嚴禁使用 Bubble Sort，使用 Bubble Sort 者本題 0 分 — 翔哥 ☺

II. 數學運算式

假設我們想開發一套數學運算軟體，可以對數學運算式進行編譯，並根據運算式計算結果。運算式的數字均為正整數、運算元為四則運算，即加、減、乘、除等運算，分別使用 $+$ 、 $-$ 、 $*$ 、 $/$ 等運算符號。運算須依括號優先，且是先乘除、後加減的順序。此外，運算式可能包含括號或空格。

注意：若為浮點運算，精確度計算至小數點下四位即可。

輸入說明：

輸入包含 n 個運算式，依序分成 n 列，長度均不超過 128 個字元。0 則代表結束。

輸出說明：

若數學運算式正確，則輸出計算結果；否則輸出錯誤 (Error) 訊息。

輸入範例：

```
2 + 3 - 4
10 - 3 * 2
( 3 + 2 ) * 5
7 / 4 * 3
(( 3 * 2 ) + ( 2 * 4 ))
(( 2 + 2 ) * 3
(( 1 + 2 ) + 3 ) + 4 )
0
```

輸出範例：

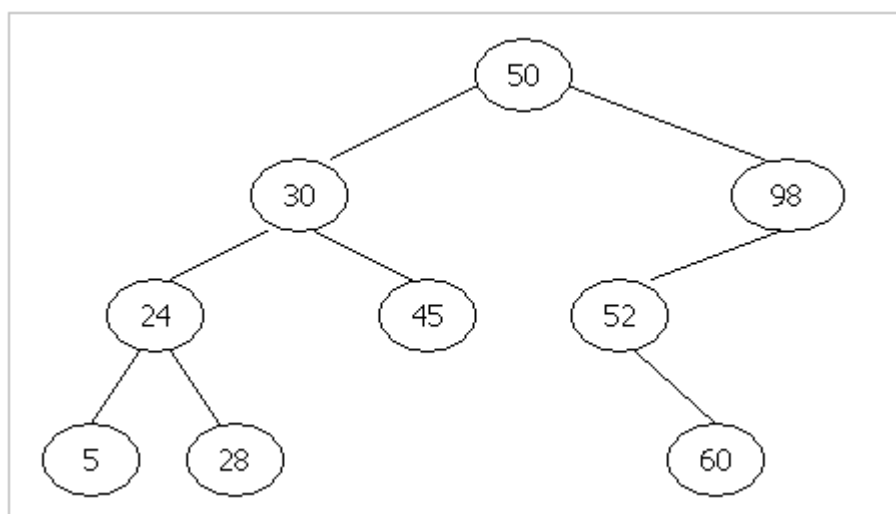
```
1
4
25
5.25
14
Error
Error
```

III. 二元搜尋樹

二元搜尋樹 (Binary Search Tree) 是一種二元樹且滿足以下性質：

- 某節點左子樹的節點的值都小於該節點的值。
- 某節點右子樹的節點的值都大於該節點的值。
- 左子樹和右子樹也必須為二元搜尋樹。

以下為二元搜尋樹的範例：



要拜訪一棵二元樹所有的節點有幾種不同的方式。**前序追蹤** (Preorder traversal) 會列印根節點的值，然後拜訪並列印左子樹，最後拜訪並列印右子樹。而**後序追蹤** (Postorder traversal) 則先拜訪並列印左子樹，再拜訪並列印右子樹，最後才列印根節點的值。上圖兩種方式列印節點值的順序如下：

Preorder: 50 30 24 5 28 45 98 52 60

Postorder: 5 28 24 45 30 60 52 98 50

若給你一棵二元搜尋樹**前序追蹤**的結果，請輸出其**後序追蹤**的結果。注意：若為二元搜尋樹，則答案為唯一。

輸入說明：

輸入為二元搜尋樹前序追蹤的結果，輸入值可能為正整數或大寫英文字母 A、B、...等，並以空格隔開。0 則代表結束。

輸出說明：

輸出二元搜尋樹後序追蹤的結果，每顆二元搜尋樹以一系列為原則，節點值以空格隔開。

輸入範例：

50 30 24 5 28 45 98 52 60

E C A B D G F

0

輸出範例：

5 28 24 45 30 60 52 98 50

B A D C F G E

IV. B 樹 (B-Trees)

在資訊科學中，B-Trees 是一個相當特別的資料結構，假設其階數 (Order) 為 m ，則 B-Trees 可定義如下：

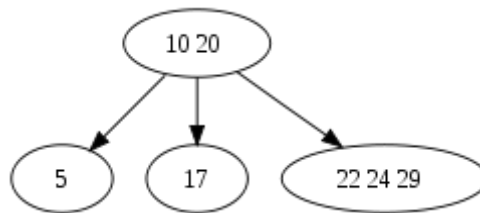
- (a) 每一個節點含有 $\lceil m/2 \rceil \sim m$ 子節點
- (b) B-tree 為一平衡樹，亦即所有的樹葉節點之高度均相同

