Esercizi sul lambda calcolo α -conversione, β -riduzione, forme normali, manipolazione sintattica

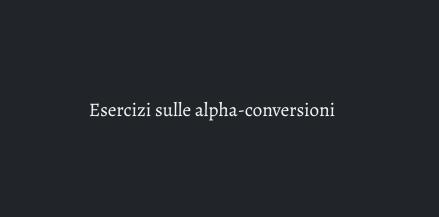
Tutorato di Fondamenti di Informatica xx/xx/2024

Martin Gibilterra

Università di Catania

github.com/w8floosh

in linkedin.com/in/w8floosh



Effettuare l' α -conversione dei seguenti λ -termini trovando almeno due termini α -convertibili al termine in esame:

- 1. $x(\lambda x.zx)(\lambda yz.zyx)$
- 2. $x(\lambda x.yy)(\lambda z.yz)$
- 3. $(\lambda f.fx(f(\lambda x.gx(fx))))$
- 4. $xy(x(\lambda z.y)(\lambda y.zzy))xy$

Indicare quali tra queste sono α -conversioni corrette e spiegare perché le altre non sono corrette.

1.
$$(\lambda x.zx)(\lambda z.x(x(z)) \xrightarrow{[y/z]} (\lambda x.yx)(\lambda y.x(x(y)))$$

2.
$$x(\lambda x.yx)(\lambda z.yz) \xrightarrow{[y/x]} y(\lambda x.yx)(\lambda z.yz)$$

3.
$$(\lambda f.fx(f(\lambda x.gx(fx))) \xrightarrow{[x/c]} (\lambda f.fc(f(\lambda c.gc(fc)))$$

4.
$$xy(x(\lambda t.y)(\lambda y.zzy))xy \xrightarrow{[y/x]} xx(x(\lambda t.x)(\lambda x.zzx))xx$$



Dati i seguenti λ -termini, β -ridurre ciascuno di essi utilizzando la strategia di riduzione call-by-name, descrivendo tutti i passi di β -riduzione in maniera formale evidenziando il β -redex considerato ad ogni passo.

- 1. $(\lambda x.x)((\lambda y.y)(\lambda z.z))$
- 2. $x(\lambda x.yy)(\lambda z.yz)$
- 3. $(\lambda f.fx(f(x)))(\lambda z.zz)$
- 4. $xy(\lambda z.y(\lambda q.zq))xy$
- 5. (λ*abc.a*)(λ*abc.b*)(λ*abc.c*)

$$\frac{(\lambda x.x)((\lambda y.y)(\lambda z.z))}{\overset{\beta}{\rightarrow}} \quad \frac{(\lambda y.y)(\lambda z.z)}{\lambda z.z} \quad \frac{\lambda x.x[(\lambda y.y)(\lambda z.z)/x]}{\lambda y.y[\lambda z.z/y]}$$

Dati i seguenti λ -termini, β -ridurre ciascuno di essi utilizzando la strategia di riduzione call-by-value, descrivendo tutti i passi di β -riduzione in maniera formale.

- 1. $(\lambda c.ccc)(\lambda f.fc(fc))$
- 2. $(\lambda xy.zzy)(\lambda y.zy)(\lambda y.b(yb))$
- 3. $(\lambda xz.xxz)xy$
- 4. $f(\lambda abf.f(b(a)))(\lambda z.ffbz)$

lambda-termini

Dati i seguenti λ -termini, riscriverli con la parentesizzazione più completa possibile, utilizzando anche la curryficazione.

- 1. $xyz(\lambda xy.xyypq)\lambda z.z(yyz)$
- 2. $(\lambda xy.zzy)(\lambda y.zy)(\lambda y.b(yb)bbrx)$
- 3. $(\lambda bh.bbbbbbh)xybh$
- 4. $abf(\lambda abf.fba)fba(\lambda z.ffbz)$
- 5. λabc.abcabcabca(bc)abc