

## 電子制御工学実験報告書

実験題目 : トランジスタの増幅回路と R-L-C 共振回路  
報告者 : 4 年 42 番 鷺尾 優作  
提出日 : 2022 年 6 月 16 日  
実験日 : 2022 年 5 月 26 日, 6 月 2 日, 6 月 9 日  
実験班 : A1 班  
共同実験者 : 14 番 小林 拓真  
                  24 番 関 琉斗  
                  26 番 高橋 尚也

### ※ 指導教員記入欄

評価項目	配点	一次チェック ． ．	二次チェック ． ．
記載量	20		
図・表・グラフ	20		
見出し, ページ番号, その他体裁	10		
その他の減点	—		
合計	50		

コメント：

## 1 背景・目的

電子制御工学科 4 年前期（4 年 42 番）のトランジスタの増幅回路と R-L-C 共振回路実験について報告する。

半導体を用いて製造される能動素子であるトランジスタは、「増幅作用」をもつが、信号を増幅させる際、周辺回路の構成によって増幅特性に変化を生じる。一方受動素子であるインダクタとキャパシタを用いる R-L-C 回路は特定の周波数の信号を生成したり、複雑な信号から特定の周波数の信号だけを抽出するのに使用できる。

このレポートでは等価回路による理論値の算出、バイポーラトランジスタを用いた増幅回路の実験、R-L-C 回路共振回路の動作実験をそれぞれ行い、理論値と実測値を比較しそれぞれの特性を確認した。

## 2 トランジスタの増幅回路とその特性

今回の実験では、エミッタ増幅回路をトランジスタの周辺回路として用いる。トランジスタに直流バイアス成分を加え活性領域に動作点を設定し、コンデンサ  $C_1$  を介して交流信号を重ねてトランジスタのベース端子に入力、増幅された交流信号をコレクタ端子に接続されたコンデンサ  $C_2$  を介して取り出す仕組みである。

図 1 にエミッタ増幅回路を示す。

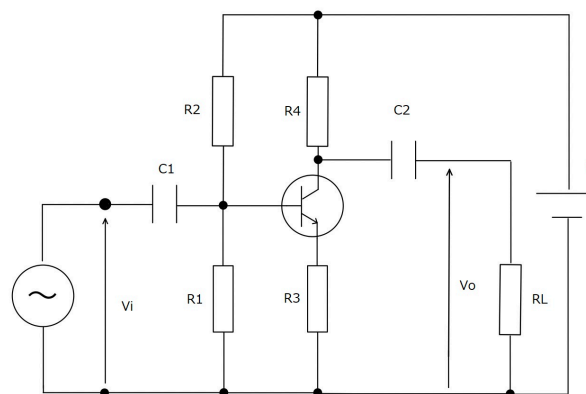


図 1 トランジスタを用いたエミッタ増幅回路

回路図上の各定数は以下のように設定した。

$$R_1 = 22 \text{ [k}\Omega\text{]}, R_2 = 100 \text{ [k}\Omega\text{]}, R_3 = 2 \text{ [k}\Omega\text{]}, R_4 = 10 \text{ [k}\Omega\text{]}, R_L = 10 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

$$C_1 = 0.1 \text{ [}\mu\text{F]}, C_2 = 10 \text{ [}\mu\text{F]}, E = 15 \text{ [V]}$$

### 2.1 増幅回路の理論特性

エミッタ増幅回路がどのような特性を示すか推定するため、電氣的等価回路を作成し、代表的な理論値を等価回路から導かれる計算式を用いて計算した。表 1 に導出した理論値を記載する。

表 1 エミッタ増幅回路の各パラメータの理論値

各パラメータの詳細	名称	理論値
ベース-GND 間電圧	$V_B$	2.7 [V]
コレクタ-GND 間電圧	$V_C$	4.5 [V]
エミッタ-GND 間電圧	$V_E$	2.1 [V]
ベース-エミッタ間電圧	$V_{BE}$	0.6 [V]
電圧利得	$G_V$	7.8 [dB]
低域カットオフ周波数	$f_L$	93.7 [Hz]
入力インピーダンス	$\dot{Z}_i$	17 [k $\Omega$ ]
出力インピーダンス	$\dot{Z}_o$	10 [k $\Omega$ ]

また，各理論値の導出過程については次の通りである．

### 2.1.1 バイアス値

トランジスタにおけるバイアス値は，交流信号を出力する際に基準となる電位の値であり，動作点を決定する重要なパラメータである．バイアス値を導出する際には回路内の直流分のみを抽出した，「バイアス回路」を考える．

以下図 2 に実験で使用した回路をバイアス回路化したものを示す．

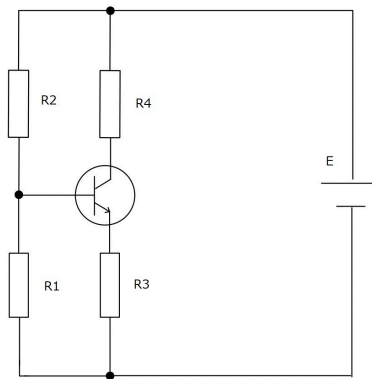


図 2 エミッタ増幅回路のバイアス回路

まず，ベース GND 間電圧  $V_B$  を導出する． $I_{R2} \gg I_B$  であると仮定すると， $V_B$  の電圧は式 (2.1) のように決定できる．

$$V_B = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot E = \frac{22[\text{k}\Omega]}{22[\text{k}\Omega] + 100[\text{k}\Omega]} \cdot 15[\text{V}] \approx 2.7[\text{V}] \quad (2.1)$$

次にエミッタ-GND 間電圧  $V_E$ ，コレクタ-GND 間電圧  $V_C$  を導出する．動作点を決定するために必要な各電圧  $V_E$ ，

$V_C$  を求める計算式は以下のとおりとなる．

$$V_E = V_B - V_{BE} \quad (2.2)$$

$$I_C = I_E = \frac{V_E}{R_3} \quad (2.3)$$

$$V_C = E - R_4 I_C \quad (2.4)$$

ベース-エミッタ間電圧  $V_{BE}$  を決定し，各電圧を導く．使用するバイポーラトランジスタ 2SC1815 のデータシートより， $I_B - V_{BE}$  特性表を図 3 に示す．

