第五章：8题

- $\varepsilon(G)=36$;$\Delta = 15$
- 每周需安排15节课.
- 若每周5天课，则每天3节课.

	y1	y2	y3	y4
X1	3	2	3	3
X2	1	3	6	0
X3	5	0	5	5

- 若每天8节课，则每周5*8=40节课；

$\left\lfloor \frac{\varepsilon}{40} \right\rfloor = 0$，$\left\{ \frac{\varepsilon}{40} \right\}$ =1，即每天8节课，需要1间教室.

第五章：11题

- 设G中顶点u满足：$\Delta(G) = d(u)$。
- K_2两个顶点为v_1, v_2。
- $\Delta(G * K_2) = d(uv_1) = d(uv_2)$。
- 在$G * K_2$中与uv_1相邻的点有（1）uv_2，（2）在G中与u相邻的点与v_1相乘后的点，（3）在G中与u相邻的点与v_2相乘后的点。
- 则： $\Delta(G * K_2) = d(uv_1) = 2d(u) + 1$
- 则：$\chi'(G * K_2) \geq \Delta(G * K_2) = 2d(u) + 1$

第五章：11题

- 由定理知：$\chi'(G) = \Delta(G)$ 或 $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$
- (1) 当 $\chi'(G) = \Delta(G)$ 时：
- u_iv_j与u_kv_j仍然使用G中u_i与u_k的最佳着色， u_iv_1与u_iv_2之间采用新的一种颜色着色， u_iv_1与u_kv_2使用新一种$\Delta(G)$着色。
- 则： $\chi'(G * K_2) \le 2d(u) + 1$

第五章：11题

- 由定理知：$\chi'(G) = \Delta(G)$ 或 $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$
- (2) 当 $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$ 时：
- u_iv_j与u_kv_j仍然使用G中u_i与u_k的最佳着色，一共为$\Delta(G)$ 种， u_iv_1与u_iv_2之间采用$\chi'(G)$中与u_i无关的1种颜色。 u_iv_1与u_kv_2使用新一种$\Delta(G)$着色。
- 则： $\chi'(G * K_2) \leq 2d(u) + 1$
- 由(1)(2)：$\chi'(G * K_2) \leq 2d(u) + 1$
- 以及：$\chi'(G * K_2) \geq \Delta(G * K_2) = 2d(u) + 1$
- 得： $\chi'(G * K_2) = 2d(u) + 1 = \Delta(G * K_2)$

第五章：12题

- 将单图的顶点按照度数由大到小排序.
- 按照由大到小的顺序，依次给不相邻的顶着相同颜色.
- 重复2直到循环结束.
- 若颜色数小于$\Delta+1$，做适当调整.

- 言之有理即可

第五章：16题

- 解：将G的顶点按度下降的顺序排列，记为$v_1, v_2, \dots, v_v$，不同颜色用不同大小的色号表示。

从v_1开始依次给顶点着色，第i次着色时，用v_i的邻点尚未使用的颜色中色号最小的颜色对v_i着色。由于对v_i着色时，下标比i大的顶点尚未着色，而下标比i小的顶点中与i相邻的顶点数不超过$\min_i\{d_i, i-1\}$个。

所以已使用的颜色数不超过$\min_i\{d_i, i-1\}$，所以v_i着色的色号不会超过$\min_i\{d_i, i-1\}$+1。

所以将G全部着色的颜色数不超过$max(\min_i\{d_i, i-1\}+1)$。

所以$\chi(G) \le \max(\min\{d_i, i-1\}+1) = \max_i \min\{d_i+1, i\}$。

第五章：18题

- 利用16题结论: $\chi(G) \leq \max(i) \min\{d_i+1, i\}$
- 存在k、k'，使得:
- $k \geq \chi(G)$，$d_k(G)+1 \geq \chi(G)$
- $K' \geq \chi(G^c)$，$d_{k'}(G^c)+1 \geq \chi(G^c)$

- (1)当$k+k' \geq v+1$时 $(v=|v|)$
- 因为G中第k个顶点次数和G^c中第$v-k+1$个顶点次数之和为$v-1$.
- 所以 $v-1= d_k(G)+ d_{v-k+1}(G^c)$

第五章：18题

- 因为$k+k' \geq v+1$ ==> $k' \geq v-k+1$:
- $v-1 = d_k(G) + d_{v-k+1}(G^c)$
- $\quad\quad \geq d_k(G) + d_{k'}(G^c)$
- $\quad\quad \geq \chi(G)-1 + \chi(G^c)-1$
- 则 $v+1 \geq \chi(G) + \chi(G^c)$

- (2)当$k+k' < v+1$ 时
- $v+1 = k+(v-k+1) \geq k+k' \geq \chi(G) + \chi(G^c)$
- 综合(1)(2),可得$v+1 \geq \chi(G) + \chi(G^c)$ 得证。

第五章：32题

$\alpha(k$维立方体$) = 2^{k-1}$

β (k维立方体$) = 2^{k-1}$

思路：用数学归纳法证明

第五章：33题

证明：

充分性：

G是二分图，它的任一子图H也是二分图，

设$V(H)=X\cup Y$，且$X\cap Y=\emptyset$，

则$\alpha(H)\geq \max(|X|,|Y|)\geq \frac{1}{2}|V(H)|$

必要性：

反证：假设G不是二分图，则图中有奇圈C，

取H=C，则$\alpha(H)=\frac{1}{2}(|V(H)|-1)<\frac{1}{2}|V(H)|$，

与G的任一子图H，$\alpha(H)\geq \frac{1}{2}|V(H)|$矛盾，

所以G是二分图。