

清华大学统计学辅修选修课程

金融统计

(课程号: 40160743)

李 东

清华大学统计学研究中心



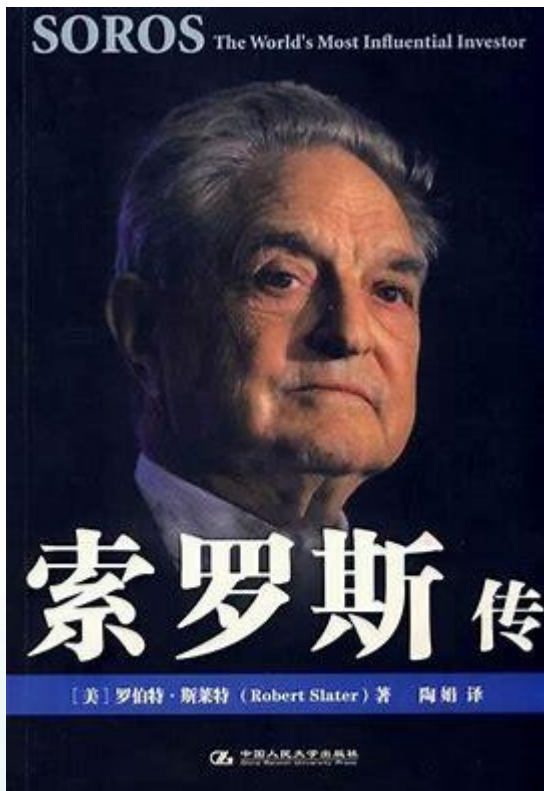
清华大学统计学研究中心

<http://www.stat.tsinghua.edu.cn>



第1讲 金融结构和金融工具





George Soros (Gyömrői Schwartz)

- 1997年引发[东南亚金融危机](#)
- 量子基金



James Harris Simons

- 创立著名的Chern-Simons理论
- 文艺复兴科技公司
- 大奖章基金

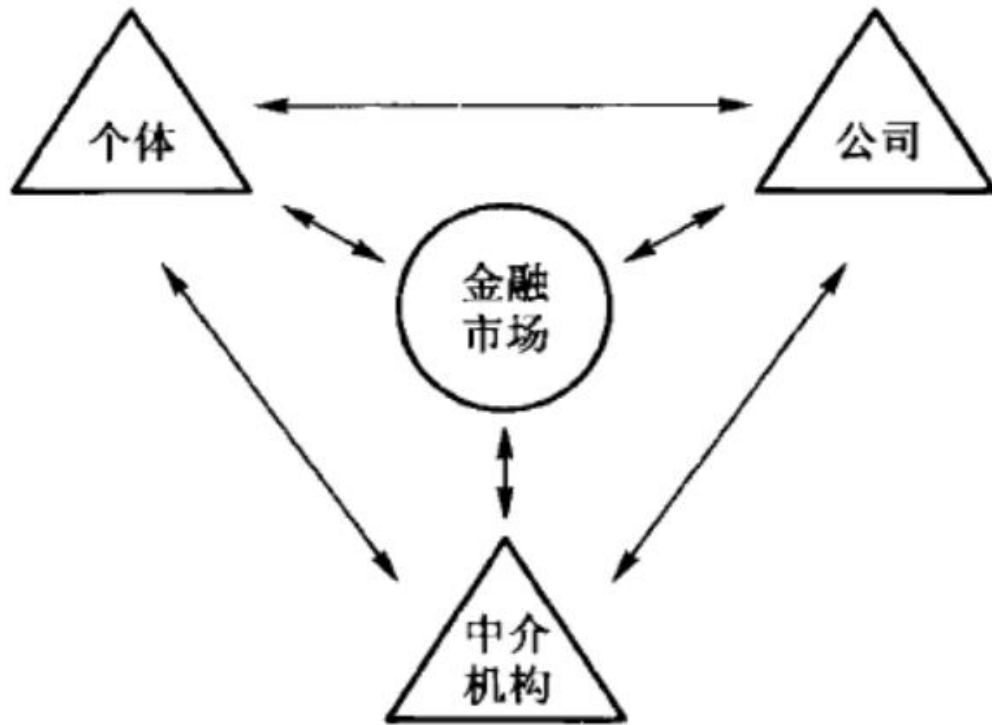


金融理论和金融工程

- ▶ 目标：按照现代观点，金融理论和金融工程要求研究金融结构的性质，以及利用各种金融工具和金融运作，考虑时间、风险和周围环境特征等因素，力求以最合理的方式配置金融资源。
- ▶ 所考虑的因素：时间、动态变化、不确定性、随机性等。
- ▶ 数学工具：“概率统计”理论，包括：
 - 随机过程
 - 随机分析
 - 随机过程统计
 - 随机最优化
 -



