研究室ローテーション 第2回

担当：和田山 正・中井彩乃

本日の学習目標

- 深層学習の概要
- 勾配法によるパラメータ調整
- Google Colab(演習課題)

深層学習の概要

イヌ・ネコ分類問題

こんな関数を作りたい！

・入力された画像について、写っているのがイヌなのかネコなのか判別する関数を構成したい (クラス分類問題)

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

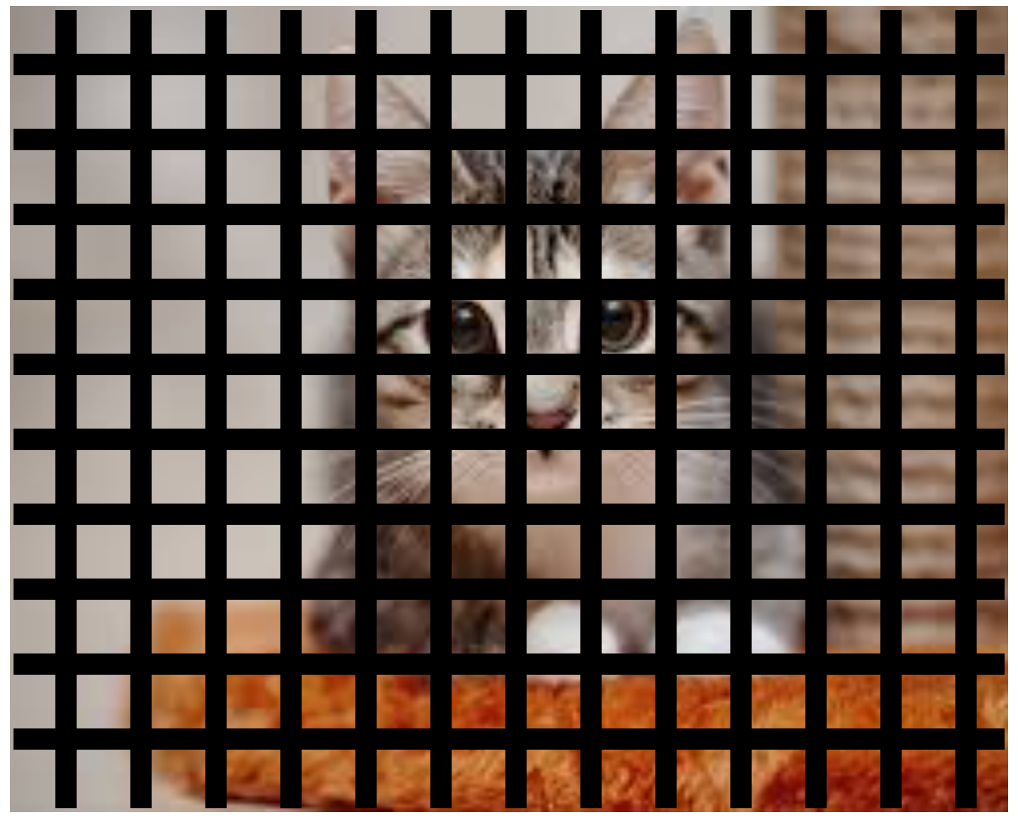
0: 猫

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

1: 犬

イヌ・ネコ分類問題

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$



・ピクセルに分割

・例ではカラーだけど白黒
各ピクセルは実数だと思う

・一次元に並べ替える

・n個の実数の組として、画像が表現される

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) \Rightarrow f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

・関数fを適用する

・０または１の値が返る

イヌ・ネコ分類問題

こんな関数を作りたい！

$f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

0: 猫

$f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

1 : 犬

関数の形状を制御するパラメータを導入する

パラメトリックモデル

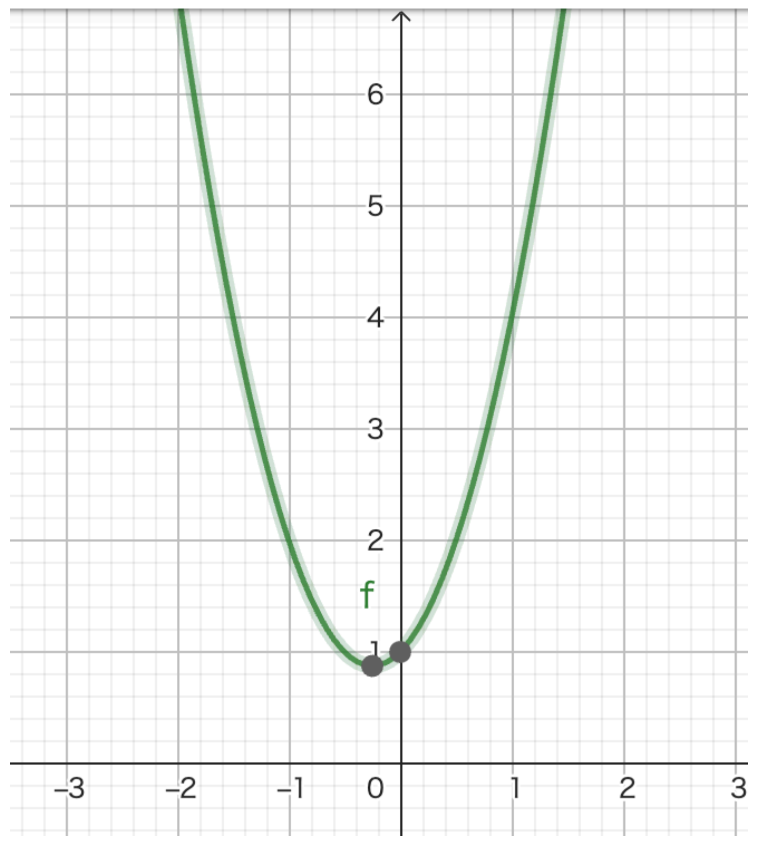
$$f_\Theta : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Θ：関数の形状をコントロールするパラメータ群

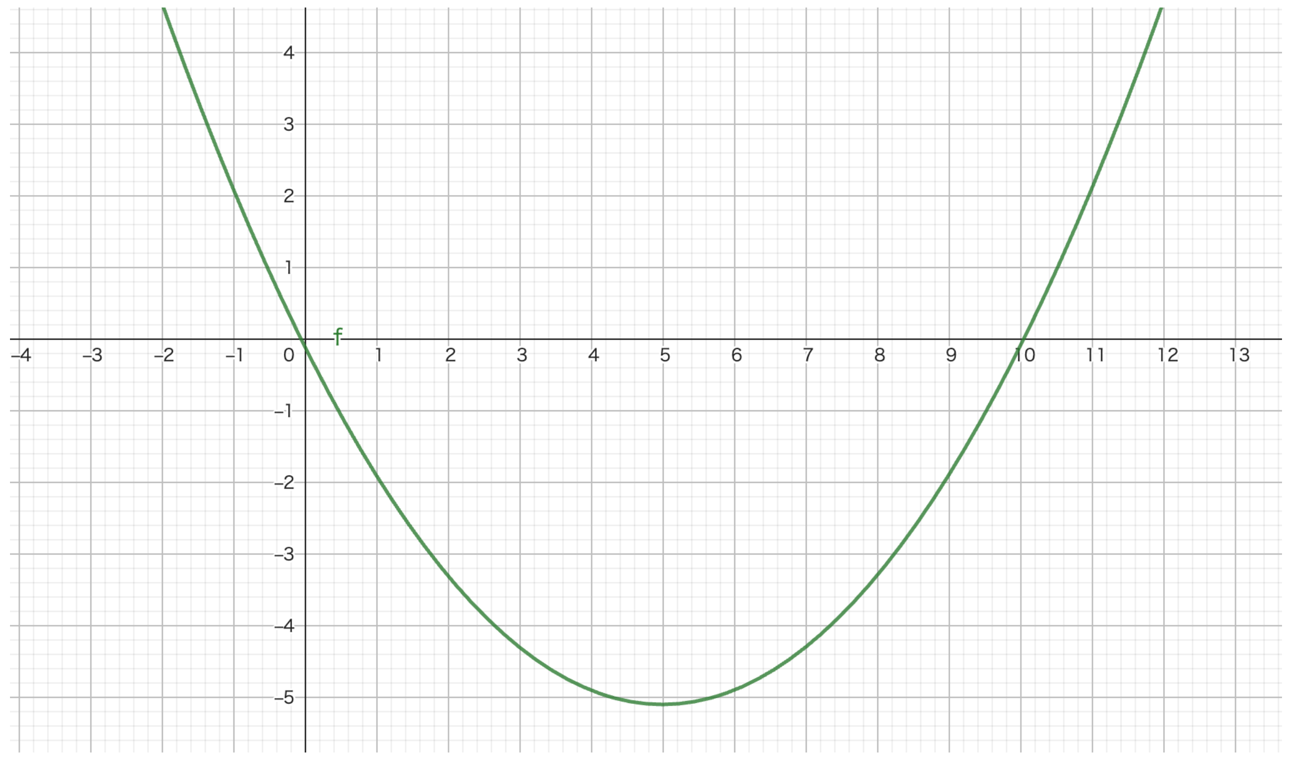
例：2次関数に基づくパラメトリックモデル

$$f_\Theta(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\Theta = \{a, b, c\}$$



