

電子制御工学実験報告書

実験題目 : 数値シミュレーション
報告者 : 4年42番 鷲尾 優作
提出日 : 2022年11月11日
実験日 : 2022年10月13日,20日,27日
実験班 :
共同実験者 :

※ 指導教員記入欄

評価項目	配点	一次チェック ． ．	二次チェック ． ．
記載量	20		
図・表・グラフ	20		
見出し, ページ番号, その他体裁	10		
その他の減点	－		
合計	50		

コメント：

1 目的

これまでの実験・講義では解析的に系の挙動を明らかにすることができるモデルを扱ってきた。

しかしながら、二重振り子をはじめとした複雑な系では従来の解析方法が適用できない場合が存在し、この場合、エネルギー式を用いての運動方程式の導出や数値モデルを利用した運動シミュレーションが有効とされている。同技術には、系の挙動の解析のみならず、安定化や安全性の向上に用いる制御器の制御パラメータの導出がコンピュータ上で行える利点がある。

ここでは、電気系・力学系のシミュレーションモデルを Scilab 上で構成し、解析結果の有効性確認方法・対象の制御パラメータの調整法を確認する。

2 環境

シミュレーションには Scilab を用いる。本稿上のモデル実行環境は以下の通りである。

- env: Windows 11 Pro 64bit x64 base pro. 21H2 (22000.1908)
- version: Scilab 6.1.1

3 バネ-マス-ダンパ系のシミュレーション

本来数値シミュレーションを必要とするのはより複雑な系の解析であるが、ここでは単純なバネ-マス-ダンパ系のシミュレーションモデルを構成し、モデルの構成方法・出力の評価が正しく実施できることを確認する。

図 1 に示すように、天井の固定点からバネ $k[\text{kg/s}^2]$ でダンパ $c[\text{kg/s}]$ で支持された質量 $m[\text{kg}]$ からなる系を考える。

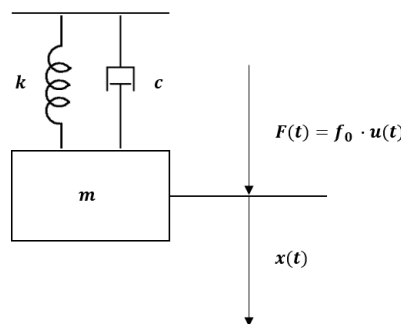


図 1: バネ-マス-ダンパ系

質量の運動は上下方向のみとし、重力と空気抵抗の影響は受けないものとする。この系に対し、ステップ状の外力 $f(t) = f_0 \cdot u(t) [\text{kg} \cdot \text{cm} / \text{s}^2]$ が質量に加わった場合について調べる。

3.1 バネ-マス-ダンパ系の運動方程式の導出

質量 m の変位 $x(t)$ とすると、この物体の加速度は $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$ であるから、運動の法則及び力の釣合より、運動方程式は (1) 式のように決定される。

$$\begin{aligned} m \frac{d^2x(t)}{dt^2} &= f(t) - kx - c \frac{dx(t)}{dt} \\ &= f_0 \cdot u(t) - kx - c \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

3.2 構成したシミュレーションモデル

(1) 式を解析し、変位 $x(t)$ [cm] 及び速度 $v(t)$ [cm/s] を出力するシミュレーションモデルを構成する。

(1) 式の左辺が $x(t)$ の 2 階微分項のみとなるよう変形した、(2) 式を考える。

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{1}{m} f_0 \cdot u(t) - \frac{k}{m} x - \frac{c}{m} \frac{dx(t)}{dt} \quad (2)$$

$v(t) = \int \frac{d^2x(t)}{dt^2}$, $x(t) = \int v(t)$ であるから、(2) 式を積分して速度 $v(t)$ [cm/s] が、更に再度積分して変位 $x(t)$ [cm] が求まる。また、右辺に存在する定数 $\frac{1}{m}$, $-\frac{k}{m}$, $-\frac{c}{m}$ は $x(t)$ に対して積の構造となっているため、線形なゲイン倍として表現できる。

これらの情報から、Scilab に用意されている積分器 $\frac{1}{s}$ 及びゲイン倍ブロック用いれば、ステップ入力に対してのモデルを構成できることがわかる。作成したモデルを図 2 に示す。

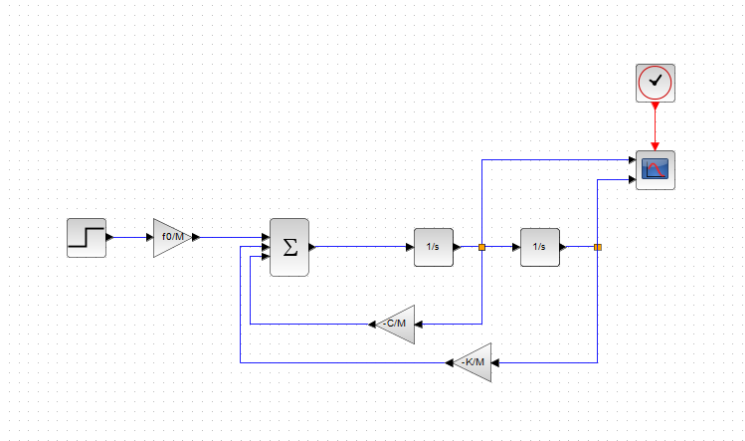


図 2: 作成したシミュレーションモデル

このとき、左側の積分器の出力が $v(t)$ であり、右側の積分器の出力が $x(t)$ である。

3.3 シミュレーションパラメータ値の計算

使用した各定数は参考文献 [1] の指示に従い決定した。実際に使用した値はそれぞれ次のとおりである。

- $m = \text{出席番号} \cdot 100 = 420[\text{kg}]$
- $k = \frac{|150 + (\text{出席番号} - 25)^2 \cdot 50|}{10} = 1460[\text{kg/s}^2]$
- $c = 650 - (\text{出席番号} - 25)^2 = 361[\text{kg/s}]$
- $f_0 = 300[\text{kg} \cdot \text{cm} / \text{s}^2]$