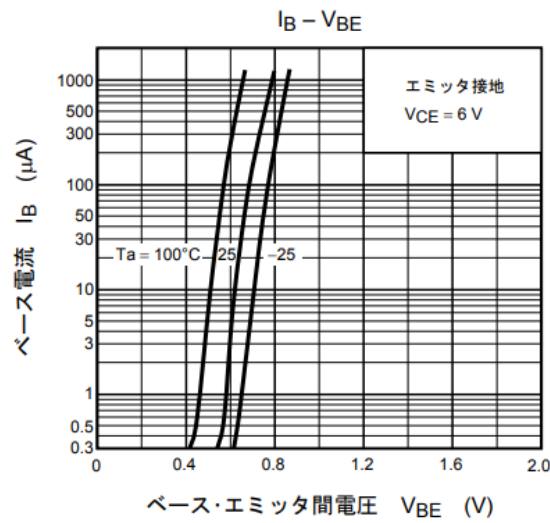


図 3 2SC1815 トランジスタの  $I_B - V_{BE}$  特性

特性表より， $V_{BE} \approx 0.6[\text{V}]$  と読み取ると，代入して各電圧は次のように求められる．

$$V_E \approx 2.7[\text{V}] - 0.6[\text{V}] = 2.1[\text{V}] \quad (2.5)$$

$$I_C = \frac{V_E}{R_3} = \frac{2.1[\text{V}]}{2[\text{k}\Omega]} = 1.05[\text{mA}] \quad (2.6)$$

$$V_C = E - R_4 I_C = 15[\text{V}] - 10[\text{k}\Omega] \cdot 1.05[\text{mA}] = 4.5[\text{V}] \quad (2.7)$$

### 2.1.2 電圧利得

電圧利得は，入力信号に対して出力信号の比から求められ，入力電圧に対して出力電圧が何 [dB] 上昇したかを表す．増幅回路そのものの性能を示すうえで重要なパラメータである．電圧利得を算出するためには，まず結合コンデンサのインピーダンスを 0 とし，交流分の等価回路を考える．

以下図 4 に実験で使用した回路の結合コンデンサのインピーダンスを 0 とした交流分の等価回路を示す．

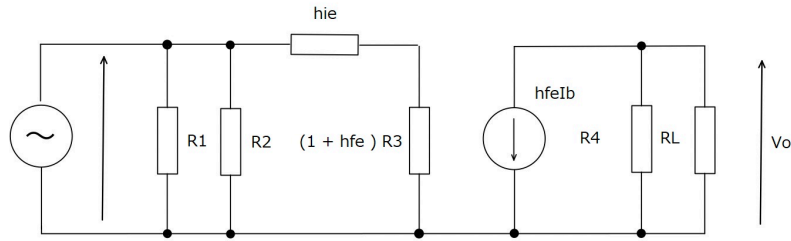


図 4 エミッタ増幅回路の交流分の等価回路

ここで，入力側の並列抵抗を  $R_{12}$ ，出力側の並列抵抗を  $R_{4L}$  のように合成すれば

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{22[\text{k}\Omega] \cdot 100[\text{k}\Omega]}{22[\text{k}\Omega] + 100[\text{k}\Omega]} = 18.0[\text{k}\Omega] \quad (2.8)$$

$$R_{4L} = \frac{R_4 R_L}{R_4 + R_L} = \frac{10[\text{k}\Omega] \cdot 10[\text{k}\Omega]}{10[\text{k}\Omega] + 10[\text{k}\Omega]} = 5.0[\text{k}\Omega] \quad (2.9)$$

電圧利得の理論値  $G_V$  は以下のような式で導出できることがわかる．

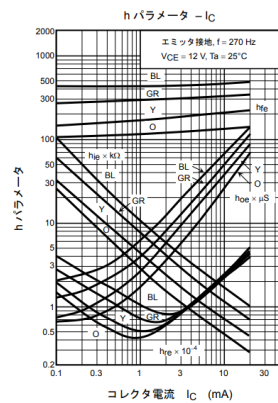
$$V_i = h_{ie} I_b + (1 + h_{fe}) R_3 I_b \quad (2.10)$$

$$V_o = h_{fe} I_b R_{4L} \quad (2.11)$$

$$|A_v| = \frac{|V_o|}{|V_i|} = \frac{h_{fe} R_{4L}}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_3} \quad (2.12)$$

$$G_v = 20 \log_{10}(|A_v|) \quad (2.13)$$

導出に必要な直流電流増幅率  $h_{fe}$ ，トランジスタの入力インピーダンス  $h_{ie}$  は，データシートより求める．図 5 に 2SC1815 の h パラメータ- $I_C$  特性表を示す．


 図 5 2SC1815 トランジスタの h パラメータ- $I_C$  特性

式 (2.6) より， $I_C \approx 1.0[\text{mA}]$  であるから，特性表 (図 5) より， $h_{fe} \approx 160$ ， $h_{ie} \approx 4.0[\text{k}\Omega]$  と読み取れる．

これらの数値を用いて前式を解くと、電圧利得の理論値  $G_V$  は以下のように導出できる。

$$V_i = 4.0[\text{k}\Omega] \cdot I_b + (1 + 160) \cdot 10[\text{k}\Omega] \cdot I_b \approx 2.2[\text{V}] \quad (2.14)$$

$$V_o = 4.0[\text{k}\Omega] \cdot I_b \cdot 5.0[\text{k}\Omega] \approx 5.5[\text{V}] \quad (2.15)$$

$$|A_v| = \frac{|V_o|}{|V_i|} = \frac{160 \cdot 5.0[\text{k}\Omega]}{4.0[\text{k}\Omega] + (1 + 160) \cdot 10[\text{k}\Omega]} \approx 2.45[\text{倍}] \quad (2.16)$$

$$G_V = 20 \log_{10}(|A_v|) \approx 7.8[\text{dB}] \quad (2.17)$$

### 2.1.3 低域カットオフ周波数

低域カットオフ周波数は、入力信号の周波数が減少した際に増幅が正常に行われなくなる現象において、その下限周波数の目安となるパラメータである。低域カットオフは結合コンデンサ  $C_1$  によって生じるため、算出するためには結合コンデンサ  $C_2$  を無視した簡易等価回路を考える。