$\{2,1,1\}$



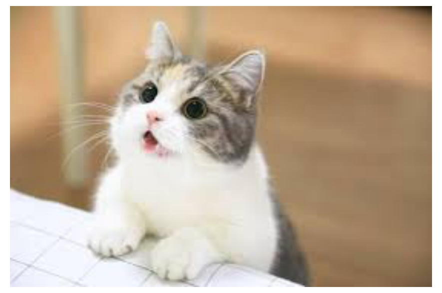
$\{0.2, -2, -0.1\}$

訓練データを準備する

学習パラメータをチューニング（調整）するために訓練データを準備する

入力値　教師ラベル

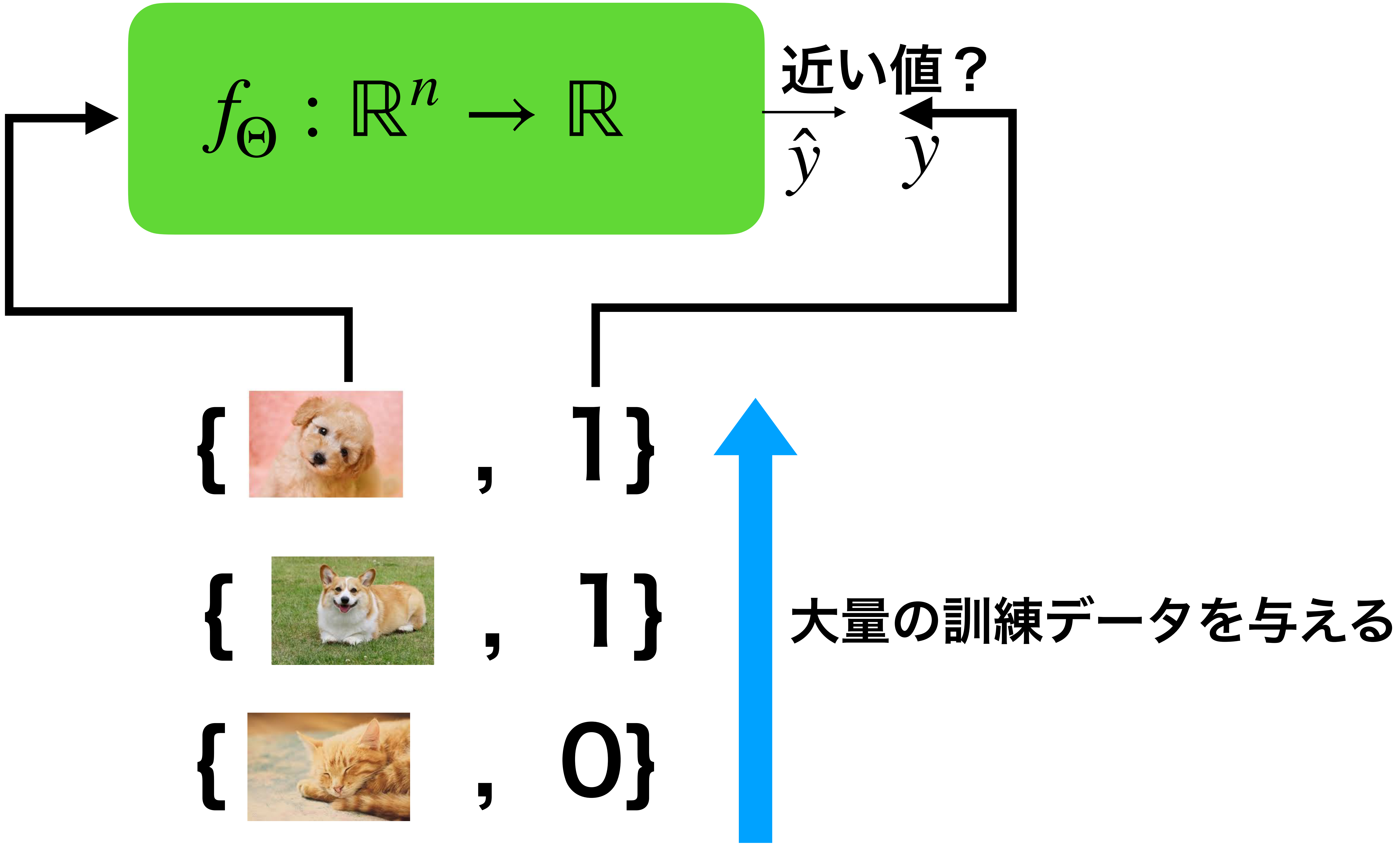
{  , 1}　{  , 1}　{  , 1}

{  , 0}　{  , 0}　{  , 0}

- 画像はn次元のベクトルとして表現しておく
- 良い認識結果を得るには、一般に多数の訓練データが必要

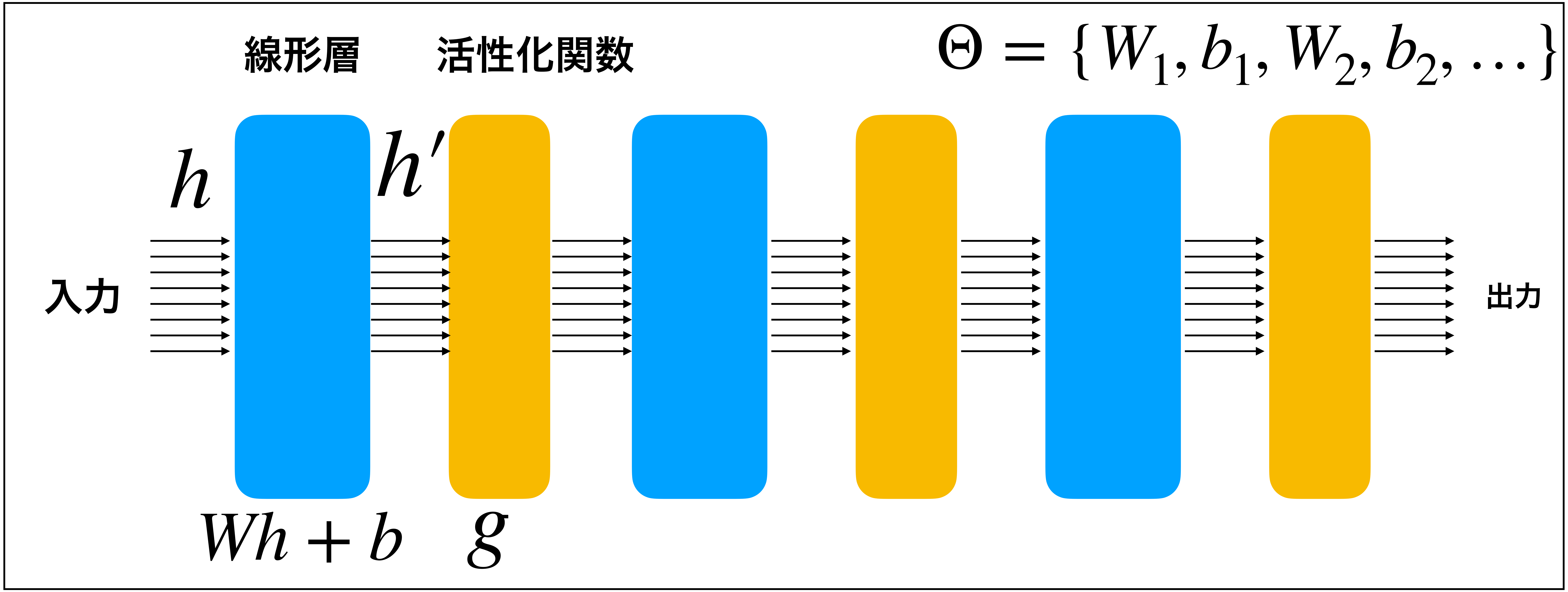
パラメータを更新する(訓練・学習)

出力と教師ラベルとの間の**食い違い**がなるべく小さくなるように学習パラメータを更新する



深層ニューラルネットワークモデル

$$f_\Theta : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$$



ネットワークという名前だがただの関数，ただし複雑な形状

アフィン変換と活性化関数

アフィン変換
(W,b: 学習パラメータ)