金融理论的关键对象和结构



- 用来定义和说明金融论题的特性，以及金融数学和金融工程的目标和工具。
- 在金融的理论与实务中，这四种结构之间，赋予**金融市场**中心地位，它是金融的数学理论首先关注的结构。



► **个体**：金融活动服从于“消费-投资”问题的求解. 个体既作为消费者，又作为投资者的双重行为，导致一个最优化问题的研究，在数量经济学上被陈述为**消费-储蓄问题**(consumption-saving)和**投资组合决策问题**(portfolio decision making).

□ 前者依靠(von Neumann-Morgenstein)关于在不确定条件下个体的**理性行为**的公理来处理，它通过定量比较，如通过求**效用函数**(utility function)的均值，给出某种类型的**最偏好**行为.

□ “投资组合决策”问题可描述为金融手段的最优投资配置，这里的金融手段包括：不动产、黄金、证券(债券、股票、期权、期货等)之类. 建立投资组合中的分散化观念。 比如：

➤ “**Don't put all your eggs in one basket.** ”（不要把鸡蛋放在一个篮子里）

➤ “**Nothing ventured, nothing gained.** ”（无风险无收益；不入虎穴焉得虎子）



► **公司：** 主要是企业、厂商等，具有诸如“土地”、“工厂”、“机器”之类物理上可触摸的贵重物，也具有“组织机构”、“市场”、“专利”等等类型的贵重物；它运营业务机构，实施业务协作，开展技术生产治理。为增加发展生产的投资，公司时时要发行股票，而有时也发行债券(像政府那样)。公司的治理活动应该由股票持有者和债券所有者的利益的最大满足来导向。

► **中介机构 (金融中介机构)：** 银行、(共同基金类的)投资公司、养老基金、保险公司等。从事期权、期货合约等交易的交易所也可以归为中介结构。举世闻名的交易所：

- ▣ NYSE (New York Stock Exchange, 纽约股票交易所)
- ▣ AMEX (American Stock Exchange, 美国股票交易所)
- ▣ NASDAQ (全国证券交易商自动报价系统协会, NASDAQ Stock Market, 纳斯达克交易所)
- ▣ NYFE (New York Futures Exchange, 纽约期货交易所)
- ▣ CBOT (Chicago Board of Trade, 芝加哥商品交易所)



- ▶ **金融市场：**货币和外汇市场、贵金属市场、包括证券在内的金融工具市场的总称。

金融工具市场

□ 基本（一级）工具

- 银行账户
- 债券
- 股票

□ 衍生（二级）工具

- 期权
- 期货合约
- 权证
- 掉期
- 组合期权
- 价差期权
- 复合期权
-



金融市场的若干基本要素

► 金融市场

- ▣ 货币：可以追溯到“物物交换”的时代，这种相互关系体系至今仍然有效：我们在商品交换中用货币去买我们想要的货品，而出售者又转而用所得到的货币去购买别的物品；与此同时，货币也是服务的支付手段（“流通介质”的功能），它还扮演重要的“价值度量”和“储存手段”的角色。

貧



窮



► 金融市场

▣ 外币：作为他国的货币(其定量取决于汇率等)，它是要求用“外国货币”来实现的国际经济联系的支付手段；它的储备量是国民经济繁荣昌盛的重要指标。经济全球化促成了多个不同国家的货币联盟，承诺一起协调他们的货币和信贷政策已经调节他们之间的汇率关系。