3.4 シミュレーション結果

各定数を設定したモデルに対し、シミュレーション時間 0[s] においてステップ入力 1 を与え、出力を得た。変位 $x(t)[\text{cm}]$ 及び速度 $v(t)[\text{cm/s}]$ の時間に対するグラフを図 3 に示す。

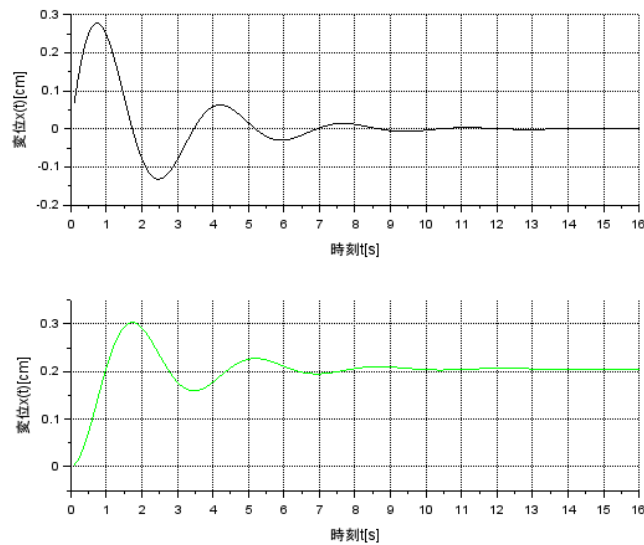


図 3: 系の時間応答シミュレーション結果

3.5 シミュレーション結果の解析

図 3 のシミュレーションの出力である時間応答特性が正しいものであるかどうか評価するため、別の方法で系の解析を行う。検討の結果、以下の観点で評価を行うこととした。

1. 入力に対し、変位の方向は正しいか
2. 定常応答は正しいか
3. 収束に向かう周波数は正しいか
4. 整定までの時間は正しいか

当然のことであるが、本来シミュレーションは解析的に評価できないため用いるものであり、シミュレーション結果を手作業で検算することは個人的には無意味であると考える。シミュレーションに用いる運動方程式と手計算に用

いる運動方程式は同一であるから、そもそも運動方程式が間違っていればシミュレーション結果の評価も間違ふこととなる。今回はシミュレーションの練習であるため、バネマスダンパ系を解析するにあたり有効と思われる上記4つの条件を満たすかどうかを検証することでシミュレーションの評価を行う。これら評価項目は比較的汎用性があるとみられる項目としており、シミュレーションの有効性を損なわないよう配慮した。

本来的にシミュレーション結果が正しいか確認するためには、実験する、または複数人で同様のシミュレーションを行うことが望ましいと考える。

■入力に対し、変位の方向は正しいか

正のステップ入力に対し、質量体は $x(t)$ が正の方向に変位し、また、加速により $v(t)$ が正となることは間違いのない。この観点には、図2の出力は沿った結果となっている。よって観点1は満たされている。

■定常応答は正しいか

次に、定常応答について評価する。この項目は評価しやすく、また、シミュレーション結果が正しいかどうかを判断する上で重要な項目である。解析が難しい複雑な系の場合であってもこの観点での確認は有効であると考えられる。

定常応答は、 $t \rightarrow \infty$ となったときの $x(t)$ 及び $v(t)$ である。質量は最終的に静止するはずであるから、 $v(t)$ の定常応答は0となる。一方、バネの弾性力は、 $x(t)$ が大きくなるほど大きくなるはずである。

$x(t)$ の定常応答は、バネによる弾性力とダンパによる抵抗力のバランスによって決定される。 $x(t)$ の定常応答 x_∞ は、 $x_\infty = \frac{f_0}{k}$ とすると、 $v(t)$ が0となればダンパの抵抗力は発生しなくなることを考えれば、 $x_\infty = \frac{300}{1460} = 0.205[\text{cm}]$ となる。これら2つの定常応答に対して、図2の出力は沿った結果となっている。よって観点2は満たされている。

■収束に向かう周波数は正しいか

まずラプラス変換を用いてバネマスダンパ系の伝達関数を求める。式(1)より、一度 $f_0 \cdot u(t) = f(t)$ とすると、

$$f(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx$$

周波数領域に変換すると、

$$\begin{aligned} F(s) &= ms^2 X(s) + csX(s) + kX(s) \\ &= (ms^2 + cs + k)X(s) \end{aligned}$$

伝達関数は、

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (3)$$

ここで今回使用した各パラメータを式3に代入すると、バネマスダンパ系の伝達関数は、

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k} = \frac{1}{420s^2 + 361s + 1460}$$

と求まる。

整理すると,

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\frac{1}{420}}{s^2 + \frac{361}{420}s + \frac{1460}{420}} \\ &= \frac{\frac{1}{420}}{s^2 + \frac{361}{420}s + \frac{73}{21}} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, 固有角周波数 ω_n と固有減衰比 ζ とすると,

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

であるから,

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\frac{1}{420}}{s^2 + \frac{361}{420}s + \frac{73}{21}} \\ \omega_n^2 &= \frac{73}{21} \\ 2\zeta\omega_n &= \frac{361}{420} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{\frac{73}{21}} \approx 1.86 \\ \zeta = \frac{\frac{361}{420}}{2\omega_n} = \frac{0.86}{2 \cdot 1.86} \approx 0.23 \end{cases} \quad (5)$$

このままでは Scilab の出力と比較できないので, 固有角周波数 ω_n を, 振動数 f , 周期 T に変換して比較することを考えると,

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{1.86}{2\pi} \approx 0.30 \\ T &= \frac{1}{f} = 3.3 \end{aligned} \quad (6)$$

図 3 では, 0[s] にステップ入力し 3.5[s] 付近で再度変位が 0 になることが確認できる. 求めた周期 $T = 3.3$ [s] とおおむね一致している. したがって, 観点 3 は満たされている.

