

V64

Interferometrie

| | |
|--|--|
| Toby Teasdale | Erich Wagner |
| toby.teasdale@tu-dortmund.de | erich.wagner@tu-dortmund.de |

| | |
|------------------------|------------------|
| Durchführung: 12.04.23 | Abgabe: 14.04.23 |
|------------------------|------------------|

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Ziel | 3 |
| 2 | Theorie | 3 |
| 2.1 | Polarisation, Interferenz und Kohärenz | 3 |
| 2.2 | Das Sagnac-Interferometer | 4 |
| 2.3 | Kontrast | 4 |
| 2.4 | Brechungsindizes | 5 |
| 3 | Durchführung | 6 |
| 4 | Fehlerrechnung | 7 |
| 5 | Auswertung | 7 |
| 5.1 | Kontrast | 7 |
| 5.2 | Brechungsindex Glas | 9 |
| 5.3 | Brechungsindex Luft | 9 |
| 6 | Diskussion | 11 |
| | Literatur | 12 |

1 Ziel

Das Ziel des Versuchs „Interferometrie“ ist, die Brechungsindizes von Luft und Glas durch Interferometrie zu bestimmen und sich mit der Justage des Interferometers zu beschäftigen. Als Interferometer wird dabei ein Sagnac-Interferometer benutzt. Dabei handelt es sich wie bei einem Michelson-Interferometer um ein Amplituden-Interferometer. Schließlich wird eine Kontrastmessung durchgeführt.

2 Theorie

Zunächst wird allgemein auf das Phänomen der Interferenz und Polarisation von Wellen eingegangen. Danach wird der grundlegende Aufbau eines Sagnac-Interferometers erklärt. Außerdem wird auf den Kontrast und den Brechungsindex eingegangen.

2.1 Polarisation, Interferenz und Kohärenz

Seit der Elektrodynamik ist bekannt, dass Licht als eine elektromagnetische Welle beschrieben werden kann. Die Wellendynamik beschreibt, wie beispielsweise im Fall von Wasserwellen, dass diese sich überlagern und so auch auslöschen können. Damit können prinzipiell auch Lichtwellen miteinander interferieren und sich auslöschen. Dafür muss das Licht aber einige Eigenschaften erfüllen, wie in etwa die **Kohärenz**. Kohärentes Licht beschreibt Licht mit fester Frequenz, Phase und Ausbreitungsrichtung und kann mithilfe von Lasern erzeugt werden. Nun ist bei verschiedenen physikalischen Prozessen auch die sogenannte **Polarisation** wichtig. Eine polarisierte Welle ist in Abbildung 1 dargestellt. Sind zwei polarisierte Wellen überlagert, interferieren diese nur dann, wenn sie auch in der selben Ebene polarisiert sind.

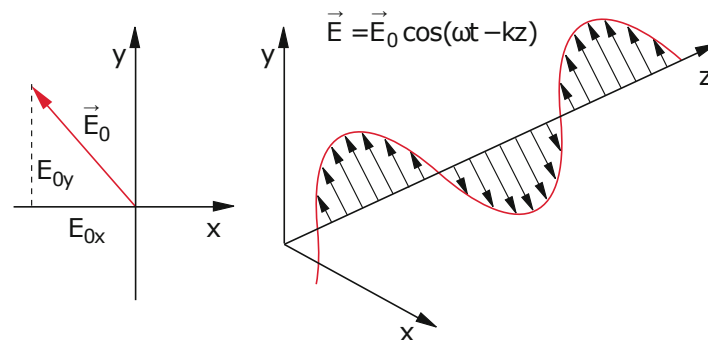


Abbildung 1: Eine linear polarisierte Welle [1].

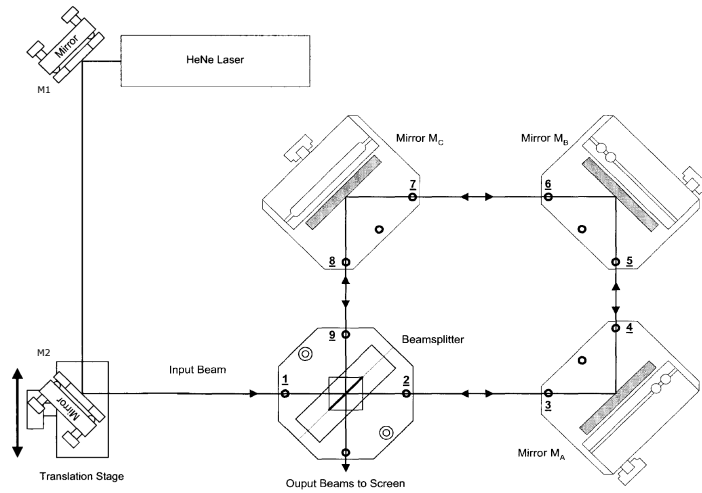


Abbildung 2: Schematischer Aufbau eines Sagnac-Interferometers[7].