- Bretton-Woods (布雷顿森林) 货币信贷体系：1944年，在美国的新罕布什尔州的布雷顿森林举行了一次国际贸易主要参与者的会议。在此次会议上达成了一个货币体系，其中货币汇率只能在一个非常狭窄的范围内偏离其官方宣布的水平：每边不超过1%。同时，这些评价汇率都是用美元来计算。为了管理这一体系，有关国家建立了国际货币基金组织(International Monetary Foundation, IMF)。1973年后，该体系被浮动货币汇率所取代。
- 1979年3月，“共同市场”(欧洲经济共同体, EEC)的大多数成员国创立了欧洲货币体系。(2.25%内波动)。



► 金融市场

▣ **贵金属：**黄金、白银、白金以及其它贵金属(其中包括铂属元素：铱、铑、钯、钼、钌)，他们在国际货币信贷系统中曾在以前(尤其是在19世纪和20世纪初)起着重要作用，并且至今还在继续起作用。

- 黄金：几乎在整个19世纪和部分20世纪中，在国际货币信贷体系中起着中心作用。金本位纪元开始于1821年，当时正是拿破仑战争结束不久，大英帝国宣称，英镑可兑换为黄金。美利坚合众国紧随其后，宣称美元也可以兑换黄金。从1880到1914年，金本位四处开花，但是一战之后衰落。1971年美国宣布废除以固定价格买卖黄金。
- 黄金在国际货币体系中继续起着重要作用，比如，政府广泛运用黄金储备通过中央银行来偿付外债。
- 国际货币信贷体系发展的三个阶段：金本位、布雷顿森林体系、校正浮动汇率体系。



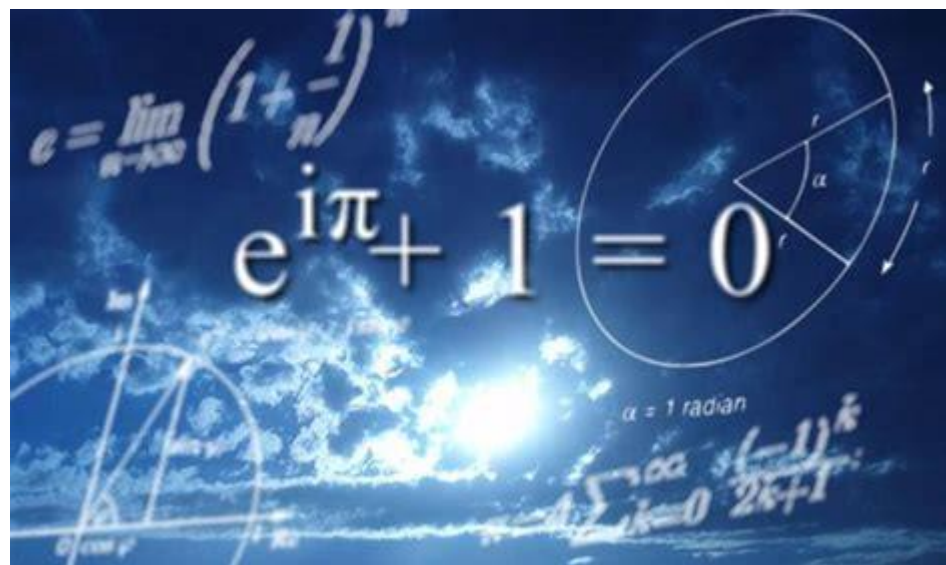
► 金融市场

□ 银行账户：可以看作债券型证券，其本质在于，银行有义务对人们的账户支付确定的利息. 在很多情况下，它是各种证券价格方便的“度量单位”。

- 两种计息的基本方式

- 一年 m 次(单利)

- 连续计算（复利）



► 金融市场

□ **债券：**黄金这是政府或银行、企业、股份公司以及其他金融机构以积累资本为目的所发行的债务契约。

- 主要吸引力在于：对于债券来说，清帐是在预定利率规范基础上支付的，并且确保在规定的时间内偿还全部借款。当然，人们不能确凿地肯定政府债券或公司债券是无风险金融工具，比如，某个濒临破产的公司在支付利息时违约的风险当然总是存在的。在这方面，政府债券比公司债券的风险要小，不过，公司支付的利息要比政府支付的利息高。
- 债券购买者渴望知晓债券发行公司的风险程度，需要查找债券发行金融机构的评级。风险小的公司（即评级较高的公司）支付的利息越少。【标准普尔债券指南】