以下図 6 に  $C_2$  を無視した簡易等価回路を示す。

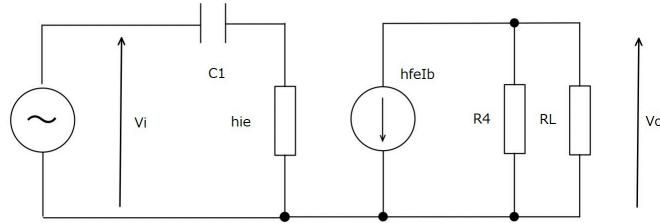


図 6  $C_2$  を無視したエミッタ増幅回路の簡易等価回路

入力電圧を複素数空間に拡張して、

$$\dot{V} = \dot{V}_{ic} + \dot{V}_{io} = -j \frac{1}{\omega C_1} \dot{I}_i + R_{io} \dot{I}_i \quad (2.18)$$

ここで、各抵抗について

$$R_{io} = \frac{R_{12} \{h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_3\}}{R_{12} + \{h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_3\}} = \frac{18.0[\text{k}\Omega] \{4.0[\text{k}\Omega] + (1 + 160) 10[\text{k}\Omega]\}}{18.0[\text{k}\Omega] + \{4.0[\text{k}\Omega] + (1 + 160) 10[\text{k}\Omega]\}} \approx 17[\text{k}\Omega] \quad (2.19)$$

のように考えれば、

低域カットオフ周波数の定義より、周波数低域において増幅率が最大利得から 3[dB] 低下する点が  $f_L$  であるから、このとき  $\dot{V}_{io}$  が  $\dot{V}_i$  の  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  倍になることを利用すれば、 $|\dot{V}_{ic}| = |\dot{V}_{io}|$  が成り立つ。

したがって、低域カットオフ周波数  $f_L$  は、

$$\frac{1}{\omega_L C_1} = \frac{1}{2\pi f_L C_1} = R_{io} \quad (2.20)$$

$$f_L = \frac{1}{2\pi C_1 R_{io}} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 0.1[\mu\text{F}] \cdot 17[\text{k}\Omega]} \approx 93.7[\text{Hz}] \quad (2.21)$$

#### 2.1.4 入力インピーダンス

回路全体の入力インピーダンスを算出する。図 7 に結合コンデンサ  $C_1$ ,  $C_2$  のインピーダンスを無視した簡易等価回路を示す。

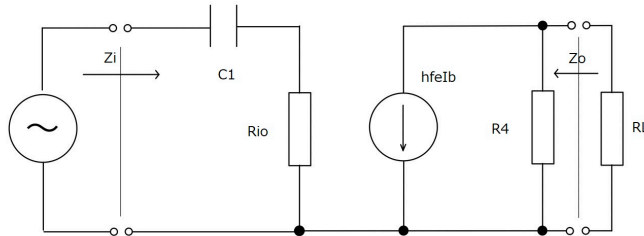


図 7 結合コンデンサのインピーダンスを無視したエミッタ増幅回路の簡易等価回路

入力側から見たときの見かけの抵抗が入力インピーダンス  $\dot{Z}_i$  となるから、

$$\dot{Z}_i = R_{io} \approx 17[\text{k}\Omega] \quad (2.22)$$

#### 2.1.5 出力インピーダンス

回路全体の出力インピーダンスを算出する。入力インピーダンスの算出に使用した図 7 より

出力側から見たときの見かけの抵抗が出力インピーダンス  $\dot{Z}_o$  となるから、

$$\dot{Z}_o = R_4 \approx 10[\text{k}\Omega] \quad (2.23)$$

#### 2.1.6 出力波形の歪み

エミッタ増幅回路では入力信号の電圧  $V_i$  が一定の条件を満たすとき、正常に増幅されず  $V_o$  の波形にひずみが生じる。これには主に 2 つの原因がある。

■ベース電流の遮断 ベース-エミッタ間電圧  $V_{BE}$  にかかる直流バイアス成分が十分に大きくない場合、入力信号の電圧  $V_i$  が小さい場合トランジスタの動作点を下回りベース電流  $I_B$  が遮断されることで、波形がカットされる。

■コレクタ電流の飽和 ベース-エミッタ間電圧  $V_{BE}$  が大きくなると、トランジスタの動作点が高くなり、コレクタ電流  $I_C$  が飽和することで出力電圧の波形がカットされる。

### 2.2 増幅回路の作成と実測

図 1 と同様の回路が実装された実験基板を用いて実際に入力を与えその応答を測定する。

表 2 にエミッタ増幅回路の特性評価に使用した機材のリストを示す。

表 2 エミッタ増幅回路の実測機器リスト

実験装置種別	メーカー	型番	管理番号
トランジスタのエミッタ増幅回路	長岡高専電子制御工学科		NNCT-EC-03
直流安定化電源装置	菊水電子工業株式会社	PMC18-3	Ec-06
低周波発振器	GW-INSTEK	GAG-810	GEQ874835
オシロスコープ	GW-INSTEK	GDS-1052-U	DSO No.11
デジタルマルチメータ	三和電気計器株式会社	PC500	Ec-06
デジタルマルチメータ	三和電気計器株式会社	PC500	Ec-08

図 8 に実験基板の写真を示す。



図 8 トランジスタのエミッタ増幅回路実験基板

実験基板は負荷を可変できるようにするため負荷抵抗  $R_L$  が取り付けられていないため、 $10[\text{k}\Omega]$  の炭素被膜抵抗を  $V_0$  出力端子部に接続する。

