がたまる

1. 设厂是域, X4厂, 在厂上极小多项式为P(x), 则单扩 张正=F(x)可能不含P(x)=0其余根.

例如 $\chi^3-z \in Q[x]$ E=Q(3/z) 不含另两根证w,证证但是若正是下上一多项式的分裂域,从而正规扩张, ⇒E包含P(xc)全部根。

2. 下域, E是fx)在下上分裂域,以下陈述错误。 ∀Q, B是f1x)的两根,则存在G∈Aut_F(E), G(Q)=B. 例如 $f(x) = (\chi^2 - 2)(\chi^2 - 3)$, 不存在 $6 \in Aut_F(E)$, 使 $6(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$ F = Q, $E = Q(N_2, N_3)$

否则 $6(\chi^2-2)=\chi^2-2$ 有根 $6(\sqrt{2})=\sqrt{3}$. 一般地, 若 $f(x) = f_1(x) f_2(x)$ ($f_1(x), f_2(x)$)=1,则木存在 SEALTE(E), S将fix的某一根映成fix的某一根 这是因为,若 $f_{1}(\alpha)=0$, $f_{2}(\beta)=0$, $\delta\in Aut_{F}(E)$, $\delta(\alpha)=\beta$. 则 o[f,(x)]=f,(x)有根6(x)=B即在E[x]中,f,(x),f,(x) 有公国式 x-B. 矛盾

以下陈述正确。若foo不可约,

∀ x, B 是两根,则存在 S ∈ Aut_F(E), S(x)=B.



3. 分裂域唯一性.

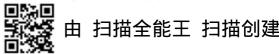
一般地,分裂域同构意义下唯一. 例如. X升($\epsilon Q(x)$) 有同构。 Q(x) 均可以看成 X升($\epsilon Q(x)$) 有同构。 Q(x) 一个 Q(x) —— Q(x) ——

4. 设下⊆K域扩张, chavF=P, α∈K, 则又在F上可分元⇔F(以)=F(以).

证明:"⇒"没么可分,若又年下(以下),则极小多项式户(以)(以下以下) 以在下上极小多项式被户(以)整除 以下一以下=(以一以),户(以)只有根以,由于以可分,在下上极小多项式无重根⇒户(以)=义一以 ⇒ 以(下(以下)

"国为F(x)=F(x), x, xP在F上极小多项式次数相同。设 p(x), 2(x)分别是它们极小多项式, deg p(x)=deg 2(x).

性是 P(x)=0=9(xp)



即9(xP)=0有根以、今2(x)=至 若P(x)不可分,则存在Y(x) $P(x)=Y(x^p)$ · degY(x)<degf(x)Y(XP)=0 这与9(x)是X的极小多项式矛盾! 应用这个结论,可以展示。若又是下上可分元,则下以 是可分扩张(over F). 证明:设民区下似、需证日是下上可分礼即证下的一下的 \mathbb{Z}_{F} $\mathbb{F}(\beta, \alpha) = \mathbb{F}(\alpha)(\beta) = \mathbb{F}(\alpha) = \mathbb{F}(\beta^p, \alpha) = \mathbb{F}(\beta^p)(\alpha)$ 设义在F(β)上极小多项式为P(α) EF(β)[α] 在下(BP)上 ————— 及(x) E F(BP)[x] 因为 $(P_{(x)})^{P} \in F(\beta_{(x)}) \mathbb{I}(P_{(x)})^{P} = 0 \Rightarrow P_{2}(x) | P_{(x)}$ 因为 $F(\beta^P)[X] \subseteq F(\beta)[X], P_i(X)/P_i(X).$ 在下(B)(x)中, $P_1(x)|P_2(x)|P_1(x) \Rightarrow P_2(x) = P_1(x) l l l l l$. 但又在下上可分元 => 又在下(B)上可分 = 1=1 $\{ P[F(\beta)(\alpha) : F(\beta)] = degP_{\epsilon}(x) = degP_{\epsilon}(x) = \{F(\beta^{p})(\alpha) : F(\beta)\}$ > TF(B)=F(BP).