1 Gruppér og isoler

Givet differentialligningen:

$$c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x,t), \quad x \in (0,\ell), \quad t > 0 \;, \tag{1}$$

indsættes approksimationerne (2) og (3) på hver side af lighedstegnet:

$$\frac{u(x_{i+1},t_j) - 2u(x_i,t_j) + u(x_{i-1},t_j)}{h^2} \approx \frac{u(x_i,t_{j+1}) - 2u(x_i,t_j) + u(x_i,t_{j-1})}{k^2}$$

Med grupperinger ser ligningen nu således ud:

$$\frac{a-b+c}{h^2} = \frac{d-b+e}{k^2}$$

hvor b er en gruppering der fremstår på hver side af lighedstegnet, og hvor målet er, at få isoleret d.
Efter isolation af gruppen d, har vi følgende ligning:

$$h \neq 0 \ \text{ and } \ d = \frac{c^2\, k^2\, (a+c) + b\left(h^2 - c^2\, k^2\right) - e\, h^2}{h^2} \ \text{ and } \ k \neq 0$$

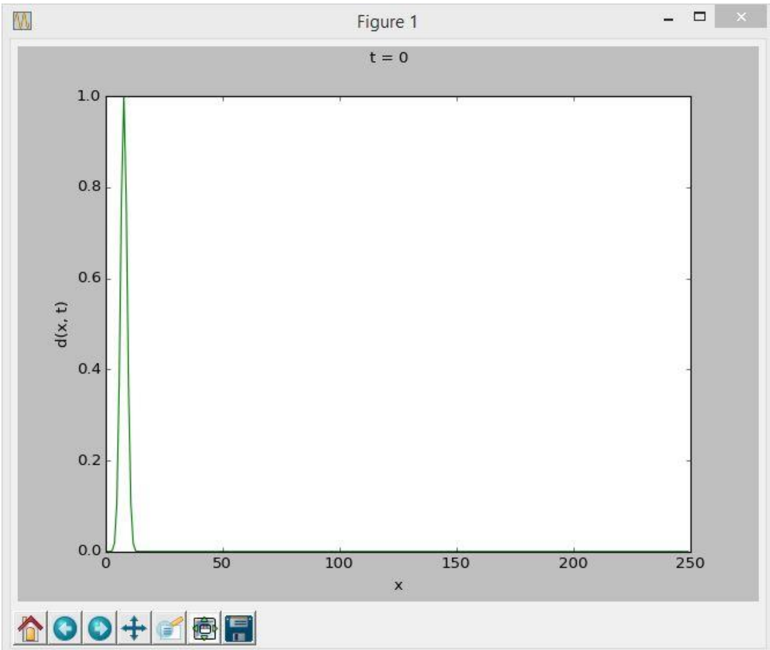
2 Implementér

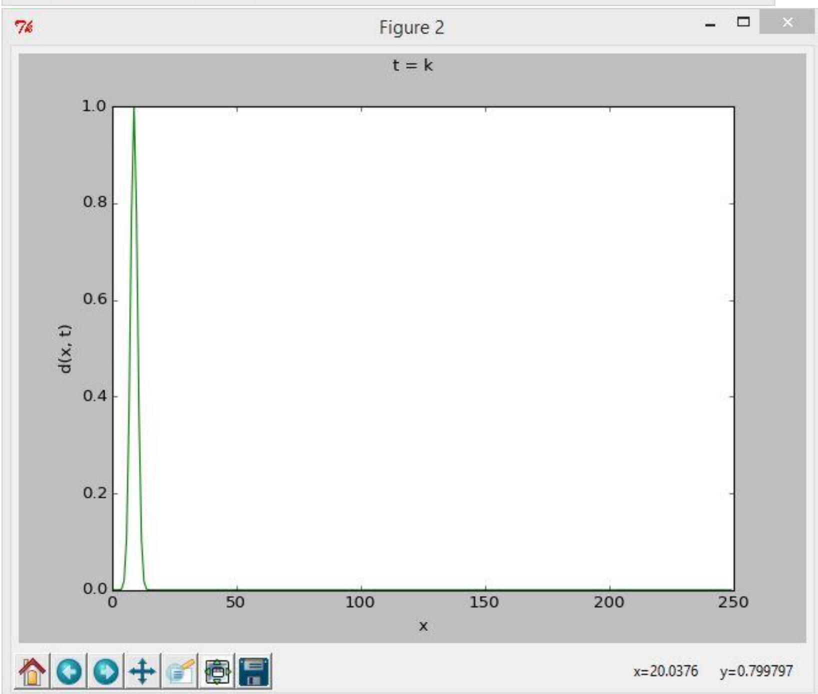
Bemærk vedlagte pythonfil, reines.larsen.49.

Vi har defineret hver gruppering for sig, og vores *main* funktion udregner bølgen med forskellige værdier og på forskellige tidspunkter I forløbet.