■動作確認 実験基板が正しく動作していることを確認するため、入力電圧と出力電圧をオシロスコープで同時に観測し、反転増幅が発生するかを確認した。入力信号の周波数は  $10[\text{kHz}]$ 、最大振幅は  $0.4[V_{0P}]$  とし、得られた波形を図 9 に示す。



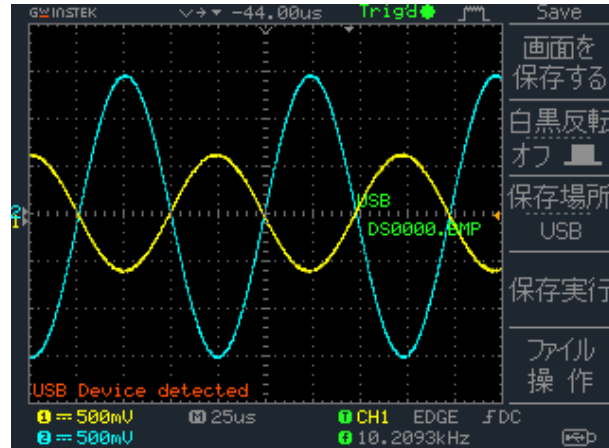


図 9 反転増幅の確認

入力の交流波形に対して、反転増幅が行われていることがわかる。

### 2.2.1 バイアス電圧の測定

低周波発振器の出力周波数を 0[Hz] に設定し、実験回路内を直流成分のみとし、バイアス電圧を測定する。測定にはデジタルマルチメータ（直流レンジ）を使用した。

表 3 にバイアス電圧  $V_B$ ,  $V_C$ ,  $V_E$  の理論値と実測値をそれぞれ示す。

表 3 バイアス電圧の測定結果

各電圧の位置	名称	理論値 [V]	実測値 [V]
ベース-GND 間電圧	$V_B$	2.7	2.57
コレクタ-GND 間電圧	$V_C$	4.5	5.45
エミッタ-GND 間電圧	$V_E$	2.1	1.92

概ね一致した。

### 2.2.2 電圧利得の測定

電圧利得  $G_V$  は入力電圧  $V_i$  と出力電圧  $V_o$  から求められる。ここでは、デジタルマルチメータ（交流レンジ）によって各電圧の実効値を測定、オシロスコープを使用して最大振幅を測定し、両者が正しい関係が成り立っていることを確認した上で、電圧利得  $G_V$  を求めた。

なお、低周波発振器の出力周波数は 10[kHz]、電圧は  $0.4[V_{RMS}]$  とする。

表 4 に入力電圧  $V_i$  と出力電圧  $V_o$  の測定結果を示す。

表 4 入力電圧と出力電圧の測定結果

各電圧の位置	名称	実効値 [ $V_{RMS}$ ]	最大振幅 [V]
入力電圧	$V_i$	0.402	0.63
出力電圧	$V_o$	1.024	1.49

実効値は最大振幅の  $\sqrt{2}$  倍であるから

$$0.63 \approx \sqrt{2} \cdot 0.402 \quad (2.24)$$

$$1.49 \approx \sqrt{2} \cdot 1.024 \quad (2.25)$$

であり、概ね正しい関係を得ている。実効値を用いて計算すると、ここで、実際の  $G_V$  は次式のようなので、

$$|A_v| = 2.54[\text{倍}] \quad (2.26)$$

$$G_V = 20\log_{10}(|2.54|) \approx 8.0[\text{dB}] \quad (2.27)$$

理論値 7.8[dB] と近い値を得た。

### 2.2.3 増幅率の周波数特性

周波数低域において増幅率が最大利得から 3[dB] 減少する点（低域カットオフ周波数  $f_L$ ）を確認するため、エミッタ増幅回路の入力電圧  $V_i$  の周波数  $f$  を変化させ、増幅率  $G_V$  の周波数応答を観測する。

低周波発振器の電圧は  $0.4[V_{RMS}]$  に固定となるよう調整し、出力周波数  $f$  は 10[kHz] から 100[kHz] まで適宜変化させた。このときの周波数に対するデジタルマルチメータ（直流レンジ）で測定した、入力電圧  $V_i$ 、出力電圧  $V_o$ 、またそれらから導出できる電圧利得  $G_V$  の各値を表 5 に示す。

表 5 周波数対増幅率特性の測定結果

入力周波数 $f$ [Hz]	入力電圧 $V_i$ [ $V_{RMS}$ ]	出力電圧 $V_o$ [V]	電圧利得 $G_V$ [dB]
10	0.40	0.128	-9.897
20	0.40	0.242	-4.365
50	0.40	0.505	2.025
70	0.40	0.648	4.190
80	0.40	0.688	4.711
90	0.40	0.725	5.166
95	0.40	0.743	5.379
100	0.40	0.752	5.483
110	0.40	0.791	5.922
120	0.40	0.812	6.150
130	0.40	0.832	6.361
170	0.40	0.880	6.848
200	0.40	0.886	6.907
220	0.40	0.912	7.159
270	0.40	0.930	7.328
320	0.40	0.943	7.449
500	0.40	0.988	7.854
1,000	0.40	0.994	7.907
2,000	0.40	0.994	7.907
5,000	0.40	1.004	7.993
10,000	0.40	1.038	8.283
20,000	0.40	1.026	8.182
50,000	0.40	1.041	8.308
100,000	0.40	0.902	7.063

