ロボットインターフェース設計論 課題

2024 年度開講 ロボットインターフェース設計論レポート

千葉工業大学 先進工学部 未来ロボティクス学科
22C1704 鷲尾 優作

2024 年 12 月 10 日

■ **問題 1**

素数 7 で割った余り [0,1,2,3,4,5,6] を元とし、次の演算が定義されているガロア体 GF(7) について、(1) (6) の式の値を求めよ。

$+$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	3	4	5	6	0	1
3	3	4	5	6	0	1	2
4	4	5	6	0	1	2	3
5	5	6	0	1	2	3	4
6	6	0	1	2	3	4	5

$\times$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

求めるべき式は以下である。

$$(1)\ 2+4,\quad (2)\ 5-2,\quad (3)\ 2-5,\quad (4)\ 4\times 3,\quad (4)\ 4\div 3,\quad (6)\ 1\div 6.$$

■ **回答 1**

7 で割った余りを元とする演算であるから、以下のように計算できる。

$$(1)\ 2+4\equiv 6 \pmod 7$$

$$(2)\ 5-2=5+(-2)=5+5\equiv 10\equiv 3 \pmod 7$$

$$(3)\ 2-5=2+(-5)=2+2\equiv 4 \pmod 7$$

$$(4)\ 4\times 3\equiv 12\equiv 5 \pmod 7$$

$$(5)\ 4\div 3=4\times 3^{-1}=4\times 5\equiv 20\equiv 6 \pmod 7$$

$$(6)\ 1\div 6=1\times 6^{-1}=1\times 6\equiv 6 \pmod 7$$

■ **問題 2**

下図のように 7 文字からなる文字列の各文字の 7 ビットの ASCII コード (表 1) に偶数パリティで計算された垂直水平パリティが付与された 64 ビットの符号語が送信され, 式 (1) の符号語を受信した. 1 ビットまでの誤りがあることを考慮して送信された 7 文字の正しい“文字列”を復号せよ.

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
W_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
W_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}
W_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}
W_4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{45}	x_{46}	x_{47}	x_{48}
W_5	x_{51}	x_{52}	x_{53}	x_{54}	x_{55}	x_{56}	x_{57}	x_{58}
W_6	x_{61}	x_{62}	x_{63}	x_{64}	x_{65}	x_{66}	x_{67}	x_{68}
W_7	x_{71}	x_{72}	x_{73}	x_{74}	x_{75}	x_{76}	x_{77}	x_{78}
W_8	x_{81}	x_{82}	x_{83}	x_{84}	x_{85}	x_{86}	x_{87}	x_{88}

$$
\text{受信語 } (W_1W_2W_3W_4W_5W_6W_7W_8) = \begin{pmatrix} x_{11}x_{12}x_{13}x_{14}x_{15}x_{16}x_{17}x_{18}\ x_{21}x_{22}x_{23}x_{24}x_{25}x_{26}x_{27}x_{28} \\ x_{31}x_{32}x_{33}x_{34}x_{35}x_{36}x_{37}x_{38}\ x_{41}x_{42}x_{43}x_{44}x_{45}x_{46}x_{47}x_{48} \\ x_{51}x_{52}x_{53}x_{54}x_{55}x_{56}x_{57}x_{58}\ x_{61}x_{62}x_{63}x_{64}x_{65}x_{66}x_{67}x_{68} \\ x_{71}x_{72}x_{73}x_{74}x_{75}x_{76}x_{77}x_{78}\ x_{81}x_{82}x_{83}x_{84}x_{85}x_{86}x_{87}x_{88} \end{pmatrix}
$$

$$
= 10101100\ 11000011\ 11110100\ 11010010\ 11011110\ 11101011\ 11100111\ 10001010 \cdots (1)
$$

表 1: ASCII コード

	_0	_1	_2	_3	_4	_5	_6	_7	_8	_9	_A	_B	_C	_D	_E	_F
2_		!	”	#	$	%	&	’	(	)	*	+	,	-	.	/
3_	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4_	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5_	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	\	ˆ	_	{	}
6_	‘	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7_	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	$\vert$	}	˜	DEL