出力　重み行列　入力　バイアス

$$h' = Wh + b$$

活性化関数

シグモイド関数

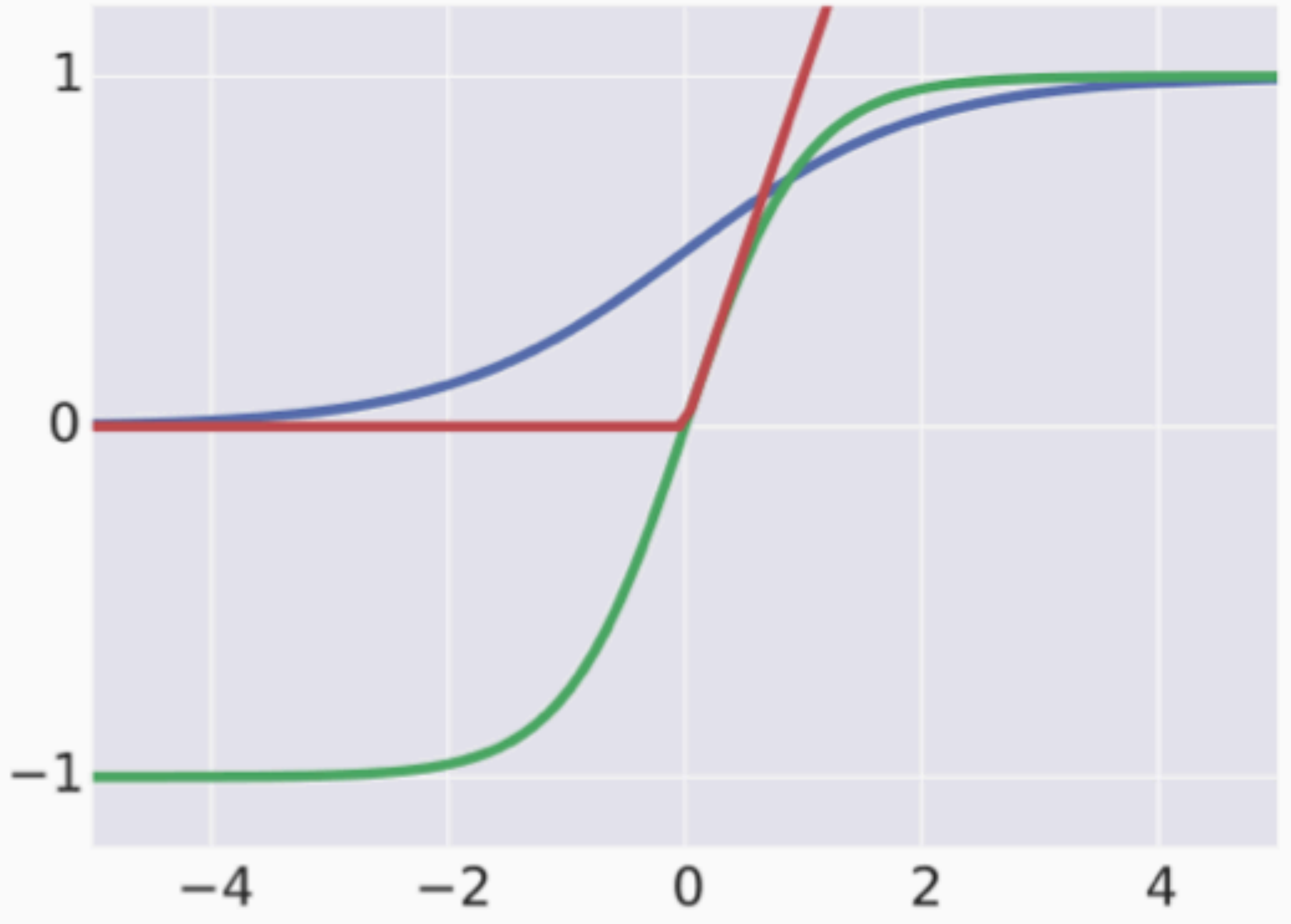
$$\sigma(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