► 金融市场

● 债券的数值参数

- 面值(par value, face value) $P(T, T)$, 即在到期日向债券所有者支付的总额;
- 到期日 T (债券到期的年份, the year the bond matures), 其中 T 是债券的生命期 (maturity) (对于短期债券的生命期通常是一年或者更短, 对于中期债券是2-10年, 而对于长期债券 $T \geq 10$ 年)
- 债券利率(息票收益率) (bond's interest rate, coupon yield) r_c 决定红利, 它是由债券发行者向债券所有者支付的量, 并等于 “ $r_c \times (\text{面值})$ ”
- 在时刻 $t=0$ 发行的 T 年到期的债券的原始价格 (the original price of bond) $P(0, T)$.
- 市值 $P(t, T)$.
- 当前利率 (the current yield): “年利息” 与 (当前) 市值的比。它使得不同的债券之间有可能进行相互比较
- 到期盈利(用百分比度量) (the yield to maturity) 或盈利率。它能够使人们既考虑利息支付, 又考虑到到期日偿还的 (到余下的有效期的) 盈利, 此给出了另外一个比较不同债券的可能性.



► 金融市场

- 债券种类（各种金融机构为了各种目的而发行的）
 - 公司债券 (corporate bonds) 的发行目的是为发展生产、现代化、支付运营费用等等积累资本。
 - 政府债券 (government bonds) 用于各种政府规划、偿还外债等。在美国，政府债券就是国库券、中期国债、公债 (U.S. Treasury bills, notes, bonds, 短期、中期、长期国债)。它们可通过联邦储备银行或经纪商来购买。
 - 地方债券 (municipal bonds) 可被州政府、市政府等用来支付各种项目 (道路、学校、桥梁等建设)，补充预算等。
- 有关公司债券及特种信息可在很多出版物中找到。
- 关于债券信息的某种方式的表示可能以下列形式来获得：

IBM-JJ15-7% of '01,

表示：该债券是IBM公司发行的，利息在1月15日和7月15日支付，利率为7%，到期日是2001年。



► 金融市场

▣ **股票**：由公司、企业、厂商为增加资本而发行的股份证券。股票基本上分为两种：普通股（common stock）和优先股（preferred stock），持有它们在红利支付和风险程度上都有所不同。

- 普通股的持有者获得红利作为他对公司的利润(收益)份额，其数量取决于公司的经营成果。在公司破产的情形下，投资者丧失其全部投资。
- 优先股的持有者则在失去其全部投资上的风险程度较小；其红利发放是有保证的，尽管一般说来，红利的幅度不会随着公司的利润增加而增加。
- 其它样式的股票，他们涉及参股的份额，发放红利的特殊方式等。
- 许多购买股票的投资者并非是看中红利，而是看中股票价格的波动带来的比别人超前地低买高卖的赚钱机会。



- 尽管个体股民数在增长，个体所持有的实际股份数却在下降，这是因为个体投资者通常不参与证券市场的活动，而是通过“机构投资者”，包括共同基金、养老体系、保险公司、银行等，它们是包括股市在内的证券市场的基本“局中人”。
- 最早的交易所：荷兰的阿姆斯特丹证券交易所（1602年）。其交易对象：股份公司的股票。欧洲：证券交易所处于银行的有力控制之下；美国：证券交易所与银行体系是分开的。
 - NYSE(纽约股票交易所)，成立于1817年。上市要求：税前所得必须2500万美元以上，股份数必须在110万份以上；市值必须1800万美元以上。只有著名的大公司的股票才能在该交易所交易。(3000家左右)
 - AMEX(美国股票交易所)，它是在1842年创建的纽约路边交易所的基础上于1921年形成的。在该所交易的基本上都是中等规模公司的股票。(900家左右)
 - NASDAQ交易所是美国的另一家股票交易的大机构；各种规模的上市公司有4700多家，其中有大公司、中公司、也有迅速发展的小公司。



