

演習 22.5.2

空の型付け文脈の下での、 $\lambda x : X. \lambda y : Y. \lambda z : Z. (s\ z)\ (y\ z)$ の主要型は何か？

解答

空の型付け文脈であり、また演習22.3.3の結果から (Γ, t, S, C) はそれぞれ

変数	値
Γ	\emptyset
t	$\lambda x : X. \lambda y : Y. \lambda z : Z. (s\ z)\ (y\ z)$
S	$X \rightarrow (Y \rightarrow (Z \rightarrow S))$
C	$\{X = Z \rightarrow T_1, Y = Z \rightarrow T_2, T_1 = T_2 \rightarrow S\}$

となる。

次に (Γ, t, S, C) の解 (σ, T) を図22-2の単一化アルゴリズムにより計算すれば、それぞれ

変数	値
σ	$[T_1 \mapsto T_2 \rightarrow S] \circ [Y \mapsto Z \rightarrow T_2] \circ [X \mapsto Z \rightarrow T_1]$
$T (= \sigma S)$	$(Z \rightarrow T_2 \rightarrow S) \rightarrow (Z \rightarrow T_2) \rightarrow Z \rightarrow S$

となる。

T の計算は以下の通り

$$\begin{aligned} & [T_1 \mapsto T_2 \rightarrow S] \circ [Y \mapsto Z \rightarrow T_2] \circ [X \mapsto Z \rightarrow T_1] (X \rightarrow (Y \rightarrow (Z \rightarrow S))) \\ & [T_1 \mapsto T_2 \rightarrow S] \circ [Y \mapsto Z \rightarrow T_2] ((Z \rightarrow T_1) \rightarrow (Y \rightarrow (Z \rightarrow S))) \\ & [T_1 \mapsto T_2 \rightarrow S] ((Z \rightarrow T_1) \rightarrow ((Z \rightarrow T_2) \rightarrow (Z \rightarrow S))) \\ & ((Z \rightarrow (T_2 \rightarrow S)) \rightarrow ((Z \rightarrow T_2) \rightarrow (Z \rightarrow S))) \\ & (Z \rightarrow T_2 \rightarrow S) \rightarrow (Z \rightarrow T_2) \rightarrow Z \rightarrow S \end{aligned}$$

定理22.4.5より、計算した σ は主要単一化子なので t の主要型は $(Z \rightarrow T_2 \rightarrow S) \rightarrow (Z \rightarrow T_2) \rightarrow Z \rightarrow S$ となる。