以階數 $m = 4$ (即 2-3-4 Tree) 為例，則每個節點可能是 2-Node (含 1 個 Key 及 2 個子節點)、3-Node (含 2 個 Keys 及 3 個子節點)、4-Node (含 3 個 Keys 及 4 個子節點)。

若要在 2-3-4 Tree 插入某 Key 值，則操作均從樹根開始搜尋：

- (1) 若搜尋過程中，遇到的節點為 4-Node，需先做 Split，否則繼續往樹葉節點搜尋。
- (2) 搜尋至樹葉節點後，在該節點插入 Key 值。

以下範例而言：



則插入 25 後可得到 2-3-4 Tree 如下 (其中發生 Split)：



以本範例而言，其前序及後序走訪分別為：

Preorder: (10, 20, 24) (5) (17) (22) (25, 29)

Postorder: (5) (17) (22) (25, 29) (10, 20, 24)

試實現 2-3-4 Tree 的插入 (Insertion) 操作。

輸入說明

給定一組正整數 (介於 1 ~ 99) 之間作為 Key 值，分別以空格隔開，依序插入及建立 2-3-4 Tree。

輸出說明

輸出其前序及後序走訪，每個節點均以括號為之，Key 值以逗點隔開。

輸入範例

20 50 40 70 80 15 90 100

輸出範例

2-3-4 Tree (Preorder):

(50) (30) (10, 15, 20) (40) (70) (60) (80, 90, 100)

2-3-4 Tree (Postorder):

(10, 15, 20) (40) (30) (60) (80, 90, 100) (70) (50)

V. 水桶謎題

假設有兩個水桶及一個水池 (無限供應水)，兩個水桶的容量均為已知，但是都沒有刻度，所以你只能進行下列三種動作：

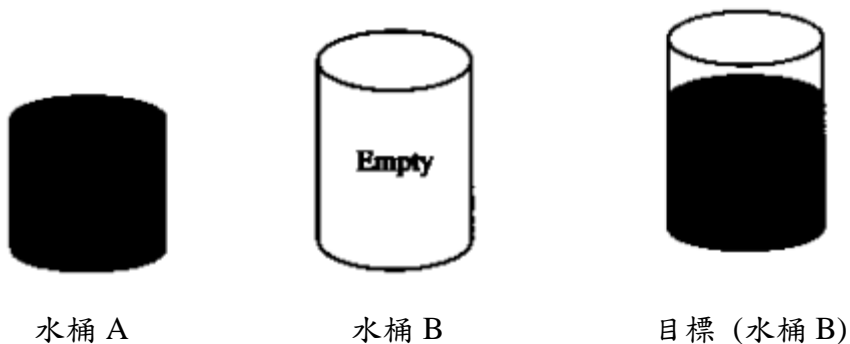
- (1) Fill 將水桶的水裝滿
- (2) Empty 將水桶的水倒光
- (3) Pour 將其中一個水桶的水倒到另一個水桶

其中，第三種動作僅有兩種可能，即第一個水桶的水須全部倒光、或是第二個水桶已裝滿便算結束。舉例說明，假設水桶 A 及水桶 B 都可容納 8 公升，若此時水桶 A 有 5 公升，水桶 B 有 6 公升，第一種動作可將水桶 A 裝滿，第二種動作可將水桶 A 倒光，第三種動作可將水桶 A 的水倒入水桶 B，但僅可將水桶 B 裝滿到 8 公升，使得水桶 A 剩下 3 公升。

水桶謎題的目的在使水桶 B 達到某給定的水量 (公升)，如圖所示為範例，若水桶 A 的容量為 3 公升，水桶 B 的容量為 5 公升，目標水量為 4 公升，則可達到目標的順序如下：

Fill A
Pour A B
Fill A
Pour A B
Empty B
Pour A B
Fill A
Pour A B
Success

其中，Pour A B 表示將水桶 A 倒水倒水桶 B 中。



注意：

1. 本題中你可以假設給定的謎題一定有解。
2. 水桶 A 與水桶 B 在剛開始時皆是空的。

輸入說明：

每組有三個數字，第一個數字為水桶 A 的容量，第二個數字為水桶 B 的容量，第三個數字為目標容量，單位均為公升。輸入為 0 0 0 時則結束。

輸出說明：

列出達到目標的順序。

輸入範例：

3 5 4

5 7 3

0 0 0

輸出範例：

Fill A

Pour A B

Fill A

Pour A B

Empty B

Pour A B

Fill A

Pour A B

Success

Fill A

Pour A B

Fill A

Pour A B

Empty B

Pour A B

Success

※ 本問題曾經出現在好萊塢電影「終極警探 3」。

