

# MA206 Homework4

12110120 赵钊

2023 年 3 月 26 日

## 1 第 1 题

Planet	Period(T)	Mean distance from the sun(r)
Mercury	88	57.9
Venus	225	108.2
Earth	365	149.6
Mars	687	227.9
Jupiter	4329	778.1
Saturn	10753	1428.2
Uranus	30660	2837.9
Neptune	60150	4488.9

表 1: 行星数据

对上表数据运用 Matlab 进行绘图，绘制的散点图如下

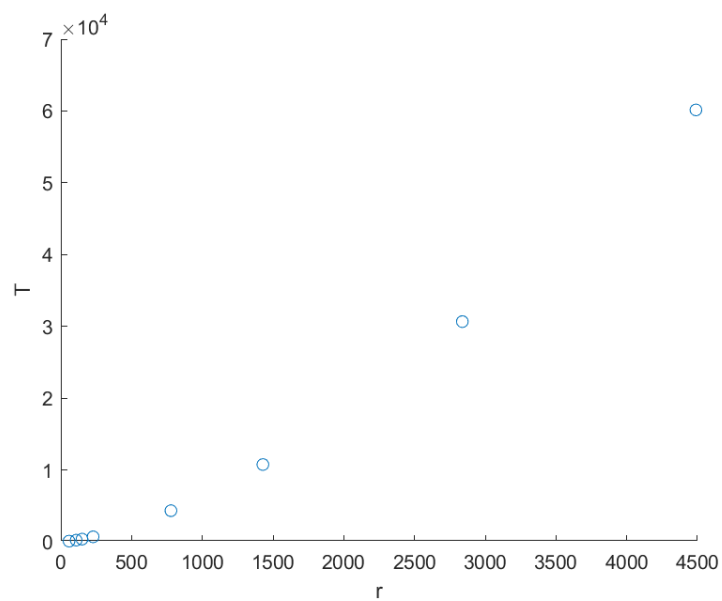


图 1: r-T 图

对数据进行取对数处理

$\ln T$	4.48	5.42	5.90	6.53	8.37	9.28	10.3	11.0
$\ln r$	4.06	4.68	5.01	5.43	6.66	7.26	7.95	8.41

表 2: 取对数

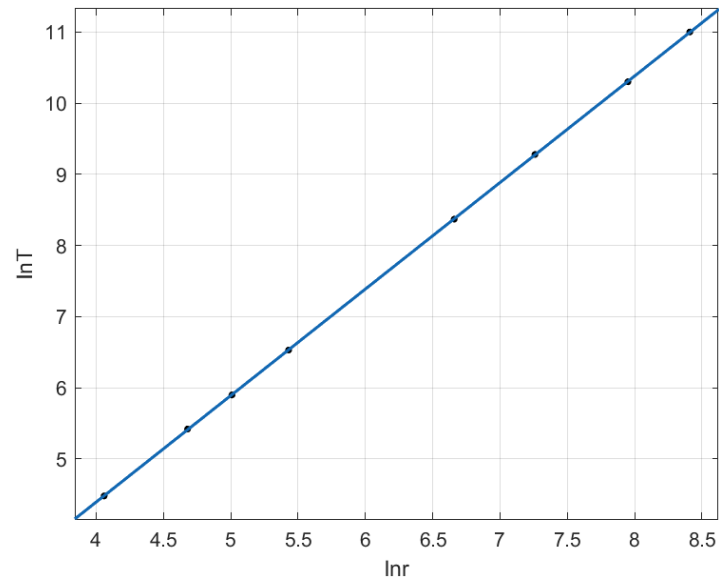


图 2: 拟合

对数据进行线性最小二乘拟合，得到的线性方程为

$$\ln T = 1.497 \ln r - 1.597 \quad (R^2 = 1)$$

即

$$T = e^{-1.597} r^{1.497} \approx 0.203 r^{1.5}$$

对比开普勒第三定律

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{const}$$

发现基本吻合

## 2 第 2 题

对数据进行取对数处理

$V$	$\ln V$	$P$	$\ln P$
2.27	0.82	2500	7.82
2.76	1.02	365	5.90
3.27	1.18	23700	10.07
3.31	1.20	5491	8.61
3.70	1.31	14000	9.55
3.85	1.35	78200	11.27
4.31	1.46	70700	11.17
4.39	1.48	138000	11.84
4.42	1.49	304500	12.63
4.81	1.57	341948	12.74
4.90	1.59	49375	10.81
5.05	1.62	260200	12.47
5.21	1.65	867023	13.67
5.62	1.73	1340000	14.11
5.88	1.77	1092759	13.90