2.2 Das Sagnac-Interferometer

In Abbildung 2 ist der grundlegende Aufbau eines Sagnac-Interferometers schematisch abgebildet. Dieser besteht aus insgesamt 6 Spiegeln. Dabei sind die Spiegel zur Strahljustierung vorgesehen. M2 wird auch genutzt, um die beiden Strahlen voneinander zu trennen. Dies geschieht dadurch, dass das Licht aus dem Helium-Neon-Laser so auf den PBSC (Polarizing-Beam-Splitter-Cube) gelenkt wird, dass der Strahl nicht mittig auftrifft. Durch diese Verschiebung laufen die Strahlen zwar am Ende wieder (bei justierten Spiegeln) ineinander zusammen, lassen sich jedoch getrennt voneinander manipulieren, beispielsweise durch ein Glasplättchen. Nachdem die Strahlen wieder zusammengeführt wurden, werden sie schließlich durch ein um 45° gedrehten PBSC wieder getrennt, polarisiert und auf zwei verschiedene Photodioden gelenkt. Dies passiert zu Gunsten der sogenannten Differenzspannungsmethode. Bei Anwendung dieser Methode liegt der Vorteil darin, dass hinterher die beiden Signale voneinander abgezogen werden und somit äußere Störfaktoren wie Restlicht im Laborraum systematisch herausgerechnet werden können. Unter anderem durch diese Methode ist das Sagnac-Interferometer nicht so störungsempfindlich wie andere Interferometer.

2.3 Kontrast

Als Kontrast (oder Sichtbarkeit) eines Interferometers wird die Beziehung

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1)$$

bezeichnet. Offensichtlich gilt also für den Kontrast: $K \in [0, 1]$. Anschaulich beschreibt K wie klar das Interferenzbild ist, bei einem Kontrast von 0 wäre beispielsweise kein Interferenzbild messbar.

Für die Intensitätsmaxima/- und minima gilt die Beziehung [7]

$$I_{\max/\min} \propto I_{\text{Laser}} [1 \pm 2 \cos(\Phi) \sin(\Phi)] ,$$

aus der sich wiederum mit Gleichung 1 die Gleichung

$$K = K(\Phi) \propto \left| \frac{[1 + 2 \cos(\Phi) \sin(\Phi)] - [1 - 2 \cos(\Phi) \sin(\Phi)]}{[1 + 2 \cos(\Phi) \sin(\Phi)] + [1 - 2 \cos(\Phi) \sin(\Phi)]} \right| \quad (2)$$

$$= |2 \cos(\Phi) \sin(\Phi)| = |\sin(2\Phi)| \quad (3)$$

ergibt. Hieraus ist auch sofort ersichtlich, dass der Kontrast bei ungefähr 45° am höchsten sein dürfte, wenn alle anderen Einflüsse optimiert sind.

2.4 Brechungsindizes

Der Brechungsindex eines Mediums ist eine intrinsische Eigenschaft eines Materials. Diese sind auch mit einem Interferometer bestimmbar. Es ist bekannt, dass ein Medium mit $n_{\text{Medium}} > 1$ die Geschwindigkeit von eintretendem Licht verringert. Dies lässt sich durch die Gleichung

$$v_{\text{Medium}} = \frac{c}{n}$$

beschreiben. Wird also ein Lichtstrahl durch ein Medium gelenkt, dabei reicht bereits eine geringe Strecke aus, erfährt dieser Lichtstrahl im Gegensatz zu einem anderen Lichtstrahl der selben Quelle eine Phasenverschiebung. Dies lässt sich in Interferometern ausnutzen, um den Brechungsindex eines Mediums zu bestimmen. Für die Phasenverschiebung in Luft gilt die Beziehung [7]

