Ec4 制御工学 IB　第 8 回

1　2 次システムの周波数応答

定常ゲイン $K = 1$ の 2 次システム

$$P_{\mathrm{2nd}}(s) = \frac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_{\mathrm{n}} s + \omega_{\mathrm{n}}^2}$$

の周波数応答を調べてみよう。

周波数伝達関数 $P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)$
ゲイン $\lvert P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)\rvert$
位相 $\angle P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)$

1 次システムのときと同様に，ω が小さいところについては伝達関数において s が小さい近似をとって，ω が大きいところについては s が大きい近似をとってみる。

	$\omega/\omega_{\mathrm{n}}$ が小さい	$\omega/\omega_{\mathrm{n}}$ が大きい
$P_{\mathrm{2nd}}(s)$ の近似	1	$\frac{\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2}$
近似における周波数伝達関数 $P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)$		
近似におけるゲイン [dB] $20\log\lvert P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)\rvert$		
ゲイン線図の勾配 [dB/dec]		
近似における位相 $\angle P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)$		

ω の大きい高周波領域において 1 次システムよりも強く減衰することがわかる（減衰が**急峻**であるという）。一方で，位相は 1 次システムよりも 2 倍遅れてしまうこともわかる。

1.1　2 次システムの共振条件と共振角周波数

2 次システムは 1 次システムと異なり，ζ の値によってはゲインが 0 dB を超えることがあり得る。この現象を**共振**といい，ゲインが最大になる角周波数（周波数）のことを**共振角周波数（共振周波数）**という。

(1) ゲイン特性 $g(\omega) = \|P_{\mathrm{2nd}}(j\omega)\|$ について，$\mathrm{d}g(\omega)/\mathrm{d}\omega$ を求めよ。
(2) $\omega = 0$ 以外で $\mathrm{d}g(\omega)/\mathrm{d}\omega = 0$ を満たす<u>実数</u> ω が存在するための ζ の条件を求めよ。$(\zeta > 0)$
(3) ζ が (2) の条件を満たすとして，共振角周波数 ω_{r} の式を求めよ。

2　Python-control で共振角周波数を調べる

共振角周波数は以下のように得られる（ `gain` は `bode` で得られたもの)。`w` の点数で精度が決まる。

```
index_max = np.argmax(gain)
wr = w[index_max]
```

課題

(1). $K = 1$, $\omega_{\mathrm{n}} = 1$ rad/s の 2 次システムの $\zeta = 0.1, 0.3, 0.8$ の 3 通りについて，ゲイン線図と位相線図をそれぞれ重ねてプロットせよ。ω の範囲は 10^{-1} rad/s から 10^{1} rad/s とする。

(2). Python-control で $K = 1$, $\omega_{\mathrm{n}} = 1$ rad/s, $\zeta = 0.3$ の 2 次システムの共振角周波数を調べ，講義で求めた式で計算した場合と一致することを確認せよ。

提出方法　Jupyter Notebook で作成し，HTML にしてダウンロードして，Teams の課題タブから提出
提出期限　次回授業まで
ファイル名　“出席番号 2 桁__授業回__氏名.html”　（例）`00_08_KazukiSakai.html`