表 5 のデータを横軸  $f$ ，縦軸  $G_V$  として片対数グラフでプロットした．図 10 に示す．

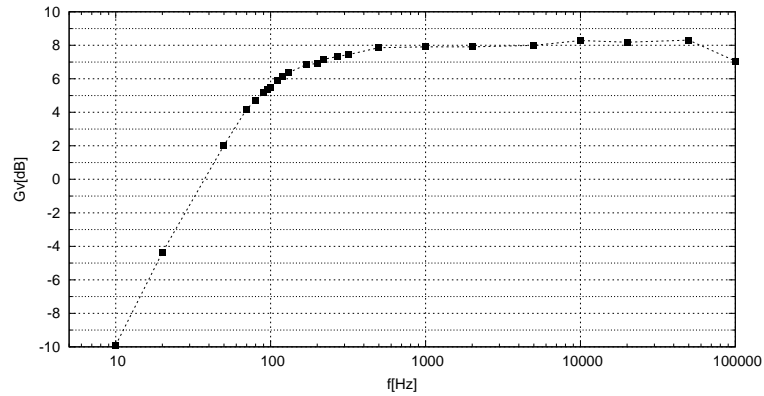


図 10 周波数対増幅率特性グラフ

#### 2.2.4 入力インピーダンスの測定

結合コンデンサ  $C_1$  と低周波発振器を抵抗  $R_R$  を介して接続することを考える．このとき入力インピーダンスは低周波発振器の両端電圧  $V_S$ 、 $R_R$  の電圧降下後を  $V_i$  とすれば、式 (2.28) のように導出できることを利用し、回路の入力インピーダンスを実測した．

$$Z_i = \frac{V_i}{V_S - V_i} \cdot R_R \quad (2.28)$$

低周波発振器の出力周波数を 10[kHz]、出力電圧を  $0.4[V_{RMS}]$  とし、デジタルマルチメータ（交流レンジ）で測定した  $V_S$ 、 $V_i$  の各電圧を表 6 に示す．

表 6 負荷抵抗  $R_R$  による入力インピーダンスの測定結果

入力電圧 $V_S$ [ $V_{RMS}$ ]	$R_R$ による電圧降下後の電圧 $V_i$ [ $V_{RMS}$ ]	入力インピーダンス $Z_i$ [ $\Omega$ ]
0.4	0.254	17.397

低域カットオフ周波数  $f_L \approx 93.7[\text{Hz}]$  である．グラフの降伏点は概ね一致する．

理論値  $17[\text{k}\Omega]$  と概ね近い数値を得た．

#### 2.2.5 出力インピーダンスの測定

エミッタ増幅回路の出力端子の解放電圧  $V_{oo}$  に対して、出力端子に負荷抵抗  $R_L$  を接続した際の  $R_L$  の両端電圧  $V_o$  を介して接続することを考える．このとき出力インピーダンスは式 (2.29) のように導出できることを利用し、回路の出力インピーダンスを実測した．

$$Z_o = \frac{V_{oo} - V_o}{V_o} \cdot R_L \quad (2.29)$$

低周波発振器の出力周波数を 10[kHz]、出力電圧を  $0.4[V_{RMS}]$  とし、デジタルマルチメータ（交流レンジ）で測定

した  $V_{oo}$ ,  $V_o$  の各電圧を表 7 に示す.

表 7 負荷抵抗  $R_L$  による出力インピーダンスの測定結果

端子間解放電圧 $V_{oo}$ [ $V_{RMS}$ ]	$R_L$ 接続時の両端電圧 $V_o$ [ $V_{RMS}$ ]	出力インピーダンス $Z_o$ [ $\Omega$ ]
2.019	1.019	9.813

理論値  $10[k\ \Omega]$  と概ね近い数値を得た.

#### 2.2.6 増幅率の測定と波形歪みの観測

低周波発振器の出力周波数を  $10[kHz]$  に固定し, 入力電圧  $V_i$  を  $0.1[V_{RMS}]$  から徐々に上昇させ, 波形がゆがみ始める点を観測した. 以下図 11 に歪みはじめの波形を示す.

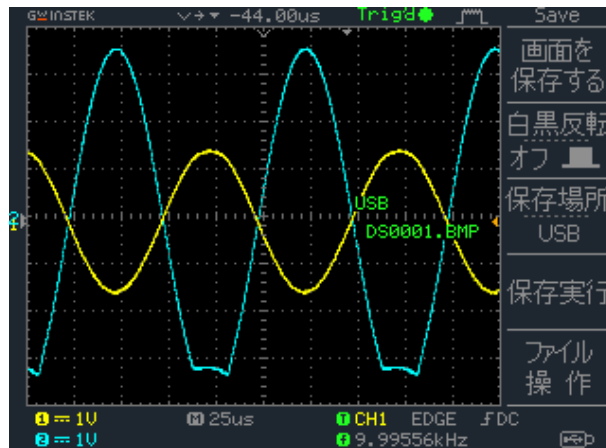


図 11 反転増幅の確認

図より, 出力波形に歪みが生じているのは  $0.64[V_{RMS}]$  以上であるとわかる.

### 3 R-L-C 共振回路とその特性

R-L-C 共振回路は, 抵抗 (Resistance), インダクタ (Inductance), キャパシタ (Capacitance) のそれぞれのインピーダンス特性を利用し交流信号を入力として共振させることで周波数に対して特殊な応答を生じる回路である.

図 12 に R-C-L 共振回路を示す.

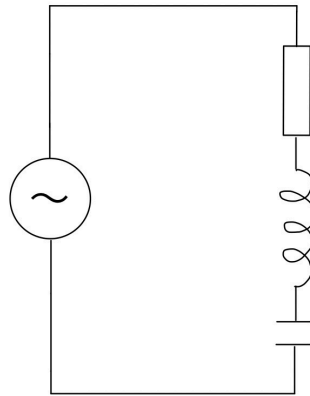


図 12 R-L-C 共振回路

R-L-C 共振回路は共振によって入力した周波数に対して全体のアドミッタンスが変化するアドミッタンス周波数特性を持つ。ここでは、アドミッタンス  $Y$  が最大となる入力周波数を  $f_0$ ，最大値から  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  倍となる周波数を  $f_1$ ， $f_2$  とし，そのときの各周波数をそれぞれ  $\omega_0$ ， $\omega_1$ ， $\omega_2$  として扱う。