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} \Delta n \cdot L , \quad (4)$$

dabei ist L die Länge der durchquerten evakuierten Zelle. Wird nun die Beziehung der gezählten Intensitätsmaxima

$$M = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \quad (5)$$

in Gleichung 4 eingesetzt, lässt sich dieser durch die Gleichung

$$\begin{aligned} \Delta n &= n_{\text{Luft}} - n_{\text{Vak}} = \frac{M \cdot \lambda_{\text{vac}}}{L} \\ n_{\text{Luft}} &= \frac{M \cdot \lambda_{\text{vac}}}{L} + 1 \end{aligned} \quad (6)$$

bestimmen. Nun kann mithilfe des Lorentz-Lorenz Gesetzes der Brechungsindex unter Normalbedingungen berechnet werden. Das Lorentz-Lorenz-Gesetz lautet

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ap}{RT},$$

wobei A die Refraktivität beschreibt und R die allgemeine Gaskonstante. Da der Brechungsindex ungefähr bei 1 liegen sollte, lässt sich eine Taylorentwicklung durchführen. Es ergibt sich

$$n(p) \approx \frac{2(n - 1)}{3} ,$$

woraus sich dann

$$n(T, p) \approx \frac{3Ap}{2RT} + 1 \quad (7)$$

ergibt.

In diesem Experiment wird auch durch zwei verkippte Glasplättchen der Brechungsindex von Glas bestimmt. Für den Brechungsindex in Glas gilt allgemein [7]

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} T \left(\frac{n-1}{2n} \Delta\theta^2 + O(\Delta\theta^4) \right) . \quad (8)$$

Diese Gleichung muss zunächst modifiziert werden, da 2 Glasplättchen verbaut sind und dazu um $\Theta_0 = \pm 10^\circ$ verkippt sind. Damit wird aus Gleichung 8 die Gleichung in führender Ordnung

$$\Delta\phi = \frac{\pi \cdot (n-1)T}{\lambda \cdot n} ((\theta + 10^\circ)^2 - (\theta - 10^\circ)^2) , \quad (9)$$

was mit Gleichung 5 auf die Gleichung

$$M = \frac{n-1}{\lambda \cdot n} \cdot 2\theta \cdot |\theta_0|$$

und somit auf

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\lambda M}{2\theta \cdot |\theta_0| T}} \quad (10)$$

führt.

3 Durchführung

Als Lichtquelle wird ein Helium-Neon-Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda = 628.8\text{nm}$ Zunächst werden die Spiegel in dem Aufbau von Abbildung 2 so ausgerichtet, dass die Strahlen, die durch den PBSC getrennt worden sind, durch den PBSC laufen und wieder zusammengeführt werden. Dafür lassen sich die Spiegel an verschiedenen Stellen jeweils in horizontaler und vertikaler Richtung justieren. Der genaue Prozess der Justierung ist in der Versuchsanleitung [7] beschrieben und wird hier nicht wiederholt.

Nach der Justierung wird nun eine Kontrastmessung durchgeführt. Zwischen dem Spiegel M2 und dem PBSC in Abbildung 2 ist eine Polarisations Scheibe eingestellt. Für diese wird im Bereich $[30^\circ, 60^\circ]$ in 2.5er Schritten erhöht. Hiernach wird bestimmt, unter welchem Winkel der maximale Kontrast vorzufinden ist. Dafür wird zwischen den Stellen 8 und 9 in Abbildung 2 ein Glasplättchen eingesetzt und gedreht. Die maximale und minimale Spannung, die durch ein angeschlossenes Multimeter erfasst werden, werden notiert. Der Kontrast wird dann sofort berechnet und die Polarisations Scheibe wird so eingestellt, dass der Kontrast maximal ist.

Im Anschluss wird die Messung des Brechungsindex von Glas durchgeführt. Dies geschieht durch die Differenzspannungsmethode. Dabei werden die beiden Dioden an ein Zähler angeschlossen, der die Maxima zählt. Die Maxima entstehen dann dadurch, dass an dem Glasplättchen in einem Bereich von $[0^\circ, 11^\circ]$ gedreht wird. Die Zählrate wird notiert und die Messung wird 10 mal wiederholt.