tanh関数

$$\tanh(u) = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$$

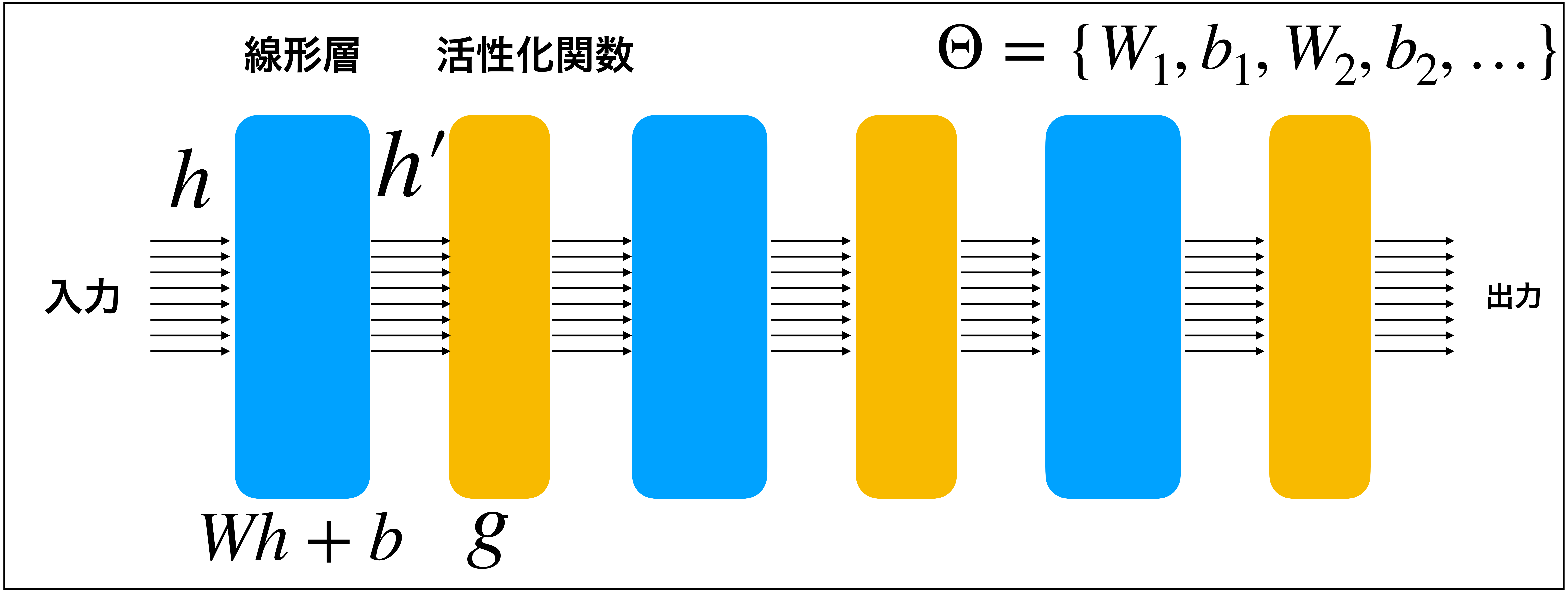
ReLU関数

$$\mathrm{ReLU}(u) = \max(0, u)$$



深層ニューラルネットワークモデル

$$f_\Theta : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$$

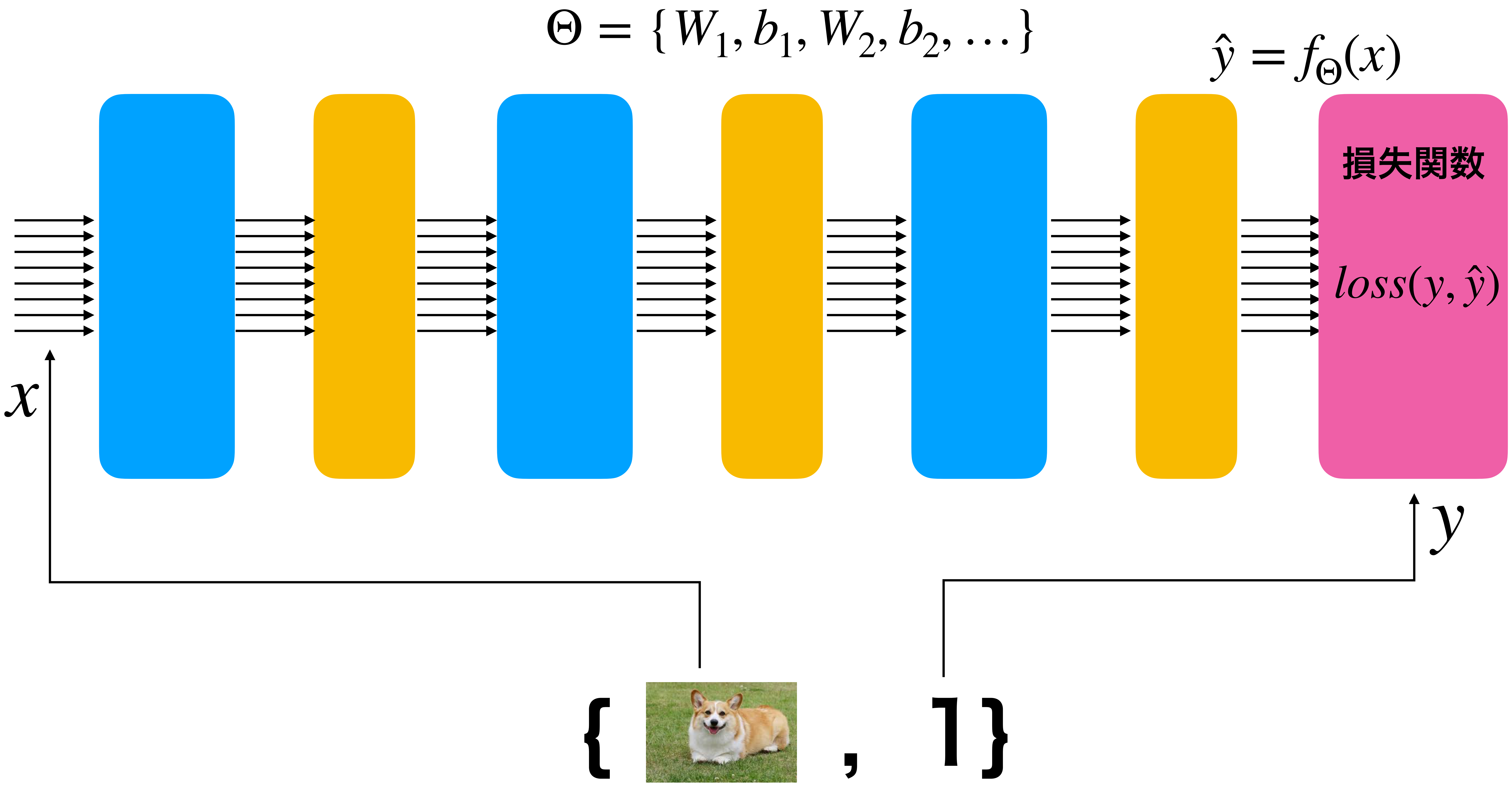


アフィン変換と活性化関数の合成関数で複雑な形状をつくる

学習プロセス

- ニューラルネットワークなどのモデルの学習 = 学習パラメータの調整(最適化)
- モデル出力と教師信号の食い違い = 損失関数 (二乗誤差関数, クロスエントロピーなど)
- 学習プロセス = 多数の訓練データに基づく確率的勾配法による損失関数値の最小化

深層ネットワークの訓練



訓練・学習過程では，損失関数値を最小化するように
学習パラメータを最適化（調整）する。

損失関数

入力信号 x

推定出力 $\hat{y} = f_{\Theta}(x)$

教師信号 y

二乗誤差関数(典型的な損失関数)

$$loss(y, \hat{y}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} | y_i - \hat{y}_i |^2$$

学習プロセス

$$h' = W h + b$$

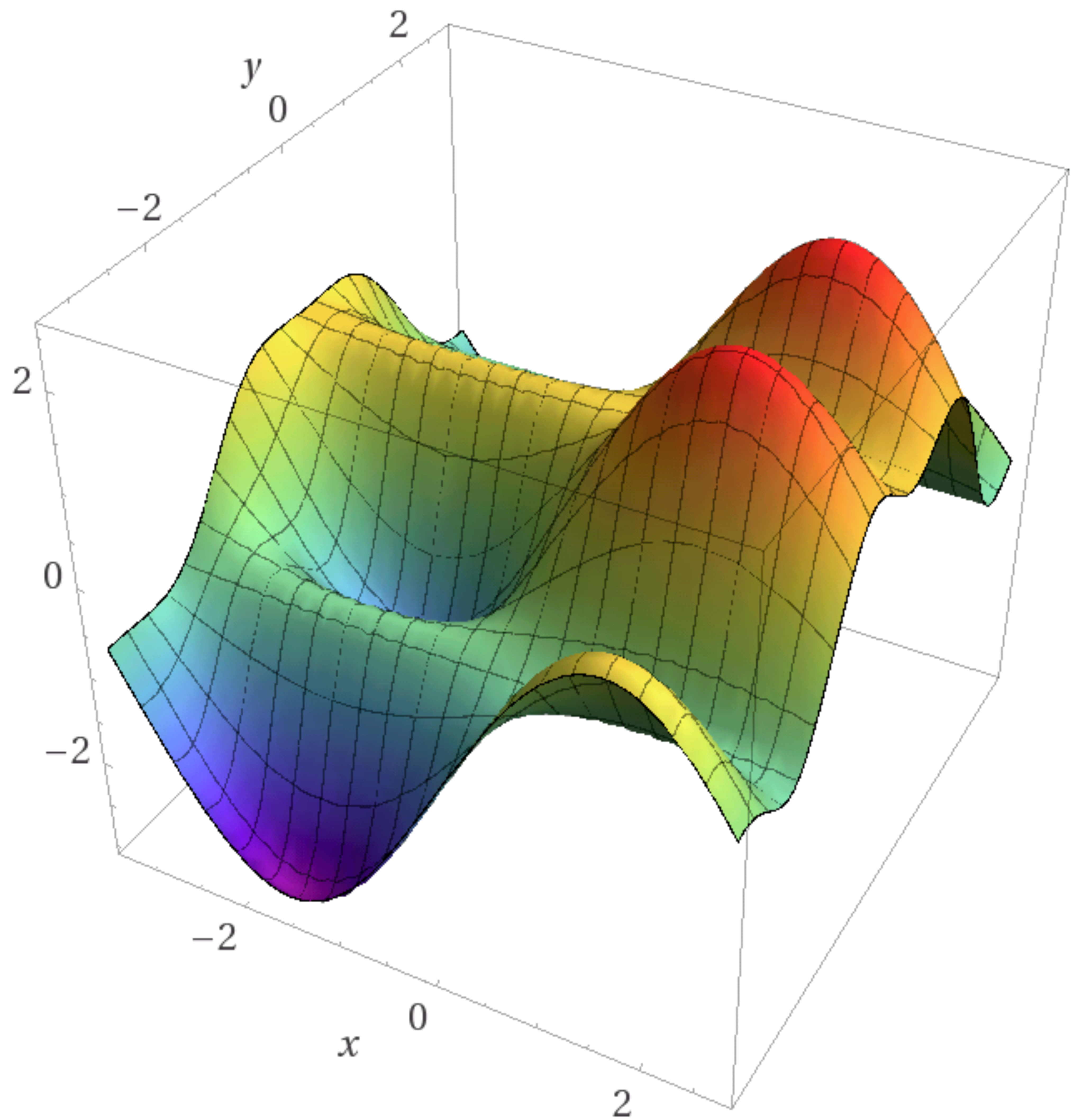
中身は動かしてよい・うまく
チューンアップしたい！

二乗誤差関数を最小化するように学習パラメータを動かせばよい

$$loss(y, \hat{y}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} |y_i - \hat{y}_i|^2$$