■整定までの時間は正しいか

調査の結果, 整定時間と呼ばれる比較項目の存在を知ることができたので計算を行った. 整定時間とは, ステップ入力を与えた後, 出力が定常状態に達するまでの時間である. 今回, 定常状態は目標の $\pm 2\%$ の範囲内に収まることとする.

整定時間 T_s は次の式で表される.

$$T_s = \frac{-\log(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}$$

式 5 より,

$$T_s = \frac{-\log(0.02\sqrt{1-0.23^2})}{0.23 \cdot 1.86} = 9.20$$

と求まる．

図 4 に変位 $x(t)$ の 9.20[s] 付近のグラフを示す．

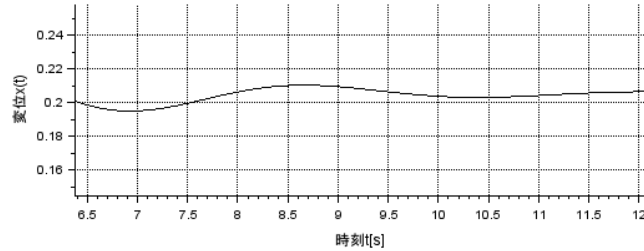


図 4: 出力された変位の収束部拡大画像

包絡線を引いていないため厳密に確認はできないが，確かに範囲は 9.5[s] 付近にて最大振幅 0.3 の 2% である 0.006 に達しており，計算した整定時間 $T_s = 9.20[s]$ とおおむね一致していることが確認できる．この結果より，観点 4 は満たされていると判断する．

■総評

4 つの観点において，シミュレーションは正しく行われたと評価する．

4 天井クレーンの制御シミュレーション

この章では，天井クレーンの PID 制御による安定化シミュレーションについて述べる．

数値シミュレーションによる系の制御の実践として，複数の要素が含まれ解析が難しい天井クレーンの安定化を考える．

図 5 に天井クレーンの構造を示す．

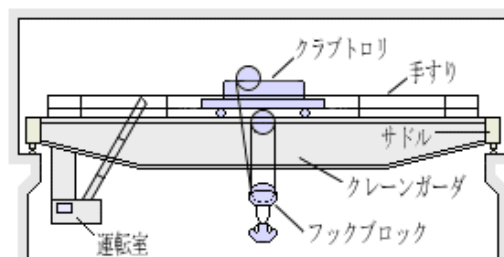


図 5: 天井クレーンの構造（文献 2）

高さ方向 y ，横方向 x ，奥行方向 z の 3 軸を考えたとき，一般的な天井クレーンは吊り荷の移動機構としてそれぞれ巻き上げ機構，トロリ（クラブトロリ），クレーンガーターを備える．

今回のシミュレーションモデルでは，簡略化のため，クレーンガーター，巻き上げ機構は固定とし，トロリの移動のみを考慮する．吊り下げる荷重，ロープ長は任意の長さで固定されているものし，座標系はトロリの移動方向 x 軸，鉛直下向きを y 軸とする．

このとき、トロリの質量 $M[\text{kg}]$ 、吊り荷の質量 $m[\text{kg}]$ 、ロープの長さ $l[\text{m}]$ 、ロープ根本の粘性係数は $\mu[\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}]$ であるとする、シミュレーションに用いる天井クレーンは図 6 のようにモデル化できる。

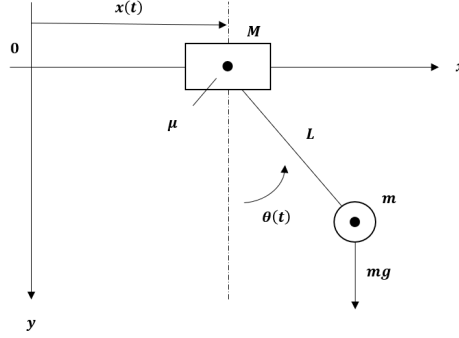


図 6: 天井クレーンのモデル図

また、ロープは無視できる質量であるとし、トロリの変位 $x(t)$ は右方向を正、吊り荷の揺れ角 $\theta(t)$ は反時計回りを正とする。トロリと吊り荷はそれぞれ相互に影響しあい、吊り荷の揺れ角 $\theta(t)$ はトロリの変位 $x(t)$ に依存し発生・抑制されるものとする。

トロリの運動方程式は

$$\ddot{x}(t) + \alpha_1 \dot{x}(t) + \alpha_2 x(t) = \beta v(t)$$

として、内部パラメータとして $\alpha_1, \alpha_2, \beta$ を用いる。

4.1 天井クレーンの吊り荷部分の運動方程式の導出

天井クレーンの吊り荷の制振が目的であるから、この部分の運動方程式を導出する。吊り荷の一般化座標 $q(t) = \theta(t)$ として、ラグランジュ法を用いて運動方程式を導出する。

運動エネルギー、位置エネルギー、散逸エネルギー、外力によるエネルギーの総和を考える。それぞれ T, U, F, τ_i とし、ラグランジアン $L = T - U$ から、ラグランジュの運動方程式を次のように定義する。

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial U}{\partial q} = \tau$$

外力 $\tau=0$ として、吊り荷のラグランジュの運動方程式は式 (7) と表せる。

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial U}{\partial q} = 0 \quad (7)$$

各エネルギーを導出するため、吊り荷の中心座標を導出する。ロープが曲がることはないと仮定すると、吊り荷の中心座標 (G_x, G_y) は、トロリの中心座標 x と吊り荷の角度 θ 、ロープ長 l によって決定される。このとき、 (G_x, G_y) は次のとおりである。

$$\begin{cases} G_x = l \sin(\theta(t)) + x \\ G_y = l \cos(\theta(t)) \end{cases}$$

また、この微分は次のとおりである。

$$\begin{cases} \dot{G}_x = l\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + \dot{x} \\ \dot{G}_y = -l\dot{\theta}(t)\sin(\theta(t)) \end{cases}$$

