## 於是

1.纠错: Z[N-3]是不满足分解唯一性,不是一个UFD 课上说: A={a+b,\( \sigma\),\( \alpha\),\( \beta\),\( \bet 这个集合写法有误。应该是

 $A = \{\frac{1}{2}(a+b\sqrt{3}) \mid a,b$ 同奇偈 \ =  $\{x+y, \frac{1+\sqrt{3}}{2} \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$ 

我们后面将展示它是欧氏环,因而是UFD.

2. 设尺是一个整区, 如下条件:

 $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $\alpha \neq \emptyset$ , 则众可以写成有限个不可约记 乘积

设(a,) ⊆(a₂) ⊆···⊆(a<sub>k</sub>) ⊆···是一个升键, a,,…,a<sub>k</sub>,… ∈R 则目 $n \in \mathbb{N}$ ,  $(a_n) = (a_{n+1}) = \cdots$  这称为主理想升链条件

(ACCP)

 $a_1 = a_z a_{z'}$  [1]  $(a_1) \subseteq (a_z)$ 因为若a=a,a, 则(a) ⊆(a,)

有些整区不满足这个条件,例  $\mathbb{Z}+\times \mathbb{Q}[x]=\{f(x)|f(x)\in \mathbb{Q}[x]$ f(x)的常数项为整数  $f(x) \subset (\frac{x}{2})$  但  $(\frac{x}{2})$  生 (x)

🕳 由 扫描全能王 扫描创建

3. 有同学问:在UFD讨论中只涉及乘法和消去律,能否直接在公半群(含消去律)上讨论唯一分解性. 这是可以的.

即设 M是一个幺半群有消去律,则 M是一个唯一分解半群  $\forall x \in M$ ,  $x \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ,  $x = a_1 a_2 \cdots a_r = b_1 \cdots b_s$ ,则  $f \in A$ ,  $f \in A$   $f \in A$ 

一个整区中尺是唯一分解整环⇔尺\*=尺\{0}是唯一分解 半群.

Ref. R.E. Johnson, Proceedings of the American Math. Society Vol. 28, No. 2. Page 397-404.

4. 有同学问: Q[x,y] 是否UFD? (x²+y²-1)

我不太确定这个 否UFD,这里x可 是不可约的,哪 学能给出肯定或 的答案?大家忽 个解答-4.

它不是UFD, 因为 元2=(\$1-4)(1+4)

但是<u>C(x,y)</u>是UFD.

因为令双以=x+iy, V=x-iy.

$$\frac{C(x,y)}{(x^2+y^2-1)} = \frac{C(u,v)}{(uv-1)} = C(u,\frac{1}{u})$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}$$

局部化(在证=0),也是UFD.

一般地,多项式环的简环的唯一分解性依赖于域是否 代数的域,很难判断是否UFD。

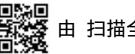
5. 最大公园子和最小公倍式

设R整区, a,b∈R

l.c.m(a,b)存在⇔∀r≠0∈R, g.c.d(ra,rb)存在 证明:">" 没 lcm(a,b)=m, a|ab,b|ab>m|ab,全ab = mx  $x = \frac{ab}{m}$   $a = x \cdot \frac{m}{b} b = x \cdot \frac{m}{a} \Rightarrow x | a, x | b$ => repart YeER, Iela, elb Meblab, ealab,

elcm(ea,eb) = e.lcm(a,b) => em |ab => e/x 因此  $\chi = g(d(a,b))$  反之 "=" 没 g(d(a,b) = d, dla, dlb = d)rd/ra, rb => rd/gcd(ra, rb) VSER, s/ra, s/rb DJsb/rab

Sa|rab,  $lem(l, lem(a, b) = \frac{ab}{gcd(a, b)}$  (省略-些细节)



🕳 由 扫描全能王 扫描创建