また，R-L-C 共振回路ではアドミッタンスの実部と虚部であるコンダクタンスとサセプタンスを XY 成分としてプロットすると円を描くことが知られている。この円を「アドミッタンスループ」と呼び，アドミッタンスループの各特徴点から有用な周波数や回路解析を行うことができる。

### 3.1 定数と理論特性

#### 3.1.1 アドミッタンスと共振周波数

図において角周波数  $\omega$  の信号を入力することを考える。ここで回路全体のアドミッタンス  $Z$  は次式のようなので，

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (3.1)$$

この時，複素アドミッタンス  $\dot{Y}$  とその大きさ  $Y$  は以下の式で求められる。

$$\dot{Y} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (3.2)$$

$$Y = \frac{1}{\dot{Y}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (3.3)$$

共振時にはアドミッタンスは最大となるから，このときの角共振周波数  $\omega_0$ ，複素アドミッタンスの大きさ  $Y_0$  とすると，複素アドミッタンス  $\dot{Y}$  の分母が最大となる時が  $Y_0$  であるから，以下のように表せる。

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad (3.4)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.5)$$

$$Y_0 = \frac{1}{\sqrt{R}} \quad (3.6)$$

### 3.1.2 アドミッタンスループ

複素パラメータ  $R$  (レジスタンス),  $X$  (リアクタンス),  $G$  (コンダクタンス),  $B$  (サセプタンス) は複素インピーダンス  $\dot{Z}$  と次式のような関係を持つ.

$$\dot{Z} = R + jX \quad (3.7)$$

$$\dot{Y} = G + jB \quad (3.8)$$

2 式の関係性を考えると,

$$R + jX = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad (3.9)$$

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} \quad (3.10)$$

$$0 = G^2 + B^2 - \frac{G}{R} \quad (3.11)$$

ここで, 両辺に  $(\frac{1}{2R})^2$  を加算して式を整理すると, 円の方程式が得られる.

$$(G - \frac{1}{2R})^2 + B^2 = (\frac{1}{2R})^2 \quad (3.12)$$

$$(3.13)$$

したがって,  $G$  (コンダクタンス),  $B$  (サセプタンス) を平面上にプロットしたとき描く円の中心座標は,  $(\frac{1}{2R}, 0)$ , 半径  $\frac{1}{2R}$  と定まる.

### 3.1.3 品質係数 $Q$ 値の算出

$Q$  値 (Quality Factor) は, 共振回路の共振のピークの鋭さを表す指標である.

R-L-C 共振回路においては一般的に

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (3.14)$$

となることが知られている.

これを証明する. 振動の共振ピークの  $\sqrt{2}$  倍となる入力周波数  $\omega_2$ ,  $\omega_1$  とすると,  $\omega_2$ ,  $\omega_1$  における  $Y$  の大きさは

$$Y = \frac{Y_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}R} \quad (3.15)$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (3.16)$$

$R$  (レジスタンス) について整理すると

$$2R^2 = R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \quad (3.17)$$

$$\pm R = (\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad (3.18)$$

両辺に  $\omega C$  をかけて  $\omega$  を導くと

$$LC\omega^2 + RC\omega = 0 \quad (3.19)$$

$$\omega = \frac{\pm RC \pm \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} \quad (3.20)$$

$\omega_2 > \omega_1 > 0$  であるから,

$$\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} \quad (3.21)$$

$$\omega_2 = \frac{+RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} \quad (3.22)$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad (3.23)$$

ここで  $Q$  値の定義を考えると

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad (3.24)$$

$$(3.25)$$

となる.

### 3.1.4 R, L, C 値の算出方法

R-L-C の各定数が不明な際でも, アドミッタンスループを観測し  $Y_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  を測定することで, 各定数成分を決定することができる.  $R$ ,  $L$ ,  $C$  は, それぞれ以下の式のとおり解析できる.

$$R = \frac{1}{Y_0} \quad (3.26)$$

$$L = \frac{Q}{\omega_0 Y_0} \quad (3.27)$$

$$C = \frac{Y_0}{\omega_0 Q} \quad (3.28)$$



### 3.2 R-L-C 回路のアドミッタンス特性測定と定数の算出

#### 3.2.1 アドミッタンス特性の測定

R-L-C 回路の特性評価を行うことができる LCR メーターを使用して入力周波数を自動で広範囲に可変し、アドミッタンス、コンダクタンス、サセプタンスを測定することで、回路の周波数特性およびアドミッタンスループの観測を狙う。

図 13 に測定機器の概要を図示する。

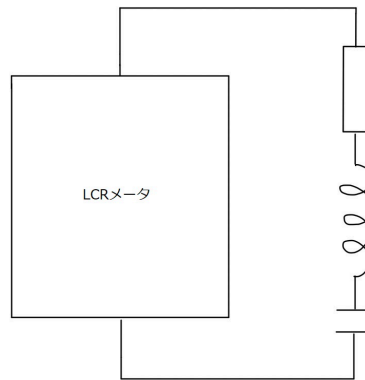


図 13 LCR メーターを用いたアドミッタンス特性測定の概要

表 8 に R-C-L 共振回路の特性評価に使用した機材を示す。

表 8 R-L-C 共振回路の実測機器リスト

実験装置種別	メーカー	型番	製造番号
LCR メータ	エヌエフ回路設計ブロック	ZM2375	BH16H24S00000033

■アドミタンス周波数特性 LCR メータの掃引周波数を 2[kHz] から 8[kHz] に設定し、1201[ポイント] の測定点において、周波数  $f$  に対する複素アドミッタンスの大きさ  $Y$  の変化を観測した。

表 9 に LCR メータの各設定値を示す。

表 9 アドミッタンス周波数特性測定時の LCR メータ設定値

種別	分類	項目	設定値
表示	主パラメタ	種類	Y
表示	主パラメタ	偏差表示	ABS
測定	周波数	周波数	1.00E+03
測定	信号レベル	ALC	OFF
測定	信号レベル	測定電圧レベル	1
測定	信号レベル	測定電流レベル	1.00E-03
測定	レンジ	自動選択	ON
測定	レンジ	測定レンジ	1k $\Omega$
[スweep測定]			
タイプ	リニア		
開始周波数	2.00E+03		
終了周波数	8.00E+03		
測定点数	1201		