中心座標を考慮して吊り荷の運動エネルギー T を導出する。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}m(\dot{G}_x^2 + \dot{G}_y^2) + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \\ &= \frac{1}{2}m[\{l\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + \dot{x}\}^2 + \{-l\dot{\theta}(t)\sin(\theta(t))\}^2] + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \\ &= \frac{1}{2}m[\dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + l^2\dot{\theta}(t)^2\cos^2(\theta(t))] + l^2\dot{\theta}(t)^2\sin^2(\theta(t)) + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \\ &= \frac{1}{2}m[\dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + l^2\dot{\theta}(t)^2\{\cos^2(\theta(t)) + \sin^2(\theta(t))\}] + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \\ &= \frac{1}{2}m[\dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + l^2\dot{\theta}(t)^2] + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \\ &= \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}(t)^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \\ &= \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t)) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}(t)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

同様に、位置エネルギー U 、散逸エネルギー F は次のとおりである。

$$\begin{aligned} U &= mg(l - G_y) \\ &= mg(l - l\cos(\theta(t))) \\ &= mgl(1 - \cos(\theta(t))) \end{aligned} \quad (9)$$

(10)

$$F = \frac{1}{2}\mu\dot{\theta}(t)^2 \quad (11)$$

式 (8), (9), (11) をラグランジュの運動方程式 (7) に代入し、エネルギー式を導く。

ここで各項は、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} &= ml^2\dot{\theta}(t) + ml\dot{x}\cos(\theta(t)) \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} &= -ml\dot{x}\dot{\theta}(t)\sin(\theta(t)) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} &= \mu\dot{\theta}(t) \\ \frac{\partial U}{\partial \dot{q}} &= mgl\sin(\theta(t)) \end{aligned} \quad (13)$$

であるから，求める運動方程式は

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial U}{\partial \dot{q}} = 0$$

$$ml^2\ddot{\theta}(t) + ml\dot{x}\cos(\theta(t)) + ml\dot{x}\dot{\theta}(t)^2 \sin(\theta(t)) + \mu\dot{\theta}(t) + mgl\sin(\theta(t)) = 0$$
(14)

である．

4.2 シミュレーションパラメータの計算

構成したシミュレーションモデルを図 7 に示す．モデルはトロリ，吊り荷をそれぞれ運動方程式より再現し，ブロック化している．図 7(a) トロリのモデル，(b) に吊り荷のモデルを示す．



図 7: 天井クレーンシミュレーションモデルの構造

また，モデルの結合構造を図 8 に示す．(b) には吊り荷モデルとトロリモデルの相互関係，(a) には対象系に対する入力と制御が記述されている．

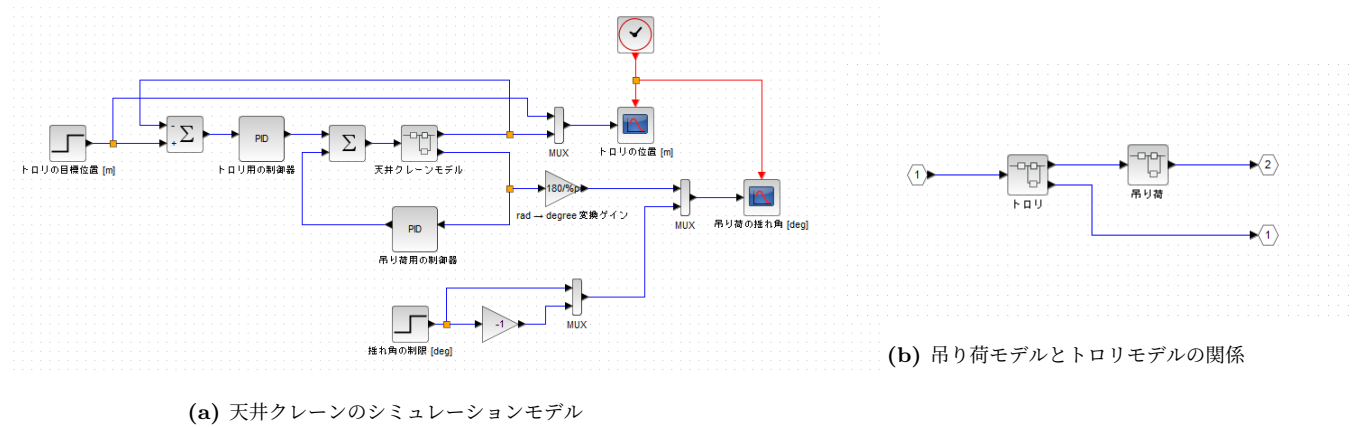


図 8: 天井クレーンシミュレーションモデルの構造

モデル上の各シミュレーションパラメータは参考文献 [1] の指示に従い決定した．実際に使用したパラメータはそれぞれ次のとおりである．

- $m = 0.5 + \left(\frac{\text{出席番号}-25}{10}\right)^2 = 3.39$

- $l = 0.16 + (\text{出席番号} \cdot 0.04) = 1.84$
- $\alpha_1 = 37.2$
- $\alpha_2 = 1980$
- $\beta = 180$
- $\mu = 1.22 \cdot 10^{-3}$

4.3 設計仕様を満たす PID 制御器の設計とシミュレーション結果

設計した PID 制御器について述べる．今回のシミュレーションでは，目標位置に向けてトロリの制動速度を制御する PID 制御器（制御器 1），吊り荷の揺れ角によってトロリの速度を制御する PID 制御器（制御器 2）の 2 つを用いる．

前者は，目標位置が近づくにつれてトロリの制動速度を減速させることで，目標位置に到達するまでの時間を効率的に短縮する等の役割を担う．後者は，吊り荷の揺れ角が大きくなるにつれてトロリの速度を減速させることで，吊り荷の揺れ角を小さくする等の役割を担う．制御器のブロック線図を図 9 に示す．

