

演習問題 (6)

問題 1

講義のときに説明した文字パターン認識と同じ構造の問題である。下記では、

- X : ユーザが書きたかった文字
- Y : 読み取られた 2 元パターン

と解釈するとよい。

2 つの確率変数 X, Y のアルファベットは、 $D(X) = \{1, 2, 3\}, D(Y) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ である。 X に関する事前確率が

$$P_X(1) = 0.5, P_X(2) = 0.4, P_X(3) = 0.1$$

と与えられており、条件付き確率分布 $P_{Y|X}(y|x)$ は次の表の通り与えられている。

		$P_{Y X}(y x)$					
$x \backslash y$	1	2	3	4	5	6	
1	0.6	0.2	0.1	0.1	0	0	
2	0	0.1	0.5	0.3	0.1	0	
3	0	0	0	0	0.2	0.8	

以上の状況において $y^* = 5$ が観測された。MAP 推定をせよ。

問題 2

確率変数 X の分布を近似するためのパラメータ θ を持つパラメトリックモデル分布を

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{2}\right)$$

とする。確率変数 X に関する観測値 a_1, \dots, a_T が与えられた。次の問いに答えよ。

- (1) 対数尤度関数を書け。
- (2) 最尤推定パラメータを求めよ。

補足事項

- 未知の分布に従う独立な出力 a_1, a_2, \dots, a_T に対して、パラメトリック分布 $f(x|\theta)$ で分布学習を行う場合は、対数尤度関数の最大値を与える最尤パラメータ $\hat{\theta}$ を

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \sum_{i=1}^T \log f(x_i|\theta)$$

として求める。このとき、推定確率密度関数は $f(x|\hat{\theta})$ となる。

- ベイズ的アプローチにおいては θ を確率変数とみる。一方、頻度主義的アプローチ (ML, MAP) では、 θ をパラメータとみる。流儀によって解釈が違う！