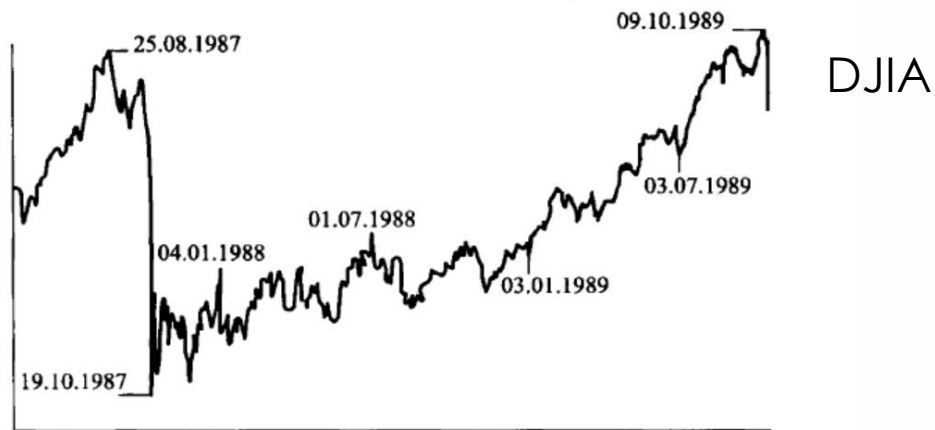
- 对投资者来说，重要的是关于股票交易的公司状况、股票报价及其演变的信息，还有关于整体经济状况、证券市场状况的信息，它们都以某种“综合”指数、“一般化”指数来表达。

- 道琼斯(Dow Jones)平均指数和道琼斯指数。 平均指数包括四种：
 - 道琼斯工业平均指数(Dow Jones Industrial Average, DJIA, 它取自30家工业公司)
 - 道琼斯运输平均指数(Dow Jones Transportation Average, 它取自20家航空、铁路和运输公司)
 - 道琼斯公用事业平均指数(Dow Jones Utility Average, 它取自15家煤气、电力和能源公司)
 - 道琼斯65综合平均指数(Dow Jones 65 Composite Average, 它取自包括在上述三种平均指数在内的65家公司)
- 标准普尔500指数 (Standard & Poor' s 500 Index, S&P500, 400工业公司+20运输+40公用事业+40金融公司)
- NYSE综合指数
- NASDAQ综合指数
- AMEX市值指数



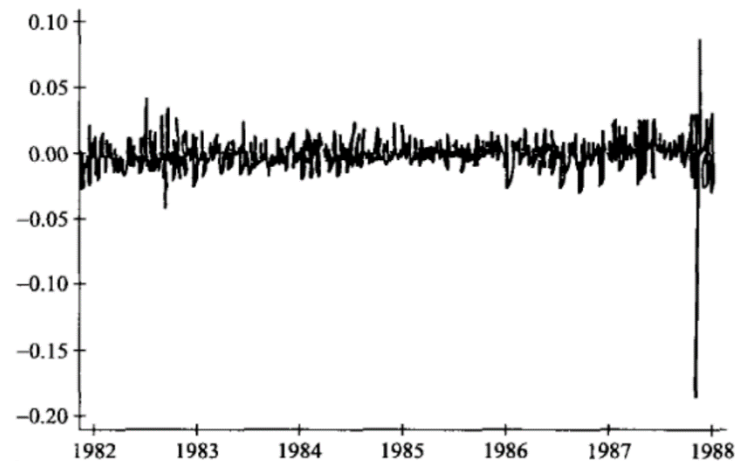
- 价格信息获得:

- 各种出版物
- NASDAQ电子系统(获得5000多家参与OTC交易的公司的股票的买卖价格)
- 路透(Reuter)
- 彭博(Bloomberg)
- Knight Ridder
- Telerate
-



S&P500

其收益



- 对股票价格 ($S = (S_t)$) 的研究:

- Louis Bachelier (1870.03.11-1946.04.28), 博士论文 《投机理论》

The Theory of Speculation (Th éorie de la sp éculation, published 1900).

- 随机微分方程

- 时间序列分析

-



金融市场的若干基本要素

► 衍生证券市场. 金融工具

■ **历史背景：** 金融市场在1960年代以前以非常低的波动率而著称，利率非常稳定，汇率是固定的. 从1934年到1971年，美国奉行以每盎司(=28.25克)35美元的固定价格买卖黄金. 美元被看作黄金的等价物，“贵如黄金”. 尤其是，黄金的真实价格不是由市场力量来决定的，而是以人为的方式来决定的。另一方面，1970年代发了几起导致金融市场结构巨大变化和波动率大为增加的事件：

- 1973年，很多国家放弃固定汇率，转向“浮动汇率”。
- 美元（相对于黄金）的贬值：1971年尼克松政府放弃了1盎司黄金35美元的固定价格。
- 由于石油卡塔尔OPEC的政策而引起的全球石油危机开始成为国际市场上石油价格的基本规律之一。
- 股票销售活动的衰落。
- 世界各国处于不同的紧急状态。

在这样的条件下，传统的“单凭经验的方法(拇指法则, the old “rule of thumb”)”和简单的回归模型开始不能充分反映经济状态，其中包括金融业务.