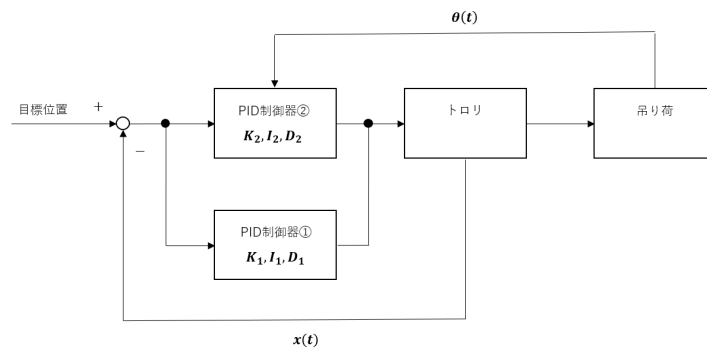


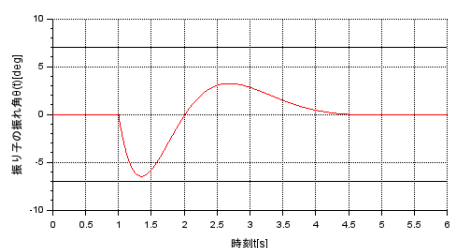
図 9: クレーン制御器のブロック線図

両 PID 制御器の設計仕様は次のとおりである．参考文献 [1] の内容に加え，項目 3 に整定条件を追加している．

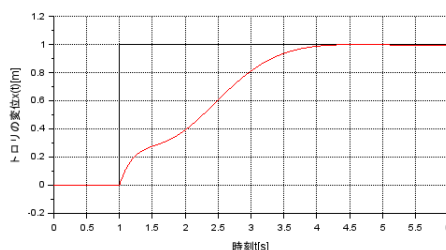
1. トロリは目標位置の印加後 5[sec] 以内で整定し，オーバーシュートを 5% 以内とする．
2. 吊り荷の揺れ角は $\pm 7[\text{deg}]$ 以内とする．
3. 整定条件は $\pm 2[\%]$ 以内とする．

■シミュレーションによるパラメータ同定 目標位置に向けてトロリの制動速度を制御する PID 制御器の PID パラメータ P_1, I_1, D_1 ，吊り荷の揺れ角によってトロリの速度を制御する PID 制御器の PID パラメータ P_2, I_2, D_2 として，シミュレーション上でパラメータ同定を行った．

同定した最終的な PID パラメータ及びモデルの時間変化を図 10 に示す．



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	200
P_2	1150
I_2	1500
D_2	0

図 10: 同定したパラメータによって制御した場合のクレーンモデルの時間変化

同制御器は約 4[s] で目標位置に到達し、吊り荷の揺れ角は $+3[\text{deg}]$ から $-6.5[\text{deg}]$ の $\pm 7[\text{deg}]$ 以内となった。

■パラメータ同定における試行過程と方法

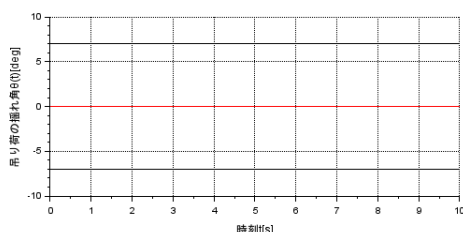
上記パラメータを導くにあたって行った試行の方法について述べる。まず、パラメータ同定までの過程を示す。パラメータ同定は以下のような手順で実施した。

1. 全パラメータを 0 としてシミュレーションを実施
2. 各 PID パラメータに任意の値を入力し、各パラメータの挙動を観察
3. 6 つのパラメータのうち、使い物にならないパラメータを決定
4. バランスの良いパラメータを固定し、残りのパラメータを調整
5. 2 つの PID 制御器のパラメータを相互に微調整

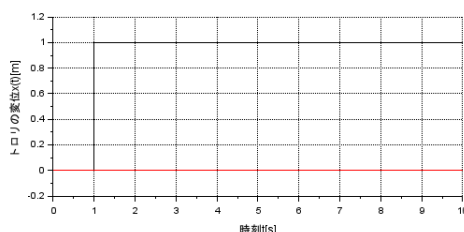
全体の方針として、細かな数値変更は避け、5 の倍数を中心に使用した。詳細なパラメータの変更内容は次のとおりである。

■全パラメータを 0 としてシミュレーションを実施

図 11 に全パラメータを 0 とした場合のシミュレーション結果を示す。



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



(b) トロリの変位の時間変化

P_1	0
I_1	0
D_1	0
P_2	0
I_2	0
D_2	0

図 11: PID 制御器のパラメータを全て 0 にした場合

図 11 から、全パラメータが 0 の場合は、系は反応を返さないことがわかる、入力 $e(t)$ 、出力 $u(t)$ とすると PID 制

御は以下の式で表されるため、この応答は当然の挙動である。

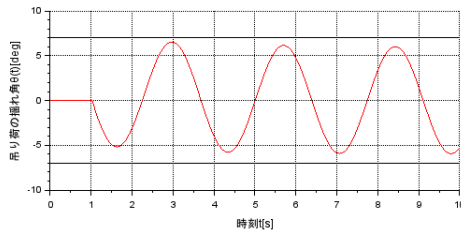
$$u(t) = P_1 e(t) + I_1 \int_0^t e(\tau) d\tau + D_1 \frac{de(t)}{dt}$$

■各 PID パラメータに任意の値を入力し、各パラメータの挙動を観察

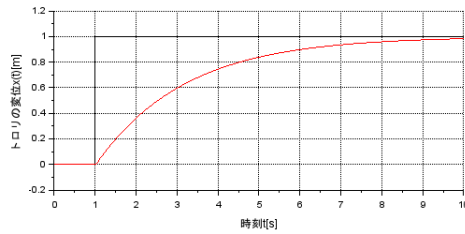
各パラメータが吊り荷及びトロリの運動の時間変化に与える影響を観察するため、各パラメータに任意の値を入力しシミュレーションを実施した。

はじめに、吊り荷の揺れ角によってトロリの速度を制御する PID 制御器のパラメータはすべて 0 とし、トロリの変位によってトロリの速度を制御する PID 制御器のパラメータを変化させた。