Anschließend wird eine Messung für den Brechungsindex von Luft durchgeführt. Dafür wird eine Luftzelle zwischen Position 2 und 3 eingebaut und evakuiert. Anschließend wird in etwa 50 mbar Schritten Luft wieder in die Luftzelle zurückgelassen. Die Maxima werden wieder gezählt und notiert. Bei Atmosphärendruck angelangt wird die Messung wiederholt. Insgesamt werden 3 Messungen durchgeführt.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (11)$$

$$\text{Standardabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (12)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (13)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortpflanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (14)$$

5 Auswertung

5.1 Kontrast

Zunächst wird der Kontrast berechnet. Die entsprechenden Messwerte finden sich in Tabelle 1. Nun lässt sich mit Gleichung 1 der Kontrast berechnen. Dabei wird die Intensität gleichgesetzt mit der Spannung. Die Ergebnisse finden sich in der rechten Spalte von Tabelle 1. Als Fit wird die Funktion

$$f(x) = A \cdot \sin(2x - \delta)$$

angenommen. Dies ist wegen der Proportionalität aus Gleichung 2 gerechtfertigt. Der Fit ist in Abbildung 3 zu sehen. Für die Variablen ergibt sich $\delta = 0.0877 \pm 0.038$ und $A = 0.8 \pm 0.0085$. Hieraus ergibt sich das theoretische Maximum von $K = 0.8$ bei einem Winkel von 47.69° .

Tabelle 1: Messwerte zum Kontrast.

| Winkel in ° | U_max | U_min | Kontrast |
|-------------|-------|-------|----------|
| 35,0 | 0,65 | 0,105 | 0,722 |
| 37,5 | 0,65 | 0,102 | 0,729 |
| 40,0 | 0,64 | 0,085 | 0,766 |
| 42,5 | 0,69 | 0,080 | 0,792 |
| 45,0 | 0,70 | 0,080 | 0,795 |
| 47,5 | 0,72 | 0,070 | 0,823 |
| 50,0 | 0,77 | 0,070 | 0,833 |
| 52,5 | 0,74 | 0,110 | 0,741 |
| 55,0 | 0,77 | 0,120 | 0,730 |
| 57,5 | 0,82 | 0,120 | 0,745 |
| 60,0 | 0,89 | 0,130 | 0,745 |

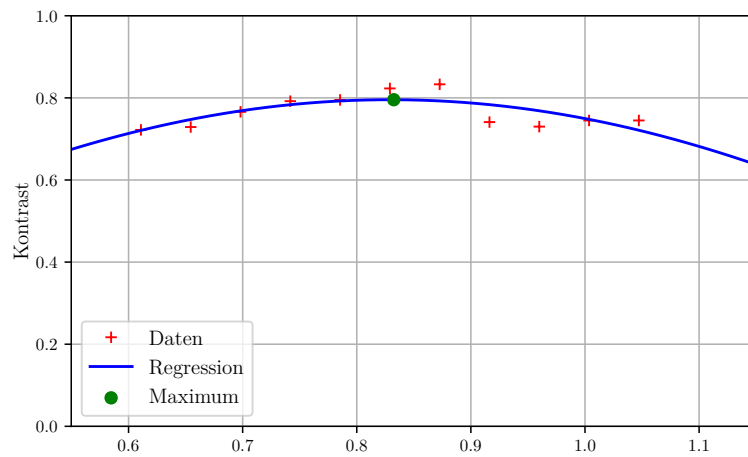


Abbildung 3: Fit der Theoriekurve an die Messdaten.

5.2 Brechungsindex Glas

Nun wird der Brechungsindex von Glas bei einer Rotation von 11° und einer Dicke von $T = 1\text{mm}$ berechnet. Die Messdaten sind in Tabelle 2 zu finden. Mithilfe von Formel Gleichung 4 lässt sich nun der Brechungsindex bestimmen. Auch diese Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu finden.

Tabelle 2: Messwerte zum Brechungsindex von Glas

| Maxima | Brechungsindex |
|------------|-------------------|
| 37.0 | 1.536982 |
| 38.0 | 1.559616 |
| 36.0 | 1.514995 |
| 38.0 | 1.559616 |
| 38.0 | 1.559616 |
| 38.0 | 1.559616 |
| 36.0 | 1.514995 |
| 35.0 | 1.493628 |
| 34.0 | 1.472855 |
| Mittelwert | 1.530 ± 0.031 |