表 3: 数据处理

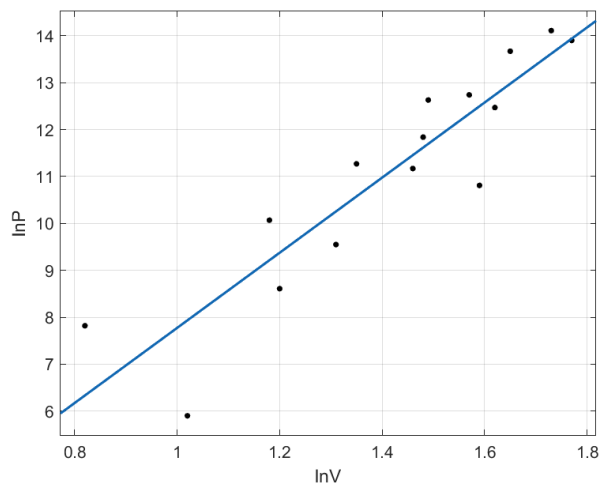


图 3: 拟合

对  $\ln V$  和  $\ln P$  进行线性拟合得到

$$\ln P = 8.005 \ln V - 0.2309 \quad (R_1^2 = 0.8287)$$

即

$$P = e^{-0.2309} V^{8.005} \approx 0.794 V^{8.005}$$

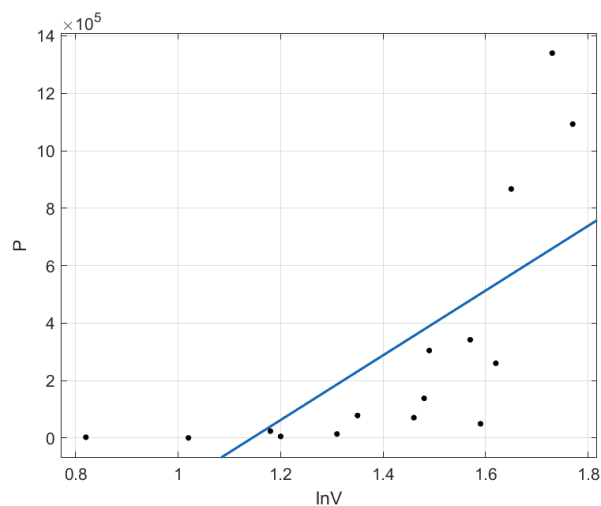


图 4: 拟合

对  $\ln V$  和  $P$  进行线性拟合得到

$$P = 1.13 \times 10^6 \ln V - 1.29 \times 10^6 \quad (R_2^2 = 0.4867)$$

比较发现,  $R_1^2 > R_2^2$ , 因此选择  $P = aV^b$  的模型进行拟合更优.

### 3 第 3 题

以  $a$  和  $b$  作为变量, 求解原方程组

$$\begin{cases} (\sum x_i^2)a + (\sum x_i)b = \sum x_i y_i & (1) \\ (\sum x_i)a + mb = \sum y_i & (2) \end{cases}$$

(1)  $\times m$ 、(2)  $\times \sum x_i$  可得

$$\begin{cases} m(\sum x_i^2)a + m(\sum x_i)b = m \sum x_i y_i & (3) \\ (\sum x_i)^2 a + m(\sum x_i)b = \sum x_i \sum y_i & (4) \end{cases}$$

(3) - (4) 有

$$[m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]a = m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i$$

即

$$a = \frac{m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

代入 (2) 可得

$$mb = \sum y_i - \sum x_i \frac{m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

化简得

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{m \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

## 4 第 4 题

x	17	19	20	22	23	25	28	31	32	33	36	37	39	42
y	19	25	32	51	57	71	113	140	153	187	192	205	250	260