P_1 に 5 を入力し、得た応答を図 12 に示す。



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



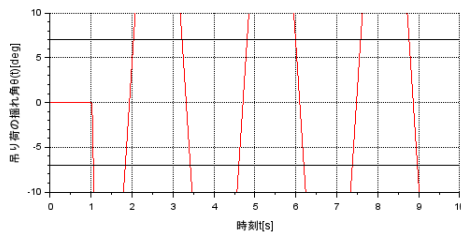
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	5
I_1	0
D_1	0
P_2	0
I_2	0
D_2	0

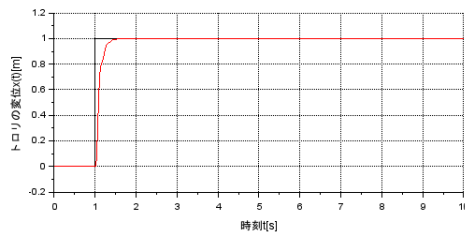
図 12: P_1 パラメータを 5 にした場合

図 12 から、比例項である P_1 パラメータを入力すると、トロリは目標値に向かって変位を増大させることがわかる。設計仕様 1 を満たすため、トロリの目標値到達高速化を狙い、 P_1 パラメータを増加させ実験する。

P_1 に 100 を入力し得た応答を図 13 に、300 を入力し得た応答を図 13 に示す。



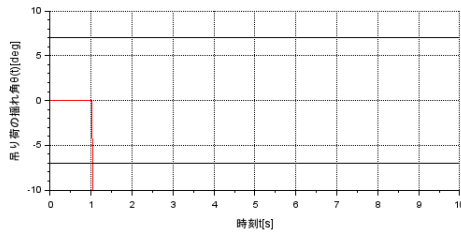
(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



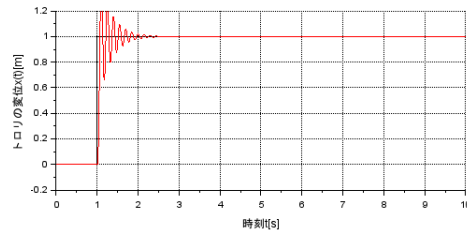
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	100
I_1	0
D_1	0
P_2	0
I_2	0
D_2	0

図 13: P_1 パラメータを 100 にした場合



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



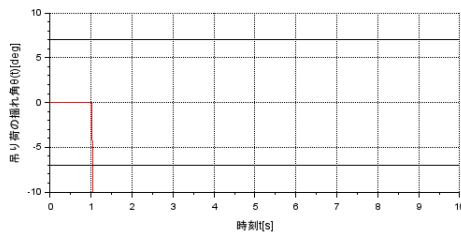
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	0
P_2	0
I_2	0
D_2	0

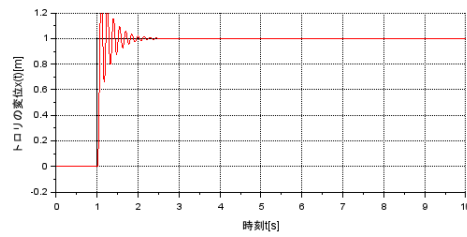
図 14: P_1 パラメータを 300 にした場合

図 13 と図 14 から、 P_1 パラメータの増加はトロリの目標値到達高速化を可能とすることがわかる。弊害として、吊り荷の揺れ角も増大するため、設計仕様 2 を満たすことができないことも確認できる。 $P_1 = 300$ では、収束前の 1[s] から 2[s] において発振が発生していることが確認できる。

この発振は設計仕様 1, 3 を同時に満たすために不都合であるため、 I_1 , D_1 パラメータによって発振を抑制可能か確認した。



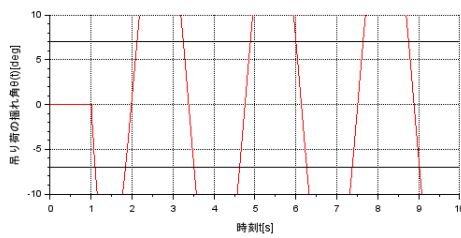
(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



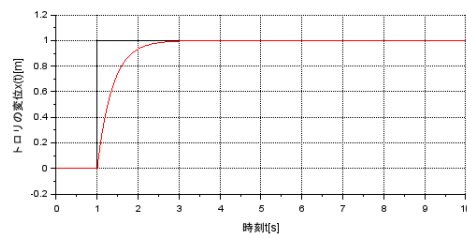
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	0
P_2	0
I_2	0
D_2	0

図 15: I_1 パラメータを 100 を追加した場合



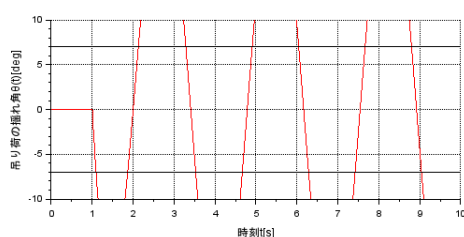
(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



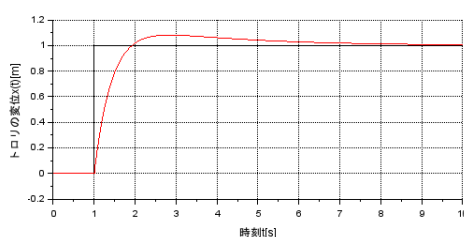
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	100
P_2	0
I_2	0
D_2	0

図 16: D_1 パラメータに 100 を追加した場合



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	100
D_1	100
P_2	0
I_2	0
D_2	0

図 17: I_1 , D_1 パラメータに 100 を追加した場合

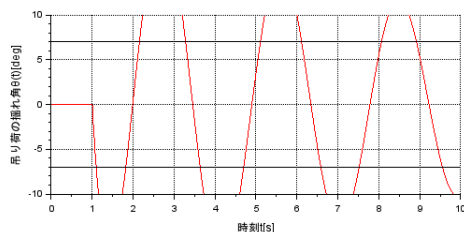
図 15 より, I_1 パラメータは発振の抑制に効果がないこと. 図 16 より, D_1 パラメータが発振の抑制に効果的であることがわかった.