勾配法による数値最小化

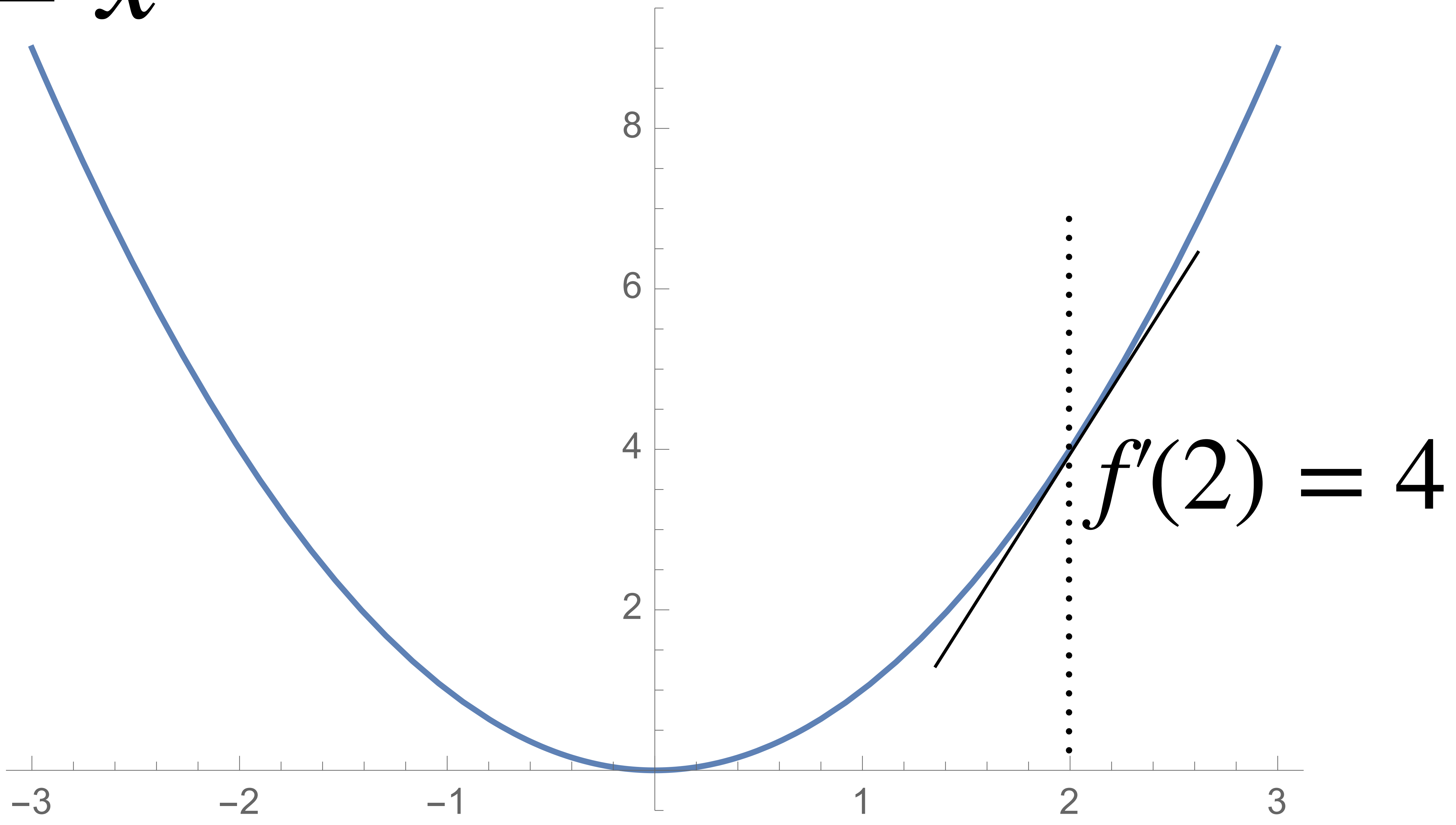
学習プロセス=学習パラメータの調整



どうやって誤差を最小にすればよいの？

微積の力を借りる！

$$y = x^2$$

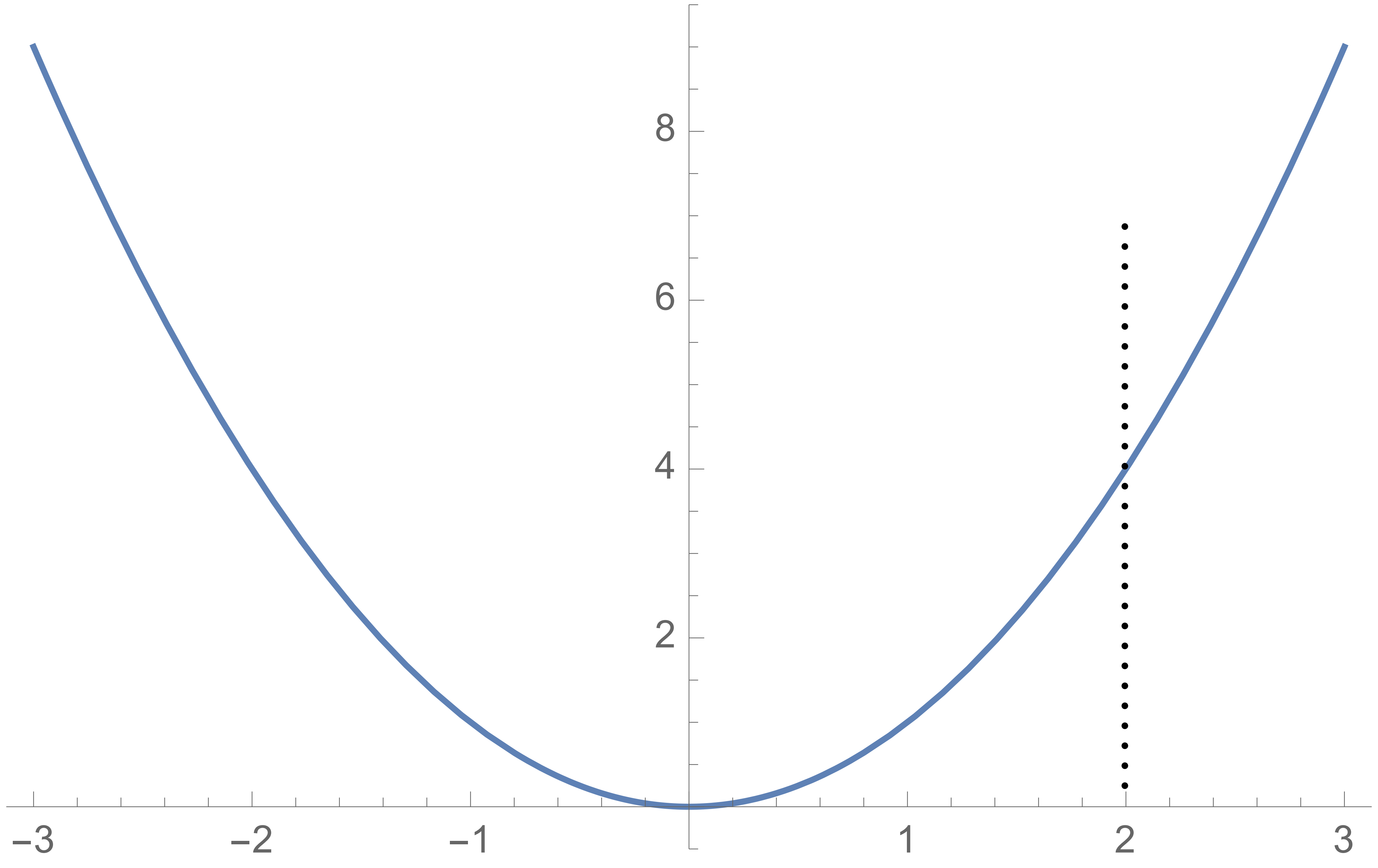


導関数 $\dfrac{dy}{dx} = f'(x) = 2x$

勾配法(数値的最小化法)

ステップ１：s を初期値にセットする
ステップ２：g := f'(s) とする
ステップ３：s := s - a g とする（a は学習係数と呼ばれる）
ステップ４：ステップ２に戻る

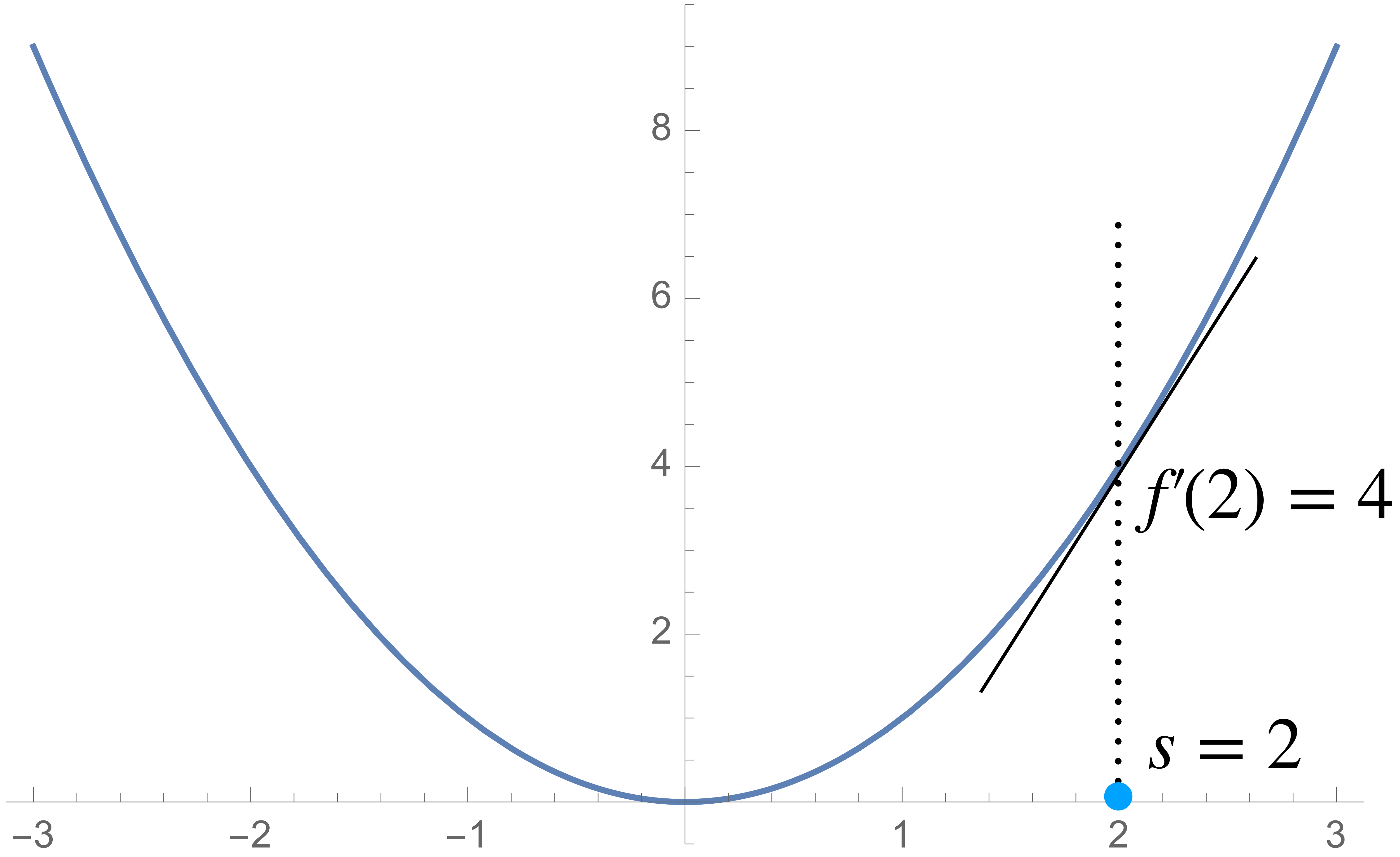
[練習問題] 初期値s = 2, a = 0.2 として上の勾配法のステップを実行せよ。