5.3 Brechungsindex Luft

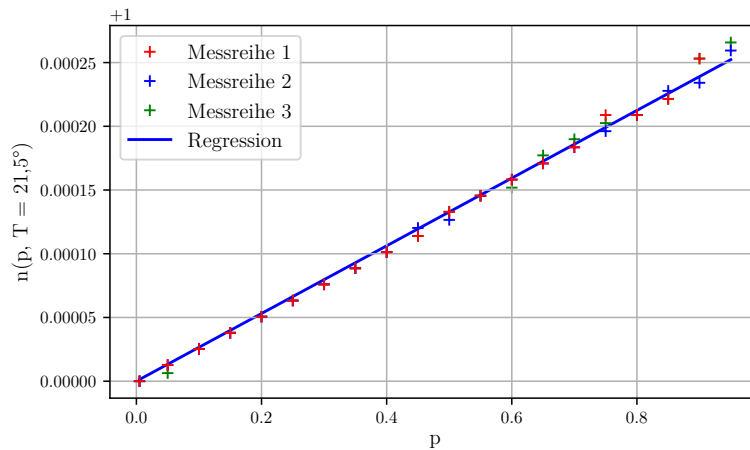


Abbildung 4: Lineare Regression an die Brechungsindizes.

Die Messdaten der drei Messreihen sind in Tabelle 3 zu finden. Zum Zeitpunkt der Messung betrug der Atmosphärendruck 950mbar und die Raumtemperatur $T = 21.5^\circ$. Aus den Maxima wird nun mithilfe Gleichung 6 der dazugehörige Brechungsindex berechnet. Diese sind in Tabelle 4 eingetragen und außerdem in Abbildung 4 aufgetragen. Nun wird mithilfe des Lorentz-Lorenz-Gesetzes, siehe Gleichung 7, ein Fit durchgeführt. Das Gesetz wird

Tabelle 3: Messwerte zum Brechungsindex von Luft

| p / bar | Maxima: Versuch 1 | Versuch 2 | Versuch 3 |
|---------|-------------------|-----------|-----------|
| 0.005 | 0 | 0 | 0 |
| 0.050 | 2 | 2 | 1 |
| 0.100 | 4 | 4 | 4 |
| 0.150 | 6 | 6 | 6 |
| 0.200 | 8 | 8 | 8 |
| 0.250 | 10 | 10 | 10 |
| 0.300 | 12 | 12 | 12 |
| 0.350 | 14 | 14 | 14 |
| 0.400 | 16 | 16 | 16 |
| 0.450 | 18 | 19 | 18 |
| 0.500 | 21 | 20 | 21 |
| 0.550 | 23 | 23 | 23 |
| 0.600 | 25 | 25 | 24 |
| 0.650 | 27 | 27 | 28 |
| 0.700 | 29 | 29 | 30 |
| 0.750 | 33 | 31 | 32 |
| 0.800 | 33 | 33 | 33 |
| 0.850 | 35 | 36 | 35 |
| 0.900 | 40 | 37 | 40 |
| 0.950 | - | 41 | 42 |

durch die Funktion

$$n(p) = 1 + \frac{p \cdot m}{T} \quad (15)$$

an die berechneten Brechungsindizes gefittet. Dabei wird für T zunächst 21.5°C eingesetzt. Es ergibt sich der Plot in Abbildung 4. Der Fit ergibt für $m = 0.07825 \pm 0.00034$. Nun lässt sich mithilfe von Gleichung 15 der Brechungsindex bei Normalbedingungen ($T = 15^\circ\text{C}$, $p = 1,013\text{bar}$) zu $n_{\text{norm}} = 1.0002751 \pm 0.0000012$ berechnen.

Tabelle 4: Berechnete Brechungsindizes aus den Maxima.

| Versuch 1 | Versuch 2 | Versuch 3 |
|-----------|-----------|-----------|
| 1,000000 | 1,000000 | 1,000000 |
| 1,000013 | 1,000013 | 1,000006 |
| 1,000025 | 1,000025 | 1,000025 |
| 1,000038 | 1,000038 | 1,000038 |
| 1,000051 | 1,000051 | 1,000051 |
| 1,000063 | 1,000063 | 1,000063 |
| 1,000076 | 1,000076 | 1,000076 |
| 1,000089 | 1,000089 | 1,000089 |
| 1,000101 | 1,000101 | 1,000101 |
| 1,000114 | 1,000120 | 1,000114 |
| 1,000133 | 1,000127 | 1,000133 |
| 1,000146 | 1,000146 | 1,000146 |
| 1,000158 | 1,000158 | 1,000152 |
| 1,000171 | 1,000171 | 1,000177 |
| 1,000184 | 1,000184 | 1,000190 |
| 1,000209 | 1,000196 | 1,000202 |
| 1,000209 | 1,000209 | 1,000209 |
| 1,000221 | 1,000228 | 1,000221 |
| 1,000253 | 1,000234 | 1,000253 |
| 0,000000 | 1,000259 | 1,000266 |

6 Diskussion

Als Kontrastwert ergab sich $K = 0.8$ unter einem Winkel von 47.69° . Die Abweichung von den theoretischen 45° Grad berechnet sich zu 5.98%. Diese Abweichung lässt sich damit erklären, dass die Spiegel nicht perfekt justiert worden sind. Die Justierung gestaltete sich problematisch, da teilweise durch Rütteln bei dem gegenüberliegenden Versuch die Spiegel kleinste, aber deutlich messbare, Verrückungen erlitten.

