レポート課題4（〆切 3/4 23:59 JST）

1. 以下を充たす(x, y)を$t = [0, 2]$の範囲で求めよ.

$$\frac{dx}{dt} = x + 6y + t - 10, \quad x(0) = 1$$

$$\frac{dy}{dt} = x + t - 3, \quad y(0) = 2$$

連立微分方程式

考察例

- 解析的に解き比較する.
- 複数の手法で解いてみて比較する.
- ステップ幅について考える.

参考: 解析解

$$x = -2e^{-2t} - t + 3$$

$$y = e^{-2t} + 1$$

レポート課題4

2. $x = 1$における以下の微分方程式の解yを求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} - 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 7$$

2次微分方程式

参考: 解析解

$$y = e^{x} - e^{-6x}$$

ヒント: 連立微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = x + 6y + t - 10, \quad x(0) = 1$$

$$\frac{dy}{dt} = x + t - 3, \quad y(0) = 2$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y; t) \qquad \frac{dy}{dt} = g(x, y; t)$$ と考えれば,

$$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(x, y; t)\, dt$$

x, yを定数(x_0, y_0)と考えて，$t = t_0$付近でテイラー展開する.

$$x_{i+1} = x_0 + f(x_0, y_0; t_0)\Delta t$$

$t = t_1$でも同様に，直前の計算値(x_1, y_1)を用いて $t = t_1$付近でテイラー展開

yについても同様

ヒント: 高次微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} - 6y = 0$$

$\frac{dy}{dx} = z$を導入する.

$$\frac{dy}{dx} = z$$

$$\frac{dz}{dx} + 5z - 6y = 0 \qquad \frac{dz}{dx} = 6y - 5z$$

独立変数xに関する連立微分方程式

⇨ 先ほど(独立変数t)と同じ方法で解くことができる.

※ ３次，４次でも同様に3連立，４連立と数を増やして対応