勾配法(数値的最小化法)

ステップ１：s を初期値にセットする
ステップ２：g := f’(s) とする
ステップ３：s := s - a g とする（a は学習係数と呼ばれる）
ステップ４：ステップ２に戻る

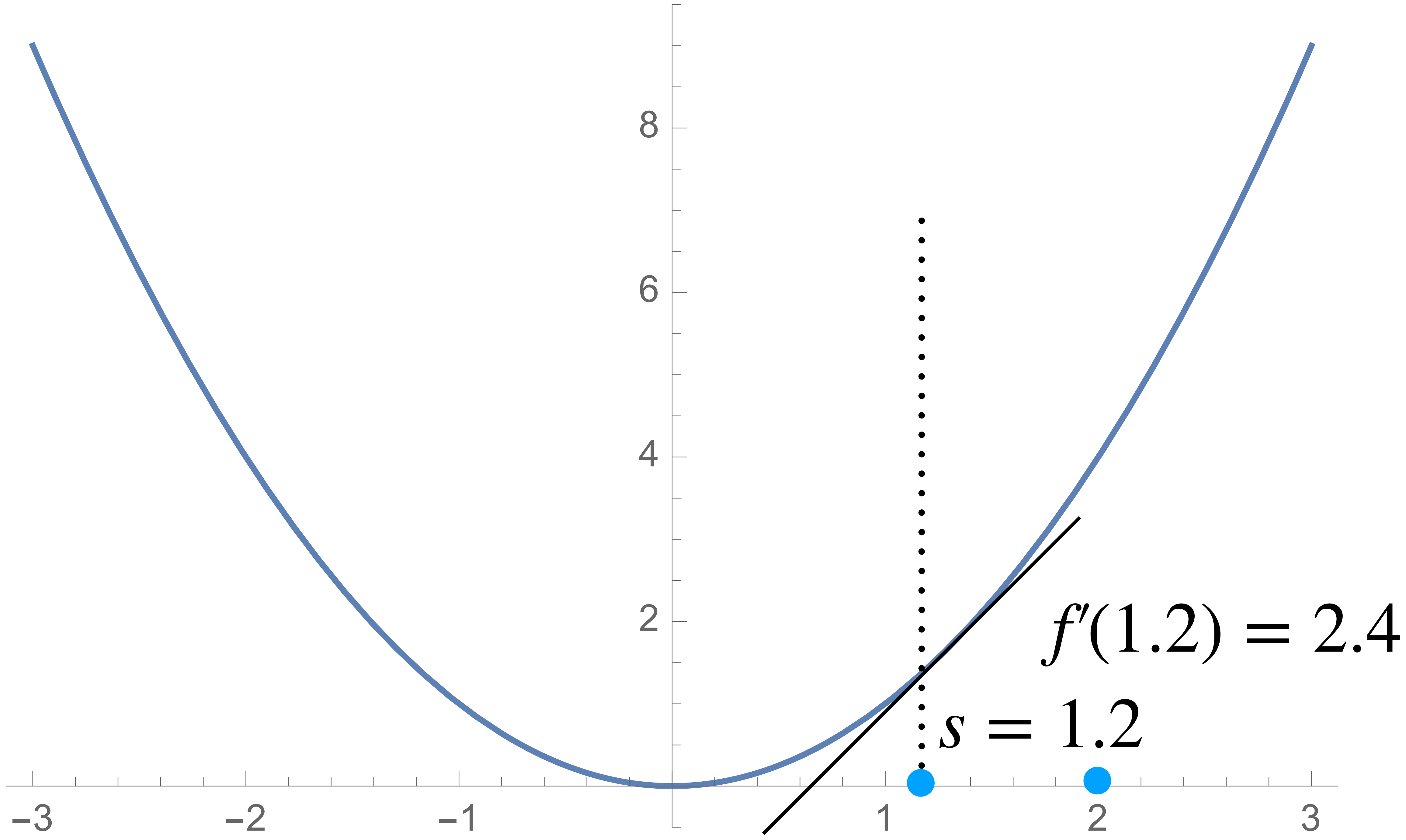
[練習問題] 初期値s = 2, a = 0.2 として上の勾配法のステップを実行せよ。



勾配法(数値的最小化法)

ステップ１：s を初期値にセットする
ステップ２：g := f’(s) とする
ステップ３：s := s - a g とする（a は学習係数と呼ばれる）
ステップ４：ステップ２に戻る

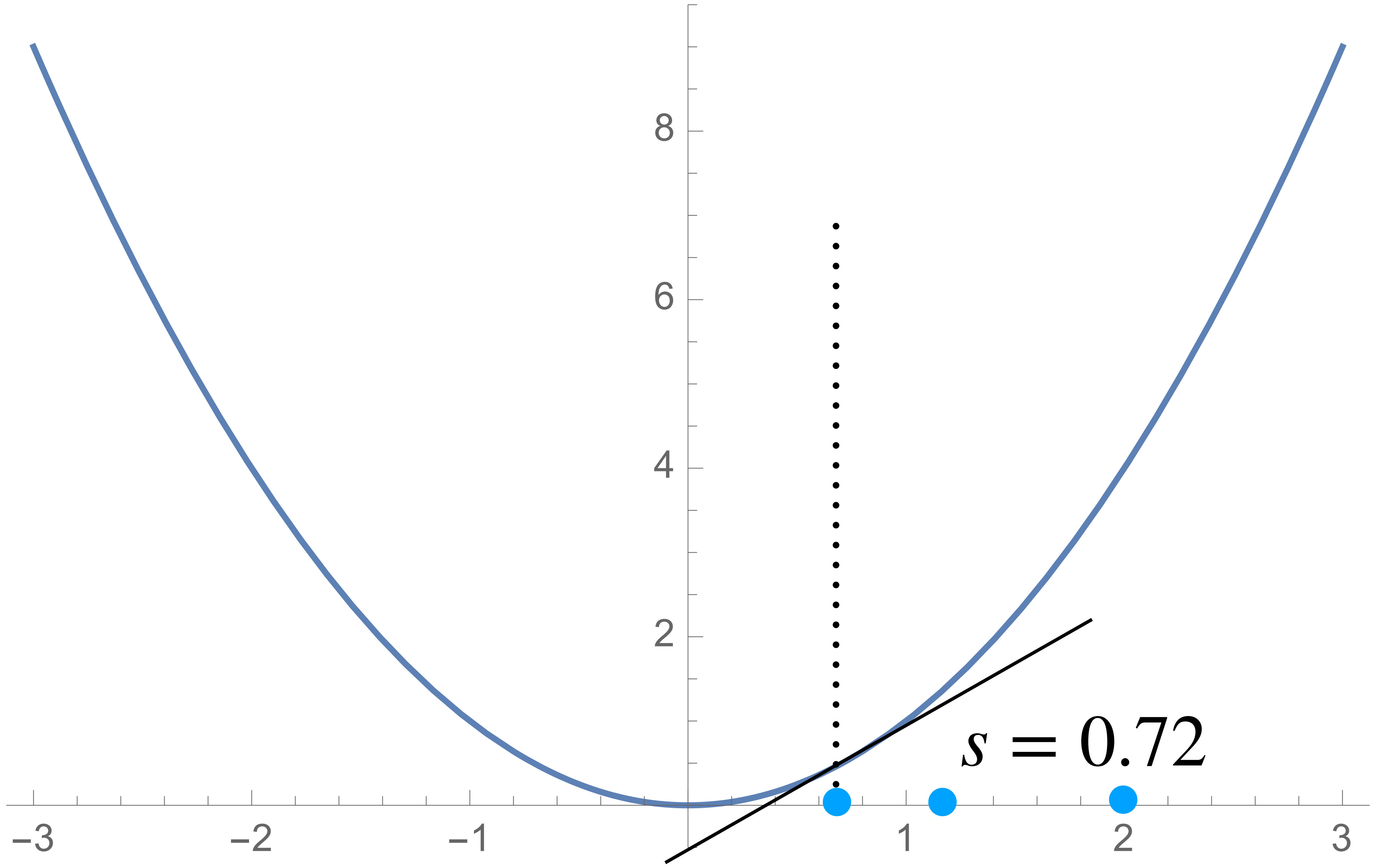
[練習問題] 初期値s = 2, a = 0.2 として上の勾配法のステップを実行せよ。