図 17 のとおり I_1 パラメータを追加したが, トロリの時間変化の収束位置が目標値を超えてしまうため, 今回のモデルの制御に不適であると判断し, 今後 $P_1 = 300$, $D_1 = 100$ を基本とし調整していくこととした.

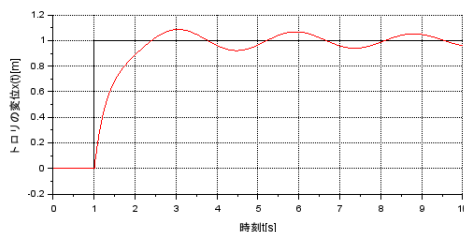
■吊り荷の揺れ角によってトロリの速度を制御する PID 制御器の調整

トロリの変位によってトロリの速度を制御する PID 制御器のパラメータを先述したとおり $P_1 = 300$, $I_1 = 0$, $D_1 = 100$ に固定し, 吊り荷の揺れ角によってトロリの速度を制御する PID 制御器の調整を行う.

はじめに, 設計仕様 2 を満たすため, 揺れ角の抑制を狙い, P_2 パラメータを増加させ実験する. $P_2 = 100$ とした出力を図 18 に示す.



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化

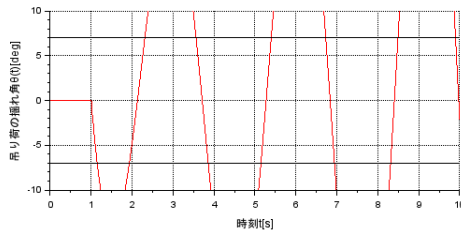


(b) トロリの変位の時間変化

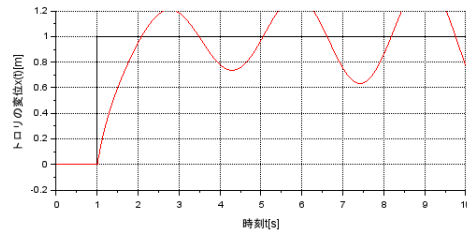
P_1	300
I_1	0
D_1	100
P_2	100
I_2	0
D_2	0

図 18: P_2 , パラメータに 100 を追加した場合

図 18 より, 図 16 と比較して揺れ角が抑制できている様子が確認できる. しかしながら, 吊り荷の影響でトロリの運動が被直線的となる弊害が確認された. トロリの変位によってトロリの速度を制御する PID 制御器のパラメータ調整では, 発振の抑制に D パラメータが効果的であったため, 揺れ角抑制にも利用できると予想し, D_2 パラメータに 100 を入力した. 出力を図 19 に示す.



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化

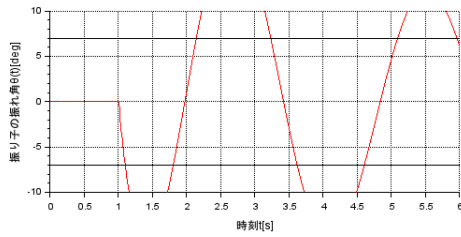


(b) トロリの変位の時間変化

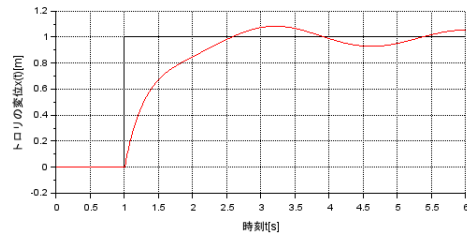
P_1	300
I_1	0
D_1	100
P_2	100
I_2	0
D_2	100

図 19: D_2 , パラメータに 100 を追加した場合

図 19 より, 予想に反し D_2 パラメータはかえって揺れ角を増大させてしまっていることがわかる. 同様の理由で I_2 パラメータに 100 を入力し試行した.



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



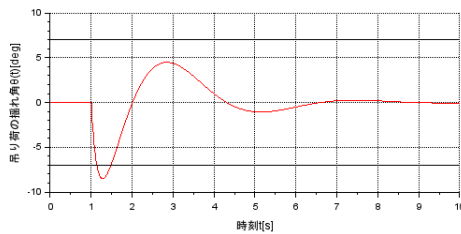
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	100
P_2	100
I_2	100
D_2	0

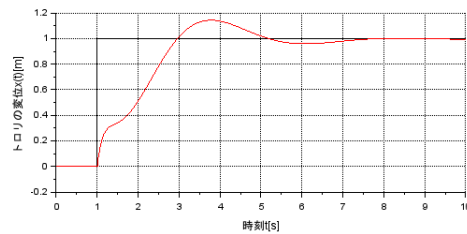
図 20: I_2 , パラメータに 100 を追加した場合

図 20 より, 18 と比較してトロリの変位収束時の発振が抑制できていることがわかる. したがって, I_2 パラメータが発振の抑制に効果的であることがわかった.

D_2 パラメータはトロリの時間変化の収束にあたり逆効果となることが判明したため, 今回のモデルの制御に不適であると判断し, 応答波形から今後 $P_2 = 1000$, $I_1 = 1000$ を基本とし調整していくこととした. 図 21 に同パラメータでの出力を示す.



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



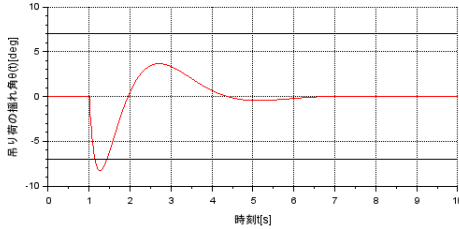
(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	100
P_2	1000
I_2	1000
D_2	0

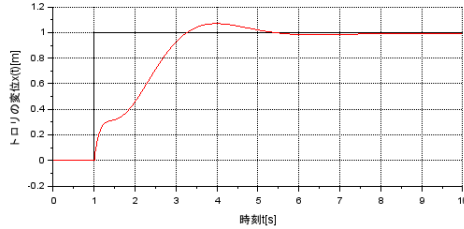
図 21: D_2 , パラメータに 1000 を追加した場合

図 21 より, 収束時間の特性が向上していることが確認できる. トロリ収束前に発生している波を軽減するため, 低

速な発振とみなし I_2 パラメータを用いることを考えた。直線的な運動となるまで D_1 を 1000, 1500 と増加させた出力を図 22, 図 23 に示す。