Weiterhin wurde der Brechungsindex von Glas bestimmt. Dieser wurde schließlich zu 1.53 ± 0.031 gemittelt. Als Literaturwert wird $n_{\text{lit}} = 1.456$ angenommen. Daraus ergibt sich dann für den gemessenen Wert eine Abweichung von 5.08%. Auch hier ist der größte Störfaktor die nicht optimal justierten Spiegel, wie am Kontrastwert zu erkennen ist.

Auch wurde der Brechungsindex von Luft gemessen. Dieser wurde zu $n_{\text{norm}} = 1.0002751 \pm 0.0000012$ ermittelt. Der Theoriewert wird mit $n_{\text{lit}} = 1.0003$ angegeben. Um eine Aussagekräftige Abweichung zu erhalten, werden hier die signifikanten Stellen miteinander verglichen. Also werden die Stellen nach dem Komma mit einander verglichen. Das führt dann zu der Abweichung

$$\Delta n_{\text{Luft}} = \frac{0.0003 - 0.0002751}{0.0002751} \cdot 100 = 9.05\%.$$

Literatur

- [1] *Experimentalphysik 2. Elektrizität und Optik*. Springer Spektrum. ISBN: 978-3-662-55789-1.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [6] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [7] *Versuchsanleitung „Interferometrie“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

| 1 | | 2 | | 3 | |
|-------------------|------------------|----|-------|----|-------|
| # | n/bar | # | n/bar | # | n/bar |
| 0 | 0,005 | 0 | " | 0 | " |
| 2 | 0,050 | 2 | " | 1 | " |
| 4 | 0,100 | 4 | " | 4 | " |
| 6 6 | 0,150 | 6 | " | 6 | " |
| 8 | 0,200 | 8 | " | 8 | " |
| 10 | 0,250 | 10 | " | 10 | " |
| 12 | 0,300 | 12 | " | 12 | " |
| 14 | 0,350 | 14 | " | 14 | " |
| 16 | 0,400 | 16 | " | 16 | " |
| 18 | 0,450 | 18 | " | 18 | " |
| 20 | 0,500 | 20 | " | 21 | " |
| 23 | 0,550 | 23 | " | 23 | " |
| 25 | 0,600 | 25 | " | 24 | " |
| 27 | 0,650 | 27 | " | 28 | " |
| 29 | 0,700 | 29 | " | 30 | " |
| 33 | 0,750 | 31 | " | 32 | " |
| 33 | 0,800 | 33 | " | 33 | " |
| 35 | 0,850 | 36 | " | 35 | " |
| 40 | 0,900 | 37 | " | 40 | " |
| | 0,950 | 41 | 0,950 | 42 | " |

$$T(K_{\text{air}}) = 21,5^{\circ}\text{C}$$

Werte

v64

12.04. '23

| $\phi / ^\circ$ | I_{max} | I_{min} | 12° |
|-----------------|---------------------|-----------|------------|
| 35,0 | 0,650 12 | 0,105 | 12 |
| 34,5 | 0,650 | 0,102 | 12 |
| 40,0 | 0,640 | 0,085 | 12 |
| 42,5 | 0,690 | 0,080 | 12 |
| 45,0 | 0,700 | 0,080 | 12 |
| 47,5 | 0,720 | 0,040 | 12 |
| 50,0 | 0,740 | 0,040 | 12 |
| 52,5 | 0,740 | 0,110 | 12 |
| 55,0 | 0,740 | 0,120 | 12 |
| 57,5 | 0,800 ²⁰ | 0,120 | 12 |
| 60,0 | 0,840 ⁹⁰ | 0,130 | 12 |

Max Min $\mu\sigma$ $\theta \in [0; 10^\circ]$

| | |
|----|----|
| 1 | 34 |
| 2 | 37 |
| 3 | 38 |
| 4 | 36 |
| 5 | 38 |
| 6 | 38 |
| 7 | 38 |
| 8 | 36 |
| 9 | 35 |
| 10 | 34 |