□ 重要转折点：

- 1973年，建立了第一家有组织的标准期权合约的交易所 CBOE (Chicago Board Options Exchange, 芝加哥期权交易所)，专门从事标准期权合约的交易。开张之日4月26日，出售了911个16种股票的买入期权合约；1年之后，日交易量达到2万多合约；3年之后每日10万；1987年每日70万。
- F. Black and M. Scholes, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities* (期权定价和公司债务)。
- R.C. Merton *The Theory of Rational Option Pricing* (理性期权定价理论)。

这两篇著作在金融资产定价的方法论上引起了彻底革命。



■ **金融衍生产品**：在金融工程师作为工具来运用的衍生证券中，期权合约和期货合约处于最显著的地位. 通常认为，这两者和另外一些衍生证券都有很高的风险；但是与此同时，它们及其各种各样的组合不仅被用来成功地获得(投机)利润，并且也为价格的剧烈变化提供了保护手段。

- **期权** (option)：这是由公司、银行和其它金融机构发行的证券(合约)，它赋以购买者按预定的条件在今后某一个期间或时刻来购买或出售某种确定的有价品(比如，股票、债券、外汇)的**权力**。
- **期货或期货合约** (future)：这是在未来的某个确定的时刻按照在签约时刻承诺的(期货)价格来购买或出售某种确定的有价品(比如，黄金、谷物、外汇)的**承诺义务**。
- **远期合约或远期**也是某种有价品或商品的在未来按照预先约定的(远期)价格来买卖的协议。



期货合约与远期合约之间的区别在于，远期通常是在没有任何中介的双方之间签约的. 期货合约则是在有组织的交易所中签约的，并且交易双方可能互相完全不认识，而由专门的结算系统来处理合约的某个亏本方。

没有中间商赚差价



金融指数动态变化的经典理论

► 若干问题：

- 在不确定条件下金融市场是怎样运作的
- 怎样构成和描述价格，而它又是怎么样随时间动态变化
- 在定价时，应该依靠怎样的概念和理论
- 能否预测价格的未来运动
- 这样那样的金融工具有怎样的风险



► 发展历程：

□ 1920年代是金融理论的萌芽时期，其基本兴趣主要是参与资金的管理和增值问题相联系，而“高等数学”实质上归结为复利的计算。

□ 1920年代以后，发展集中在两个方向：

► 假定(价格、需求、头寸等)完全确定

- I. Fisher (1930). *The Theory of Interests*.
- M. Miller & F. Modigliani (1961). Dividend policy, growth and the evaluation of shares. *Journal of Business*, **34**, 411-433.
- F. Modigliani & M. Miller (1963). The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment. *AER*, **48**, 261-297.
- 考察了个体和厂商的**最优**决策问题。从数学视角来看，它们归结为带约束的多元函数的最大化问题。

► 假定不确定性条件

- H. Markowitz (1952). Portfolio selection, *Journal of Finance*, **7**, 77-91.
- M. G. Kendall (1953). The analysis of economic time-series, Part 1. *JRSS*, **96**, 11-25.



► 证券组合(portfolio)选择理论:

- 基础: Markowitz (1952), 在不确定条件下投资决策最优化问题的. 相应的概率分析就是所谓的**均值-方差分析**(mean-variance analysis), 它揭示了价格之间的**协方差**起着极为重要的作用, 这一协方差在决定所建立的证券组合(选择)的(非系统)风险上是关键要素。使得人们完全意识到构造证券组合时**分散化**思想对于降低非系统风险的作用, 这一作用影响了:

