

演習問題 (13) 解答

問題 1

まずこの問題は凸計画問題である。ラグランジアンを作ると

$$L(x, \nu) = x_1^2 + x_2^2 + \nu(x_1 + x_2 - 1)$$

となる。この場合の条件 4 は

$$\nabla L(x, \nu) = \begin{pmatrix} 2x_1 + \nu \\ 2x_2 + \nu \end{pmatrix} = 0$$

となる。これを解いて得られる $x_1 = -\nu/2, x_2 = -\nu/2$ を制約 $x_1 + x_2 = 1$ に代入することにより、 $\nu = -1$ を得る。これを $\nabla L(x, \nu) = 0$ の式に代入することにより、 $(x_1, x_2) = (1/2, 1/2)$ が最適解として得られる。最小値は 1 となる。

問題 2

この問題のラグランジアンは

$$L(x, \lambda, \nu) = x^2 + \lambda(-x + 1)$$

となる。このとき、条件 4 は、

$$\nabla L(x, \lambda, \nu) = 2x - \lambda = 0$$

となる。また、条件 3(相補性条件) より、

$$\lambda(-x + 1) = 0$$

これを解くと $\lambda = 0$ または $x = 1$ となるが、 $\lambda = 0$ とすると $x = 0$ となるため、 x の実行可能条件を満たさない。一方、 $x = 1, \lambda = 2$ は KKT 条件のすべての条件を満足する。