測定値を縦軸に  $Y$  を横軸に  $f$  をとりグラフ化した。図 14 に示す。

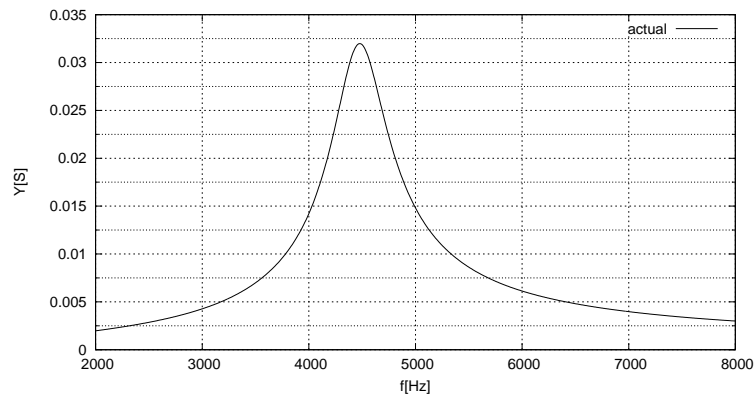


図 14 R-L-C 共振回路のアドミッタンス周波数特性

実験データより，共振時の複素アドミッタンスの大きさ  $Y_0$  は 0.03198[S]，共振周波数  $f_0$  は 4480[Hz] である． $f_1$ ， $f_2$  は， $f_0$  からアドミッタンスが  $\sqrt{2}$  分の 1 倍になる点であるから

$$f_1 \approx 4225[\text{Hz}] \quad (3.29)$$

$$f_2 \approx 4750[\text{Hz}] \quad (3.30)$$

したがって各共振周波数  $\omega_0$ , また  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  は  $\omega = 2 \cdot \pi f$  なので

$$\omega_0 = 2\pi 4480[\text{Hz}] \approx 28134[\text{rad/s}] \quad (3.31)$$

$$\omega_1 = 2\pi 4225[\text{Hz}] \approx 26533[\text{rad/s}] \quad (3.32)$$

$$\omega_2 = 2\pi 4750[\text{Hz}] \approx 29830[\text{rad/s}] \quad (3.33)$$

■アドミッタンスループ特性 LCR メータの掃引周波数を 2[kHz] から 8[kHz] に設定し, 1201[ポイント] の測定点において, 周波数  $f$  に対するコンダクタンス  $G$ , サセプタンス  $B$  の変化を観測した.

表 10 に LCR メータの各設定値を示す.

表 10 アドミッタンスループ測定時の LCR メータ設定値

種別	分類	項目	設定値
表示	主パラメタ	種類	G
表示	主パラメタ	偏差表示	ABS
表示	副パラメタ	種類	B
表示	副パラメタ	偏差表示	ABS
測定	周波数	周波数	1.00E+03
測定	信号レベル	ALC	OFF
測定	信号レベル	測定電圧レベル	1
測定	信号レベル	測定電流レベル	1.00E-03
測定	レンジ	自動選択	ON
測定	レンジ	測定レンジ	1k $\Omega$
[スイープ測定]			
タイプ	リニア		
開始周波数	2.00E+03		
終了周波数	8.00E+03		
測定点数	1201		

測定値を縦軸に  $B$  を横軸に  $G$  をとり複素数空間にグラフ化した. 図 15 に示す.

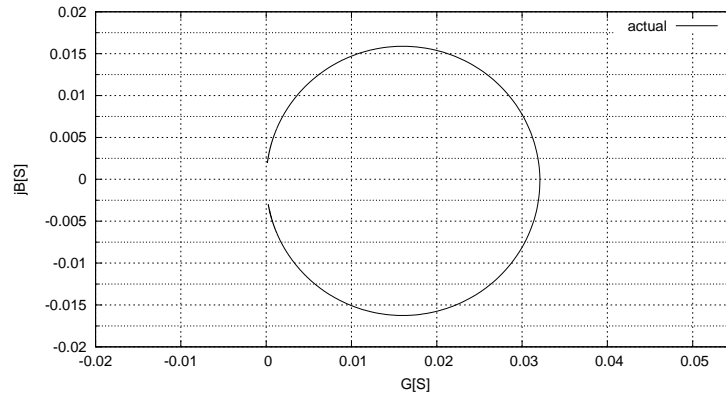


図 15 R-L-C 共振回路のアドミッタンスループ

アドミッタンスループ測定の実験結果からも  $f_1$ ,  $f_2$  は,  $f_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  を求めることができる. この導出結果はアドミッタンス周波数特性の測定値と完全に一致する結果となった.

### 3.2.2 定数の算出

アドミッタンス解析を行い, R-L-C 回路の各定数を導く. まず品質係数  $Q$  について,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \approx 8.53 \quad (3.34)$$

$$(3.35)$$

$$R = \frac{1}{Y_0} \approx 31.5[\Omega] \quad (3.36)$$

$$L = \frac{Q}{\omega_0 Y_0} \approx 9.48[\text{mH}] \quad (3.37)$$

$$C = \frac{Y_0}{\omega_0 Q} \approx 13.3[\mu\text{F}] \quad (3.38)$$

とわかる.

この値が実験機器のものと一致するか評価する. 図 16 に実験機器の様子を示す.