3 Beregninger

Billederne for t = 0 og t = k var ligetil at producere:





Billederne for halvejs og ved slut er fundet ved at undersøge for hvilken t, d(x,t) = 125 | 250

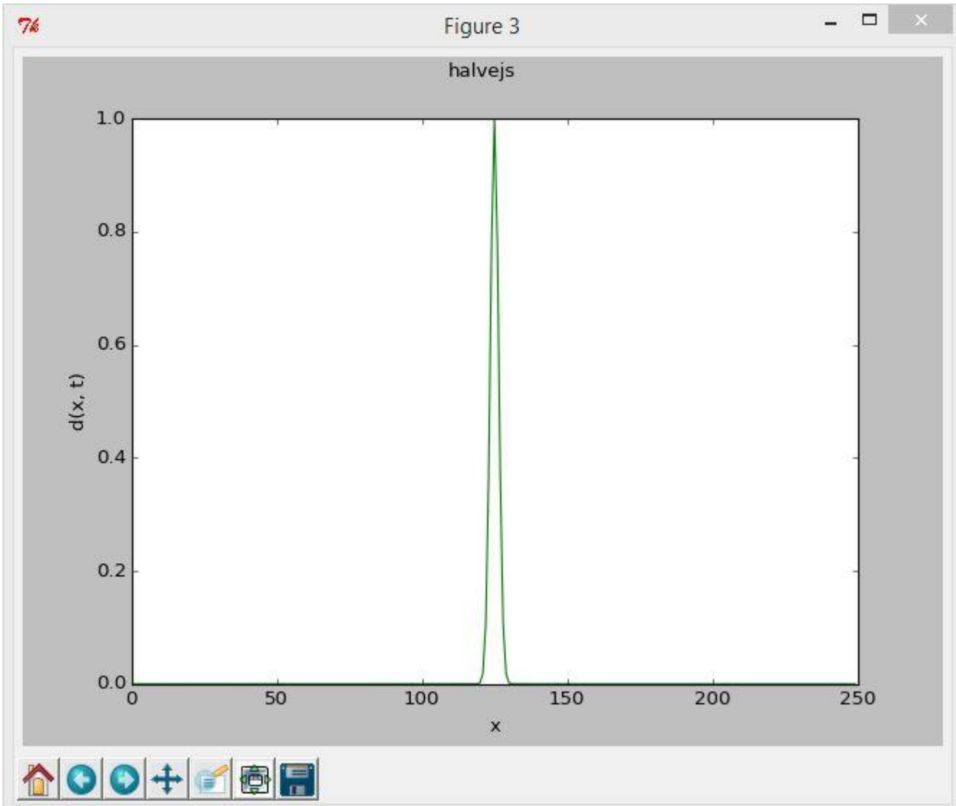


Figure 3
halvejs
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
d(x, t)
0
50
100
150
200
250
x

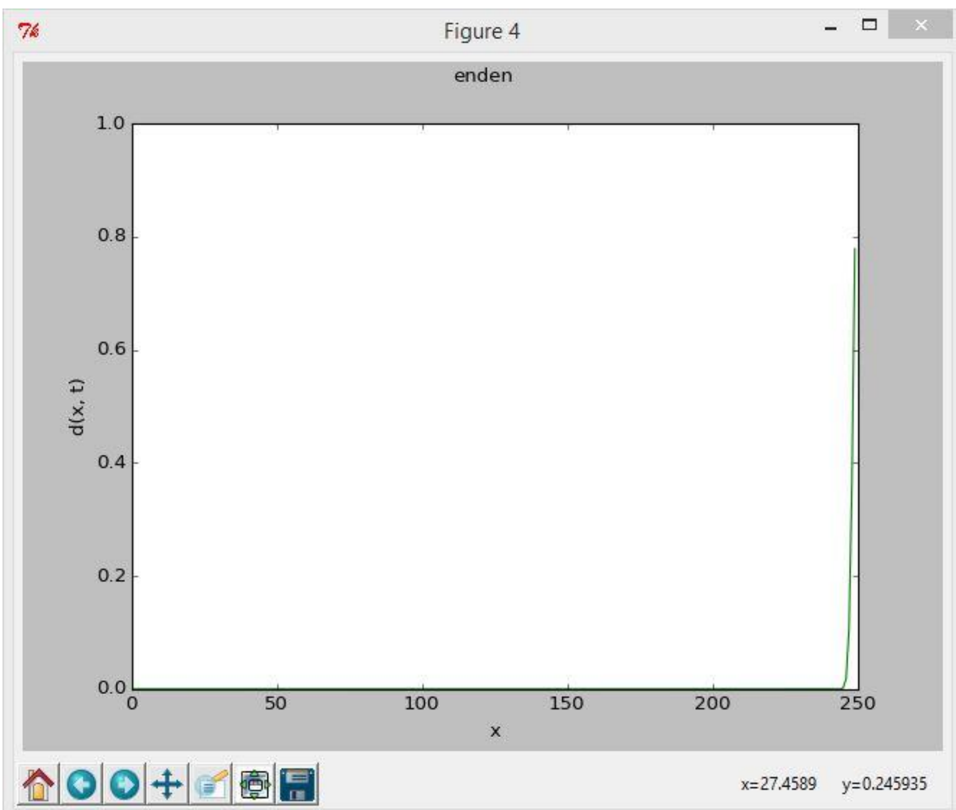


Figure 4
enden
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
d(x, t)
0
50
100
150
200
250
x
x=27.4589 y=0.245935

Når *h* halveres fordobles hastigheden/køretiden. Forøges *h*, sker det omvendte. Man kan tænke det som præcisionen af bølgen - altså skridtstørrelsen ad x-aksen og derved mængden af punkter per iteration.

Når *k* forøges udregner vi færre bølgetrin. Man kan betragte *k* som bølgens præcision I tid. Hvis *k* == 10, udregner vi en bølge per 10'ende tidsskridt.