一(20 分). 设过程 $X(t)=V_0(-1)^{N(t)},\quad t\ge 0$，其中 $V_0 \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}$，$\{N(t), t\ge 0\}$是强度为 λ 的泊松过程，且两过程独立.

(1) 问此过程是否平稳过程？是否期望遍历？说明理由.

(2) 给出此过程的一维 ***df*** 族并计算过程谱密度 $S_X(\omega)$.

二(20 分) 设齐次马氏链的 **E={1,2,3,4}**，其一步转移概率矩阵为

$$P=\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

(1) 写出 **E** 与 **T** 都离散时马氏链的 **C-K** 方程，并计算此链首达状态 **4** 的条件概率 $f_{12}^{(2)}$ 及两步转移概率 $p_{12}^{(2)}$ ；

(2) 给出此链的状态空间分解及各子集的常返性及遍历性。此链（含所有基本常返闭集）平稳分布如存在，求出它；如不存在，请说明理由。

三(20 分) (1) 利用“正态性的均方极限不变性”定理，直接证明正态性的均方导数不变性：设 X_T 为正态过程，且（均方）导过程 $\dot{X}_T$ 存在，则 $\dot{X}_T$ 也是正态过程。

(2) 设有随机干扰过程 $\varepsilon(t)=\sigma B(t)+\mu t,\quad t\ge 0$，其中 $\sigma^2>0$, { $B(t)$ }为标准 **BM.** 将此干扰过程通过均方可积

系统的输出过程 $X(t)=\int_0^t \varepsilon(s)\,ds,\ t\ge 0$ 是否正态过程？

说明理由，并且给出输出过程的相关函数

四(**20 分)、(1) 求时序模型** $W_t=a_t-0.1a_{t-1}-0.3a_{t-2}$ **的自相关函数，写出它的谱密度；**

(2) 输入此时序到阻容耦合电路系统，得到输出随机电压 *Y*(*t*)，即有如下随机微分系统

$\mathrm{RC}\dfrac{dY(t)}{dt}+Y(t)=W(t)$ **（其中 R、C 分别电阻和电容，都是正常数）**

求输出过程的谱密度.

五(**20 分)、设** $B_t,\ t\ge 0$ **是零初值、标准布朗运动过程，.**

(1) 过程 $X_t:=\sigma B_t+\mu t,\ t\ge 0$ ，$\sigma>0$**，请写出其转移密度。此过程是否 MP？说明理由；**

(2) 计算 $P(\min\limits_{0\le s\le t} B_t\ge -2)$