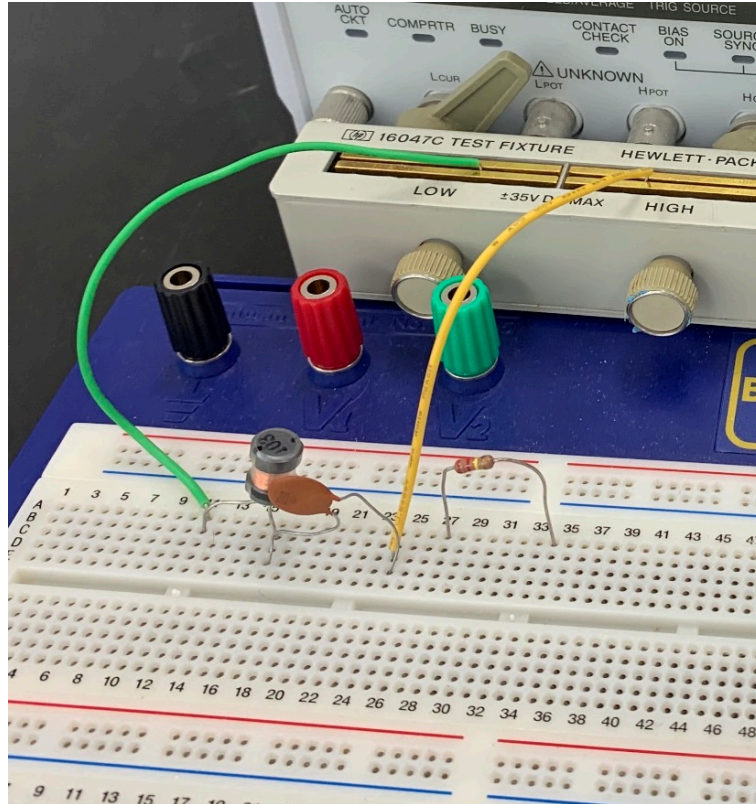


図 16 R-L-C 共振回路の測定機器写真

インダクタンス成分は  $10[\text{mH}]$ 、インダクタンス成分は  $10[\mu\text{F}]$  であるからおおよそ正しい。ただし、R 成分については橙赤黄金であるから  $320[\text{k}\Omega]$  のはずであるが、実際のオーダーはキロにすら達していない。ここで実験装置をもう一度確認すれば、抵抗は接続されていないことがわかる。

したがって、この回路は R-L-C 共振回路ではなく L-C 共振回路であることがわかる。

### 3.2.3 グラフの追記

複素アドミッタンスの大きさ  $Y$ 、またその実部虚部について、

$$Y = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}} \quad (3.39)$$

$$\left(G - \frac{1}{2R}\right)^2 + B^2 = \left(\frac{1}{2R}\right)^2 \quad (3.40)$$

$$(3.41)$$

である。ここで、さきほどの回路定数を用いてプロットすると、グラフは次のようになる

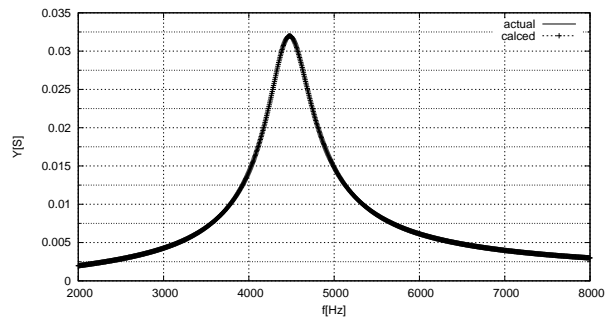


図 17 アドミッタンス周波数特性の理論値と実験結果

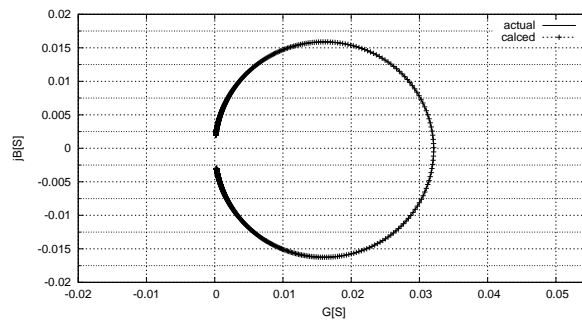


図 18 アドミッタンスループの理論値と実験結果

## 4 課題

### 4.0.1 エミッタ接地，ベース接地，コレクタ接地の各増幅回路の特徴についてまとめよ．

各増幅回路には表 11 のような優位性や不利な点がある．

主にエミッタ接地増幅回路は他の増幅回路と比較して，増幅率が高いこと，入力インピーダンスや出力インピーダンスに違いが発生する．

表 11 各増幅回路の特性

	エミッタ接地	コレクタ接地	ベース接地
入力インピーダンス	低	高	低
出力インピーダンス	高	低	高
電圧利得	大	1	大
電流利得	大	大	約 1
周波数特性	悪	良	良

#### 4.0.2 共振回路の応用用途にはどのようなものがあるか調査し、それぞれについてまとめよ。

共振回路は一定周波数の電波や信号を選別できる特性を生かし、ラジオの検波や無線 LAN など現代の無線通信を支える基礎技術となっている。スピーカーから音をならすといった物理現象と大きく関わるものに加え、回路内のノイズ除去（必要な周波数以外を遮断）する用途でも用いられる。近年では、車のスマートキーの無線通信や RFID タグと呼ばれる小型の電池を内蔵しない無線タグにも共振現象が活用されている。

## 5 感想

LCR メータの便利さに感動する実験でした。過去 3 年間手作業で行ってきた実験が全自動で行われる様を見て悲しくもありました。アドミッタンスループの実際の観察は始めてでしたが、綺麗な円を書くこと、また都合よく考え出された複素数という数の中で円が書かれていく不思議さを感じました。レポートはできるだけ単体で実験が再現できるように内容を網羅するよう配慮しました。ただしやはり時間がかかりすぎているので、図の効率的な作成が課題です。

## 参考文献

- [1] 梅田 幹雄、実験テキスト「トランジスタの増幅回路と R-L-C 共振回路」、(2022 年)
- [2] 東芝トランジスタ、データシート「2SC1815」、(2017 年 11 月 1 日)
- [3] TDK、「共振・共鳴現象とは？ 同調（共振）回路の仕組み」、(2020 年)