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



(b) トロリの変位の時間変化

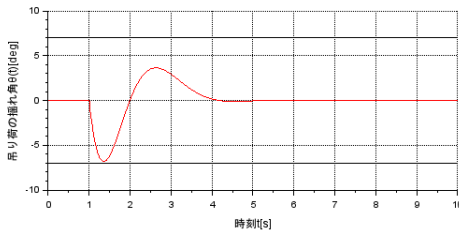
P_1	300
I_1	0
D_1	100
P_2	1000
I_2	1500
D_2	0

図 22: D_2 パラメータに 1500 を変更した場合

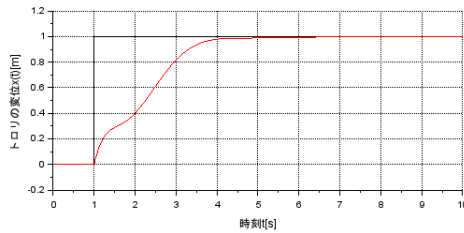
■ 2つのPID制御器のパラメータを相互に微調整

前項目の I_2 には変更だけではトロリ収束前に発生している波を十分に減少させることはできなかった。

そこで発振を軽減可能な D_1 パラメータを微調整し、より直線的な運動となる点を検討したところ、 $D_1 = 200$ にて十分な効果が得られた。出力を図 23 に示す。



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化

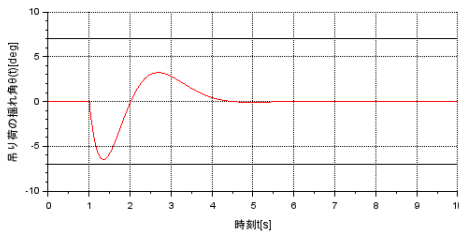


(b) トロリの変位の時間変化

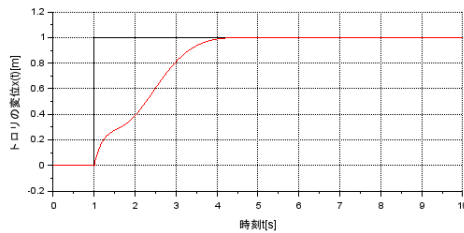
P_1	300
I_1	0
D_1	200
P_2	1000
I_2	1500
D_2	0

図 23: D_1 パラメータを 200 を変更した場合

図 23 では、立ち上がり時 4[s] から 6[s] まで目標値に漸近しているが改善可能と見られる領域が残されている。 P_1 パラメータを増加させることで変位の増加を図り、最終パラメータを得た。改めて図 24 に示す。



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化

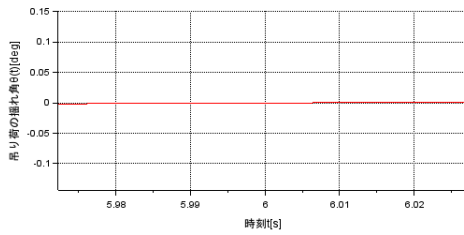


(b) トロリの変位の時間変化

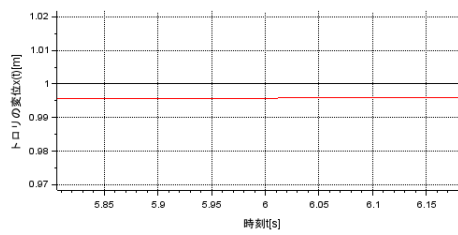
P_1	300
I_1	0
D_1	200
P_2	1150
I_2	1500
D_2	0

図 24: 同定したパラメータによって得られた出力

最終出力（図 24）の収束部を拡大したものを図 25 示す。



(a) 吊り荷の揺れ角の時間変化



(b) トロリの変位の時間変化

P_1	300
I_1	0
D_1	200
P_2	1150
I_2	1500
D_2	0

図 25: 6.0[s] での収束部周辺を拡大したグラフ

図 25 のとおり，収束時には完全に一致しているわけではないことが確認できる．一般的に整定条件は 2% または 5% という記述に従い，設定した設計仕様 3 より，吊り荷の時間変化ほぼ一致，トロリの時間変化 0.995[m] よりこの誤差を許容する．この誤差の大きさをどこまで許容するかについては，モデルを用いるユースケースによって別途検討する必要があると考える．また，この差を軽減するため小数点単位でのパラメータ調整を試みたが，コストに対して効果が薄いと判断し最終的にはこのままとした．

5 感想

パラメータ調整では，レポートがかけるとような論理的な操作を見つけるためにかなりの時間を要した．調整時には名簿番号の近い 43 番渡辺さんと多くの意見交換を行ったが，自分の同定したパラメータがそのまま渡辺さんのモデルでも仕様でき，また渡辺さんが同定したパラメータは自分のものと大きく構造が異なるなど，解答パスはひとつではないことがわかった．

また，レポート作成ではデザインに配慮して作成した．グラフ，グラフ，表を 1 列に並べる部分は， \LaTeX の minipage 環境を用いて作成し，見やすく個人的に良くできた配置であると考えているが，表のタイトル，番号を入れるスペースがなくなった．今回は「あくまでこれは 3 つでひとつの図である」と言い張ることにしているが，卒論に向けて改善を図りたい．また，グラフのキャプションが中心ずれを起こしている部分があり，こちらも修正が必要である．

参考文献

- [1] 佐藤 拓史、実験テキスト「数値シミュレーション」、(2022 年) ，
- [2] クレーンの定義と種類, <http://www.nrec.sakura.ne.jp/crane%202.htm> , 2022/11/10 accessed
- [3] Tajima Robotics, 質量 - バネ - ダンパーシステムのステップ応答（その 2）(2018 年),
<https://tajimarobotics.com/second-order-system-step-response-example-2/>, 2022/11/10 accessed
- [4] Scilab, <https://www.scilab.org/>, 2022/11/10 accessed