※ たとえば ‘A’の ASCII コードは，上記表から 16 進数で 0x41，2 進数 (100 0001)

■ **回答** 2

訂正後の 7 行 7 ビット（W1〜W7, b1〜b7）のビット列を示す。

$$
\begin{aligned}
W_1 &: 1\,0\,1\,0\,1\,1\,0 \quad (2)\\
W_2 &: 1\,1\,0\,0\,0\,0\,1 \quad (2)\\
W_3 &: 1\,1\,1\,0\,0\,1\,0 \quad (2)\\
W_4 &: 1\,1\,0\,1\,0\,0\,1 \quad (2)\\
W_5 &: 1\,1\,0\,1\,1\,1\,1 \quad (2)\\
W_6 &: 1\,1\,1\,0\,1\,0\,1 \quad (2)\\
W_7 &: 1\,1\,1\,0\,0\,1\,1 \quad (2)
\end{aligned}
$$

したがって、割り当てられる ASCII コードは以下の通りである。

$$
\begin{aligned}
W_1 &: 1010110_2 = 0x56_{16} =\!\to \text{'V'}\\
W_2 &: 1100001_2 = 0x61_{16} =\!\to \text{'a'}\\
W_3 &: 1110010_2 = 0x72_{16} =\!\to \text{'r'}\\
W_4 &: 1101001_2 = 0x69_{16} =\!\to \text{'i'}\\
W_5 &: 1101111_2 = 0x6F_{16} =\!\to \text{'o'}\\
W_6 &: 1110101_2 = 0x75_{16} =\!\to \text{'u'}\\
W_7 &: 1110011_2 = 0x73_{16} =\!\to \text{'s'}
\end{aligned}
$$

よって、誤り訂正後の文字列は：

$\boxed{\text{Various}}$

■ **問題 3**

下記の生成行列 G・検査行列 H が与えられた時に、情報語長 4 ビットの情報 (1 1 1 0) を 7 ビット長のハミング符号で符号化した符号語を求めよ。

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

※情報 $i = (x1, x2, x3, x4)$ が与えられた時のハミング符号 $w = (x1, x2, x3, x4, c1, c2, c3)$ の求め方 (※足し算は排他的論理和を適用)

$w = iG$

ハミング符号 w が与えられた時の、検査の仕方は、$e = Hw^T$ を計算し、$e = 0$ の時は、誤りなし、$e \neq 0$ の時は、e と一致する H の列の列番号が誤っているビットの位置を示す。

■ **回答 3**

情報語：$i = (1,\ 1,\ 1,\ 0)$

まず i と G の積を 2 進数排他的論理和として求める

行列 G の各行を g_1, g_2, g_3, g_4 とすると：

$g_1 = [1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1]$

$g_2 = [0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1]$

$g_3 = [0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0]$

$g_4 = [0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1]$

情報語 $i = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 1, 1, 0)$ より、

$w = x_1 g_1 \oplus x_2 g_2 \oplus x_3 g_3 \oplus x_4 g_4 = g_1 \oplus g_2 \oplus g_3$

$$\begin{aligned} g_1 \oplus g_2 &= [1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1] \oplus [0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1] \\ &= [1 \oplus 0,\ 0 \oplus 1,\ 0 \oplus 0,\ 0 \oplus 0,\ 0 \oplus 1,\ 1 \oplus 0,\ 1 \oplus 1] \\ &= (g_1 \oplus g_2) \oplus g_3 = [1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0] \oplus [0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 1,\ 0] \\ &= [1 \oplus 0,\ 1 \oplus 0,\ 0 \oplus 1,\ 0 \oplus 0,\ 1 \oplus 1,\ 1 \oplus 1,\ 0 \oplus 0] \\ &= [1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0] \end{aligned}$$