- **CAPM – Capital Asset Pricing Model (资本资产定价模型) 【Sharpe, W., 1964】**

- **APT – Arbitrage Pricing Theory (套利定价理论) 【Ross, S., 1976】**

- 这两种理论阐述了某种证券(比如, 股票)的收益是怎样形成的和由什么确定的; 其中CAPM理论认为它是依赖于该证券所在的“整体市场”的状态; APT理论指出这种收益依赖于怎样的因子, 而在金融定价时应该由怎样的概念出发。
- 简言之, Markowitz理论以及CAPM和APT理论都有关金融市场中的**降低风险**问题。



► 市场价格性态：

- Kendall (1953), 提出**市场上的价格有怎样的性态**，用怎样的随机过程来描述这些价格的动态变化，这一著作的重要性在于其中提出的问题最终导致“**有效市场理论** (Efficient Capital Market Theory, ECM-theory)”的建立。



► 随机游走(random walk)假设和有效市场概念:

□ 1930年代出现了若干研究，其中都进行了各种金融指标的**经验分析**，试图回答一个**根本性**的大问题：**价格、价值等的运动是可预测的吗？**

► Cowles, A. (1933,1944) - 研究股票市场的数据

► Working, H.(1934) - 研究商品价格

► Cowles, A. & Jones, H.(1937)

● 这些著作都包含了丰富的统计资料以及一些有趣的、出乎意外的结论：价格的对数增量是独立的。但是无论是经济学家，还是实务工作者，都没有对这些研究引起应用的重视.原因：一方面，经济学家把价格动态变化的问题看作经济系统中的某种次要(sideshow)的问题；另一方面，当时还没有这样的经济学家有相应的数学背景以及掌握统计技术。在实务方面，理论结果跟实务中流行的见解不一致，实务认为：价格遵循某种节奏、周期、趋向等特征，似乎只要揭示这一切，就有可能给出价格运动预测的基础。

□ 1953年，Kendall开创了金融特征演变研究的现代阶段，而任何这方面的原理性的研究就其实质而已，当时还不存在。

► 出发点：试图揭示股票和商品的价格性态中的**周期性**。通过分析现实的统计数据，他惊奇地发现：**既无节奏、又无趋向，更无周期！**



▣ Kendall (1953) 之后，对金融指标的动态变化更全面的研究以及构造各种概率模型来解释所观察到的诸如波动聚集性那样的可观察效应，人们的兴趣急剧增加。

- Roberts, H. (1959), 直接针对金融业实务的，并且包含有利于**随机游走**的启发性论述。
- 天体物理学家Osborne, M.(1959), “股市中的布朗运动”，表达了对诸如股价那样的现实数据来肯定运用他的物理和统计技巧的愿望，并注意到价格本身并不服从布朗运动，而是价格的对数才遵循(带漂移的)布朗运动！这一思想被随后的Samuelson, P所发展，并在金融理论和实务中引入**几何布朗运动**(或如他所说的，**经济布朗运动**)。
- 价格演变的**随机游走假设**并没有立刻被经济学家们所接受，但是却导致了经典的**理性运作市场（有效市场）**的概念。其中的基本原始目标在于求得捍卫概率论思想应用的

的论证，以及在它的框架内论证随机游走假设以及更一般的鞅假设的自然然而。



► 对“有效性”的理解：

□ 从**直观的视角**来看，这里的“有效性”意味着理性响应新“信息”的市场，其含义在于在市场上：

- ① **随时产生正确的价格**，它们的建立看来是在“均衡”状态之下而变为“公平”的，并且不为市场参与者留下套利机会的空间，即不能通过价格差来获得利润。
- ② 市场的参与者(交易者、投资者等)一致地解释所接受的信息，同时基于信息的更新随时校正自己的决策。
- ③ 市场参与者在确立其目标是一致的，他们的运作带有“集体理性”的特征。

□ 从**形式的视角**来看，有效性的概念应该根据所面临的**市场**及其参与者的特征与**信息**之间的关系和相互依存上来考察. 通常要区分下列三种接受信息的形式：

- ① 包含在过去价格值中的信息；
- ② 不仅包含在过去的价格值中、并且也包含在可公开获取的来源(报纸、公告、电视等)中的信息；
- ③ 所有可能发生的信息.



► 评论

32





清华大学

Tsinghua University

统计学研究中心

CENTER FOR STATISTICAL SCIENCE

33



欢迎关注“水木数据派”



清华大学统计学研究中心