勾配法(数値的最小化法)

ステップ１：s を初期値にセットする
ステップ２：g := f'(s) とする
ステップ３：s := s - a g とする（a は学習係数と呼ばれる）
ステップ４：ステップ２に戻る

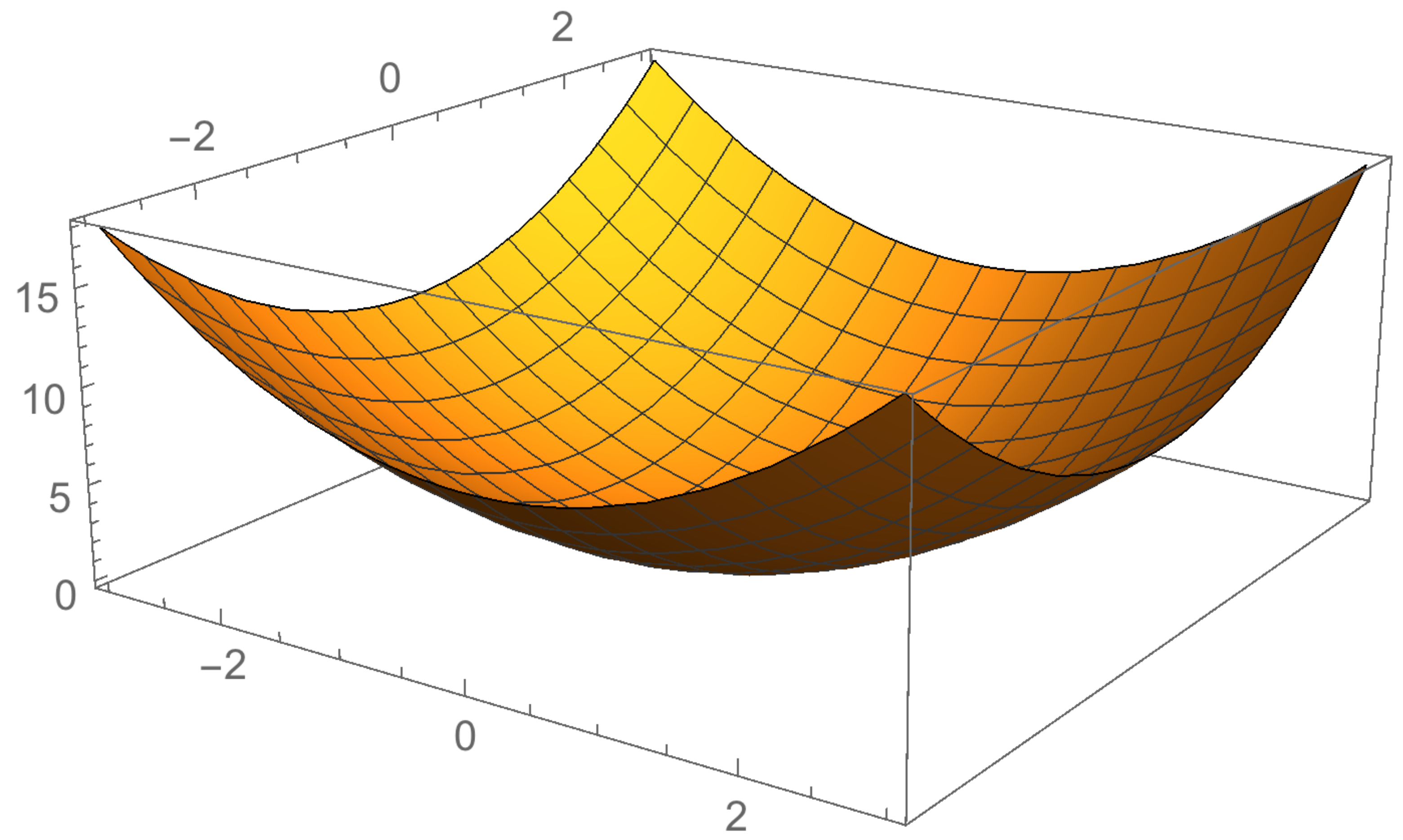
[練習問題] 初期値s = 2, a = 0.2 として上の勾配法のステップを実行せよ。



多次元の関数の場合には？

深層学習の場合、パラメータは複数ある
（場合によっては数万パラメータにも及ぶ）

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$



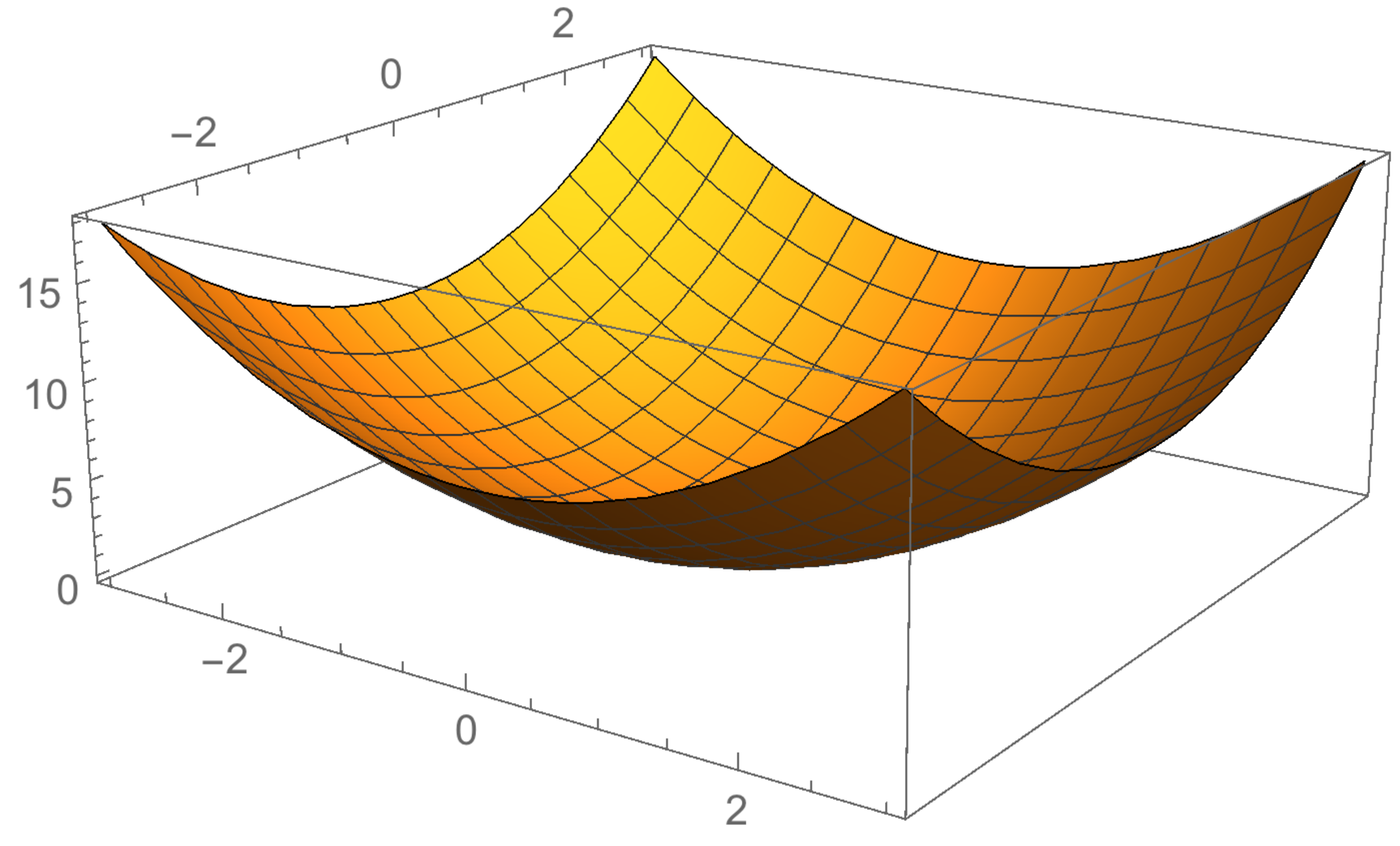
勾配ベクトル

$$\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1, \frac{\partial f}{\partial x_2} = 2x_2 \right)^T$$