表 4: 第 4 题数据

### 4.1 a

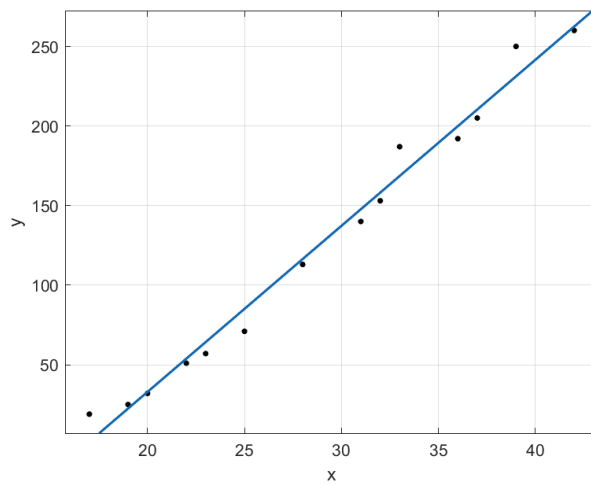


图 5: 拟合

结果为  $y = 10.43x - 175.7$

### 4.2 b

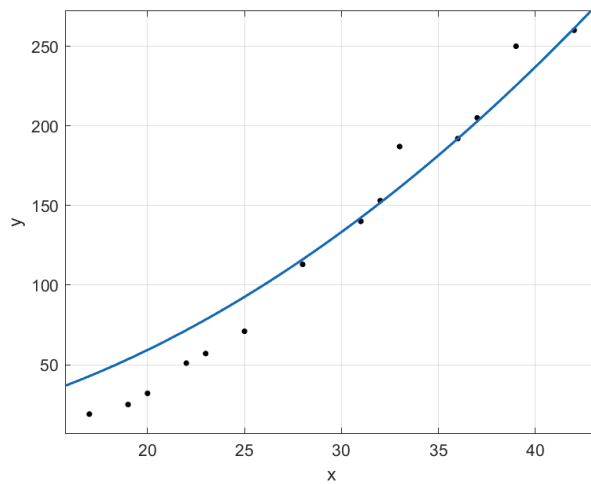


图 6: 拟合

结果为  $y = 0.1481x^2$

### 4.3 c

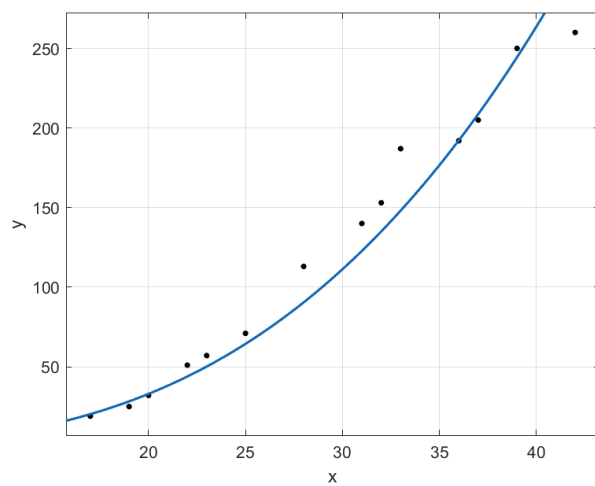


图 7: 拟合

结果为  $y = 0.00412x^3$

### 4.4 d

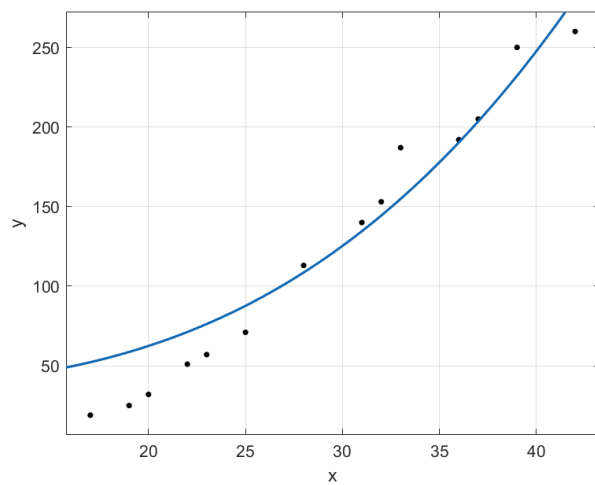


图 8: 拟合

结果为  $y = 0.003307x^3 - 2.252x^2 + 30.93$