よって求める符号語は $w = (1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0)$ となる

$$\boxed{w = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)}$$

■ **問題 4**

生成行列 G ・検査行列 H に問題 3 のものを使い、”あ” ”た”に、0000 1111 までを割り当 て、8 文字の情報 (文字列) をハミング符号で符号化し送信した。あ 0000, い 0001, う 0010, え 0011, お 0100, か 0101, き 0110, く 0111, け 1000, こ 1001, さ 1010, し 1011, す 1100, せ 1101, そ 1110, た 1111 下記の受信した情報の誤りの有無をしらべ、誤りがあれば誤りのある箇所を特定し、送信さ れた情報 (文字列) を復号せよ。

$$\begin{bmatrix} 1011111 & 0111010 & 0001111 & 1000000 & 0100001 & 0001101 & 0100010 & 1010100 \end{bmatrix}$$

■ 回答 4

各受信語 $w = (x_1, x_2, x_3, x_4, c_1, c_2, c_3)$ について，$e = Hw^T$ を計算し，$e = 0$ で誤りなし，$e \neq 0$ で該当する列位置のビットを反転する。

1. $w_1 = 1011111$ $e = Hw_1^T = [1, 0, 1]^T \to H$ 第 2 列

第 2 ビット (x2) を反転：1011111 → 1111111 データ部：1111 → 「た」

2. $w_2 = 0111010$ $w_2 = (0, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$ $e = Hw_2^T = [1, 1, 0]^T \to H$ 第 3 列

第 3 ビット (x3) を反転：0111010 → 0101010 データ部：0101 → 「か」

3. $w_3 = 0001111$ $e = 0$、誤りなし

データ部：0001 → 「い」

4. $w_4 = 1000000$ $e = [0, 1, 1]^T \to H$ 第 1 列

第 1 ビット (x1) 反転：1000000 → 0000000 データ部：0000 → 「あ」

5. $w_5 = 0100001$ $e = [1, 0, 0]^T \to H$ 第 5 列

第 5 ビット (c1) 反転：0100001 → 0100101 データ部：0100 → 「お」

6. $w_6 = 0001101$ $e = [0, 1, 0]^T \to H$ 第 6 列

第 6 ビット (c2) 反転：0001101 → 0001111 データ部：0001 → 「い」

7. $w_7 = 0100010$ $e = [1, 1, 1]^T \to H$ 第 4 列

第 4 ビット (x4) 反転：0100010 → 0101010 データ部：0101 → 「か」

8. $w_8 = 1010100$ $e = [0, 0, 1]^T \to H$ 第 7 列

第 7 ビット (c3) 反転：1010100 → 1010101 データ部：1010 → 「さ」

よって，復号後の文字列は「たかいあおいかさ」となる。

$$\boxed{\text{たかいあおいかさ}}$$

■ 問題 5

生成多項式 $G(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ が与えられた時に、情報 (1 0 1)= $x^2 + 1 = P(x)$ に対応する 7 ビットの巡回符号 $F(x)$ を求めよ。なお、解答は、2 進符号で記述すること。

※ $F(x) = x^4 P(x) + R(x)$、$R(x)$ は $x^4 P(x)$ を $G(x)$ で割った余り。

■ **回答 5**

まず $x^4P(x)$ を求める:
$x^4P(x) = x^4(x^2+1) = x^6 + x^4$

次に $x^6 + x^4$ を $G(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ で割る。

1. $x^6 + x^4 \div (x^4 + x^3 + x^2 + 1)$:
   商: $x^6 \div x^4 = x^2$
   $x^2 \cdot G(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^2$

   剰余: $(x^6 + x^4) \oplus (x^6 + x^5 + x^4 + x^2) = x^5 + x^2$

2. $x^5 + x^2 \div (x^4 + x^3 + x^2 + 1)$:
   商: $x^5 \div x^4 = x$
   $x \cdot G(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x$

   剰余: $(x^5 + x^2) \oplus (x^5 + x^4 + x^3 + x) = x^4 + x^3 + x + x^2$

3. $(x^4 + x^3 + x^2 + x) \div (x^4 + x^3 + x^2 + 1)$:
   商: $x^4 \div x^4 = 1$
   $1 \cdot G(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$