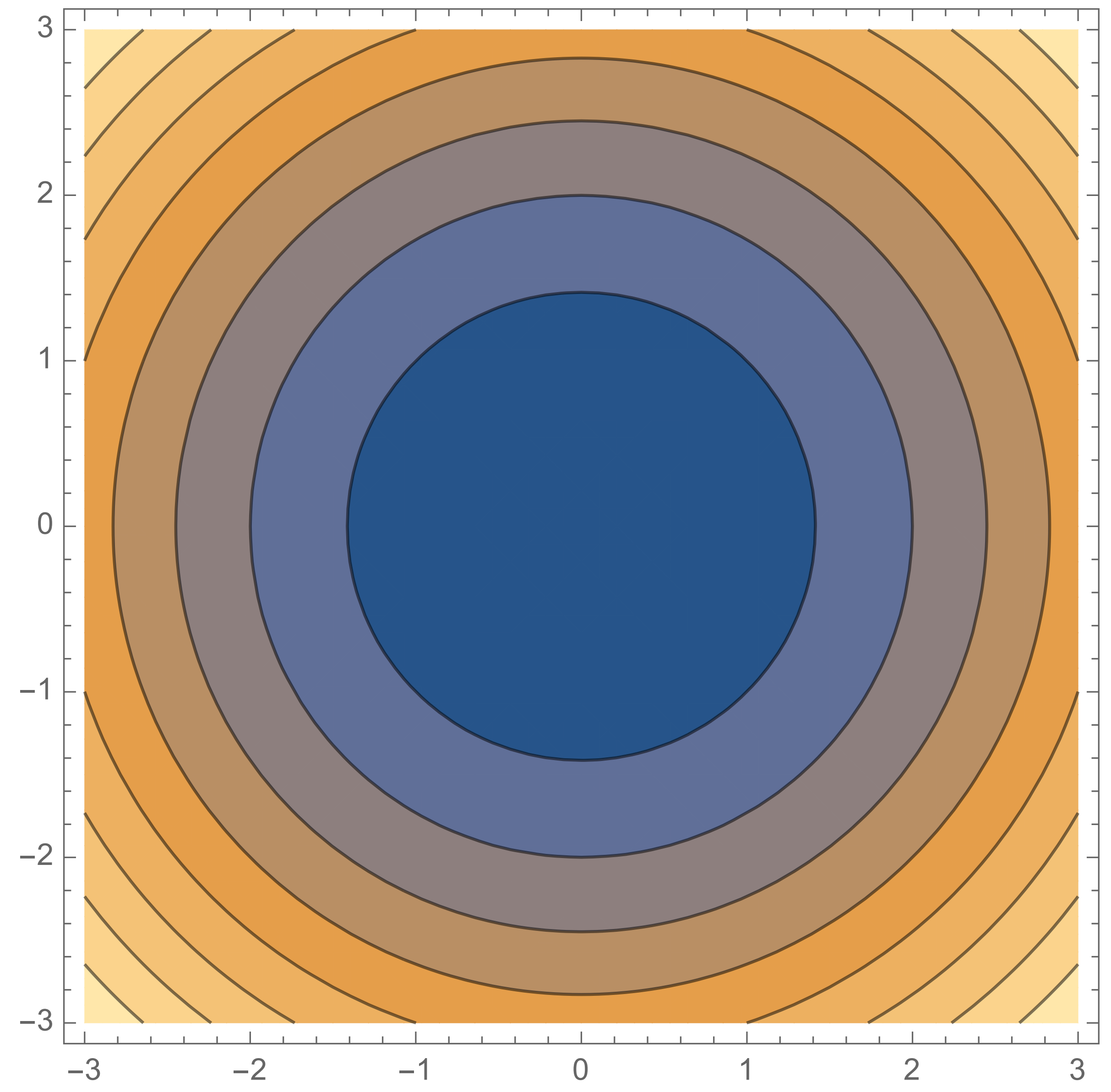
偏微分：多変数のうちの一変数に関する微分

勾配ベクトルと等高線

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$



3D表示



等高線表示

勾配ベクトル

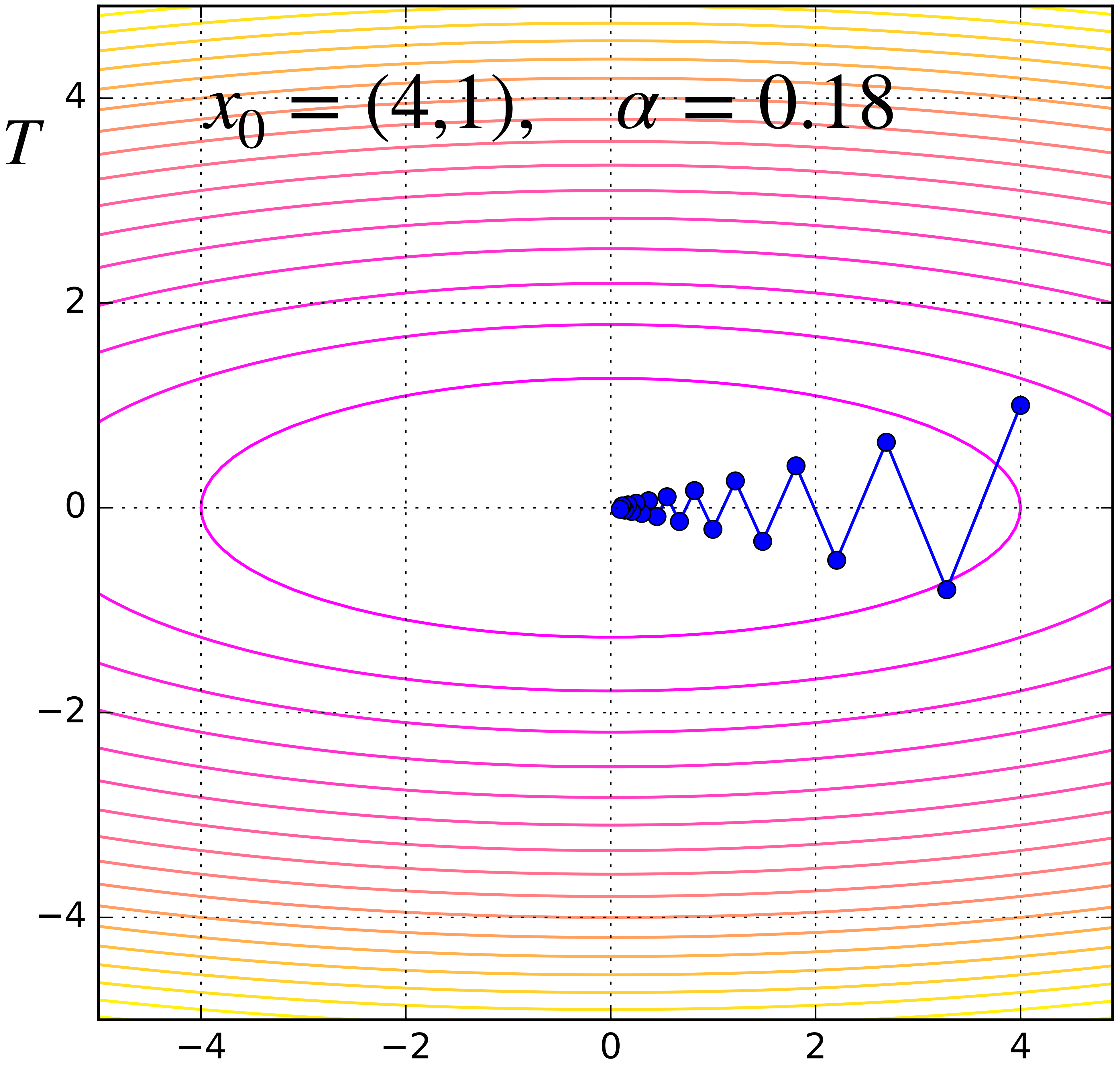
$$\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1, \frac{\partial f}{\partial x_2} = 2x_2 \right)^T$$

２次元関数における勾配法

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + 5x_2^2$$

$$\nabla f(x_1, x_2) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} = x_1, \frac{\partial f}{\partial x_2} = 10x_2 \right)^T$$

勾配法： $x_t = x_{t-1} - \alpha \nabla f(x_{t-1})$



ふたたび：学習プロセス

$$h' = W h + b$$

中身は動かしてよい・うまく
チューンアップしたい！

二乗誤差関数を最小化するように学習パラメータを動かせばよい

→W, bの各要素の偏微分(勾配ベクトル)を求めて、勾配法
を使えばよい！

まとめ

- 深層学習では、**層構造を持つパラメトリック関数モデル**が利用されている
- 各層は、**行列ベクトル積計算（アフィン変換）と非線形関数**の要素ごとの適用からなる
- 所望の性能を出すためには、**学習（訓練）プロセス**が必要
- 学習プロセスでは、**大量の訓練データ**が必要
- 学習プロセスでは勾配法(本当は確率的勾配法)を利用して学習パラメータを調節する