   剰余: $(x^4 + x^3 + x^2 + x) \oplus (x^4 + x^3 + x^2 + 1) = x + 1$

   よって余り $R(x) = x + 1$

   よって符号語: $F(x) = x^4P(x) + R(x) = (x^6 + x^4) + (x + 1) = x^6 + x^4 + x + 1$

   $F(x) = x^6 + x^4 + x + 1$ を 2 進列で表すと:
   $x^6 : 1,\ x^5 : 0,\ x^4 : 1,\ x^3 : 0,\ x^2 : 0,\ x^1 : 1,\ x^0 : 1$
   $\boxed{1010011}$

■ **問題 6**

生成多項式 $G(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ が与えられた時に、(1) (3) の受信した符号語の剰余 (余り) を求め、誤りの有無を示せ。なお、誤りの根拠となる「剰余」と「誤りの有無」を明示すること。

(1) $(1000101)(= x^6 + x^2 + 1)$
(2) $(1101001)(= x^6 + x^5 + x^3 + 1)$
(3) $(0101110)(= x^5 + x^3 + x^2 + x)$
(1) 受信語：$(1000101)_2 = x^6 + x^2 + 1$

■ **回答 6**

$$x^6 + x^2 + 1 \div (x^4 + x^3 + x^2 + 1)$$
$$\xrightarrow{x^2\text{で割る}} x^2(x^4 + x^3 + x^2 + 1) = x^6 + x^5 + x^4 + x^2$$
$$\text{剰余} = (x^6 + x^2 + 1) \oplus (x^6 + x^5 + x^4 + x^2) = x^5 + x^4 + 1.$$

続いて $x^5+x^4+1 \div (x^4+x^3+x^2+1)$ を行う：

$$\begin{aligned} x^5+x^4+1 &\xrightarrow{x\text{ で割る}} x(x^4+x^3+x^2+1) = x^5+x^4+x^3+x \\ \text{剰余} &= (x^5+x^4+1) \oplus (x^5+x^4+x^3+x) = x^3+x+1. \end{aligned}$$

これ以上次数が低い多項式（x^3+x+1）なので割れず、剰余は

$$R_1(x) = x^3+x+1 \neq 0.$$

よって、(1) は誤り

(2) 受信語：$(1101001)_2 = x^6+x^5+x^3+1$

$$\begin{aligned} & x^6+x^5+x^3+1 \div (x^4+x^3+x^2+1) \\ & \xrightarrow{x^2\text{で割る}} x^2(x^4+x^3+x^2+1) = x^6+x^5+x^4+x^2 \\ \text{剰余} &= (x^6+x^5+x^3+1) \oplus (x^6+x^5+x^4+x^2) = x^4+x^3+x^2+1. \end{aligned}$$

ここで、$x^4+x^3+x^2+1$ は $G(x)$ そのものなので、

$$R_2(x) = 0.$$

よって、(2) は誤りなし

(3) 受信語：$(0101110)_2 = x^5+x^3+x^2+x$

$$\begin{aligned} & x^5+x^3+x^2+x \div (x^4+x^3+x^2+1) \\ & \xrightarrow{x\text{ で割る}} x(x^4+x^3+x^2+1) = x^5+x^4+x^3+x \\ \text{剰余} &= (x^5+x^3+x^2+x) \oplus (x^5+x^4+x^3+x) = x^4+x^2. \end{aligned}$$

さらに $x^4+x^2 \div G(x)$ を行う：

$$\begin{aligned} x^4+x^2 &\xrightarrow{1\text{ で割る}} (x^4+x^3+x^2+1) \\ \text{剰余} &= (x^4+x^2) \oplus (x^4+x^3+x^2+1) = x^3+1. \end{aligned}$$

よって、

$$R_3(x) = x^3+1 \neq 0.$$

(3) は誤り

$$\boxed{(1)\ R_1(x) = x^3+x+1 \neq 0 \Rightarrow \text{誤り}(2)\ R_2(x) = 0 \Rightarrow \text{誤りなし}(3)\ R_3(x) = x^3+1 \neq 0 \Rightarrow \text{誤り}}$$

参考文献

[1] 滝田謙介. ロボットインターフェース設計論 課題 2024-修正版 20241207.pdf. 日本工業大学ロボティクス学科, 2024.