

V21

Optisches Pumpen

Toby Teasdale
toby.teasdale@tu-dortmund.de

Erich Wagner
erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 26.06.23

Abgabe: 03.07.23

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Zeeman-Effekt	3
2.2	Hyperfeinstrukturaufspaltung	4
2.3	Optisches Pumpen	4
3	Durchführung	5
4	Fehlerrechnung	7
5	Auswertung	7
5.1	Magnetfeld der Erde	8
5.2	Landé-Faktoren	9
5.3	Kernspins	9
5.4	Isotopenverhältnis	10
6	Diskussion	10
	Literatur	12

1 Ziel

Das Ziel des Versuchs „Optisches Pumpen“ ist es, die Isotope ^{85}RB und ^{87}RB zu untersuchen. Dafür wird die Methode der Hochfrequenz-Spektroskopie genutzt. Es soll für beide Isotope der Spin des Kerns und der Elektronenhülle sowie der Landé-Faktor bestimmt werden.

2 Theorie

In diesem Kapitel werden zunächst die wichtigsten theoretischen Konzepte erklärt, die notwendig sind um die Auswertung des Versuchs durchzuführen und diese auch zu verstehen.

2.1 Zeeman-Effekt

Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung der Spektrallinien in einem externen Magnetfeld. Die Aufspaltung der Spektrallinien erfolgt durch die Aufspaltung der Energieniveaus. Dies geschieht dadurch, dass jedes Elektron in der Elektronenhülle einen Gesamtdrehimpuls \vec{J} besitzt, der mit dem magnetischen Moment über die Gleichung

$$\vec{\mu}_J = -g_L \mu_B \vec{J}$$

verbunden ist. Dabei ist μ_B das Bohrsche Magneton und g_L der Landé-Faktor und \vec{J} . Der Landé-Faktor wird definiert durch

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (1)$$

S ist der Spin des Elektrons und L der Bahndrehimpuls. Für ein Elektron gilt ungefähr

$$g_J \approx 2,00232 \approx 2.$$

Aufgrund von $|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$ lässt sich der meist interessantere Betrag des magnetischen Momentes in der Form

$$\mu_J = -g_L \mu_B \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

schreiben.

Wird das Elektron, also das Atom, durch ein äußeres Magnetfeld beeinflusst, teilen sich die Energieniveaus auf. Dies geschieht, sobald das äußere Magnetfeld stärker ist als das Magnetfeld des Atoms. Darunter bleibt die Spin-Bahn-Kopplung erhalten. Wird nun also die Spin-Bahn-Kopplung aufgehoben, so bleibt $|J|$ weiterhin erhalten. Jedoch ist die Richtung von \vec{J} nicht mehr fest, da sie mit dem magnetischen Moment verbunden ist. Die zusätzliche Energie im Magnetfeld ist mit $m_J \in [-J, -J+1, \dots, 0, \dots, J-1, J]$ nun gegeben durch

$$E_{m_J} = -\langle \mu_J \rangle_z B = m_J \cdot g_L \cdot \mu_B \cdot B, \quad (2)$$

beziehungsweise die Energiedifferenz zwischen zwei Spin-Bahn-entkoppelten Elektronen

$$E_{m_J, m_{J-1}} = g_L \cdot \mu_B \cdot B. \quad (3)$$

Insgesamt gibt es also $2J+1$ Energieniveaus. Sämtliche Rechnungen lassen sich in [2] finden.

2.2 Hyperfeinstrukturaufspaltung

Nicht nur die Elektronen in einem Atom verfügen über ein magnetisches Moment. Da der Kern ein ausgedehntes Objekt ist, im Gegensatz zum punktförmigen Elektron, so kann dieser einen Drehimpuls I (Kernspin) aufweisen. Es lässt sich zeigen, dass der Unterschied zwischen den Energieniveaus der Hyperfeinstruktur durch

$$E_{m_F, m_{F-1}} = g_F \mu_B B \quad (4)$$

gegeben ist [2]. Dabei bezeichnet g_F den Landé-Faktor, wenn Hyperfeinstrukturaufspaltung vorliegt. Dafür wird die Quantenzahl $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ eingeführt. Der entsprechende Landé-Faktor [1] lautet dann

$$g_F = g_J \cdot \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (5)$$

Es sei angemerkt, dass diese Beschreibung nur bei geringen Magnetfeldern stimmt. Bei höheren Magnetfeldern genügt keine Beschreibung erster Ordnung mehr, und es muss zu der quadratischen Beschreibung des Zeeman-Effektes übergegangen werden. Hier wird die Energiedifferenz der Niveaus durch

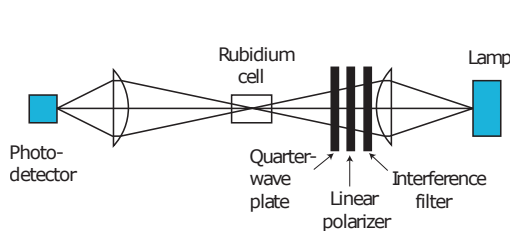
$$E_{m_F, m_{F-1}} = g_F \mu_0 B + g_F^2 \mu_0^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{Hyp}}}$$

beschrieben. Die Niveaus sind also bei ausreichend großen Magnetfeldern *nicht* mehr äquidistant.

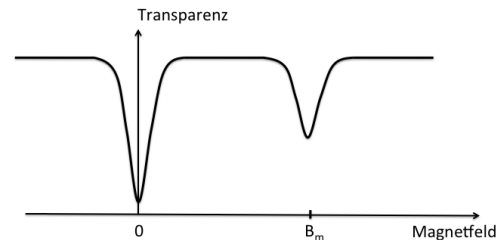
2.3 Optisches Pumpen

Als „Optisches Pumpen“ wird der Prozess bezeichnet, bei dem durch Photonen Elektronen angeregt werden und somit eine Besetzungsinversion hergestellt wird. Als Besetzungsinversion wird der Zustand bezeichnet, in dem mehr Elektronen im angeregten Zustand vorliegen, als im Grundzustand. Dies ist nur durch ständige Anregung möglich, da Elektronen nach kurzer Zeit in den Grundzustand zurückfallen. Optisches Pumpen wird beispielsweise bei Lasern und auch bei der hier angewandten Resonanzspektroskopie angewendet.

Bei Atomen mit hoher Ladungszahl gilt bekanntlich bei den inneren Schichten das Pauli-Prinzip für Besetzung und auf den äußeren Schalen folgt es einer Boltzmann-Verteilung.



(a) Schematischer Aufbau des Experimentes [1].



(b) Schematische Darstellung der Durchsichtigkeit der Probe [8].

In Abbildung 1a ist der schematische Aufbau einer in diesem verwendeten Pumpe zu sehen. Zunächst wird das Licht zirkular (D_1) polarisiert und das frequenzvariables Hochfrequenzmagnetfeld eingeschaltet. Hierdurch kann die Anregung des Materials besser kontrolliert werden, da die Händigkeit der Photonen bekannt ist. Durch ständiges Pumpen kommt es dann in der Probe zur Besetzungsinversion und es kann statistisch gesehen immer weniger Licht aufgenommen werden. Somit wird die Probe „durchsichtiger“, da das Licht nun zunehmend durch die Probe kommt. Dies ist schematisch in Abbildung 1b dargestellt.

3 Durchführung

Abbildung 2 und Abbildung 3 veranschaulichen den verwendeten Versuchsaufbau.

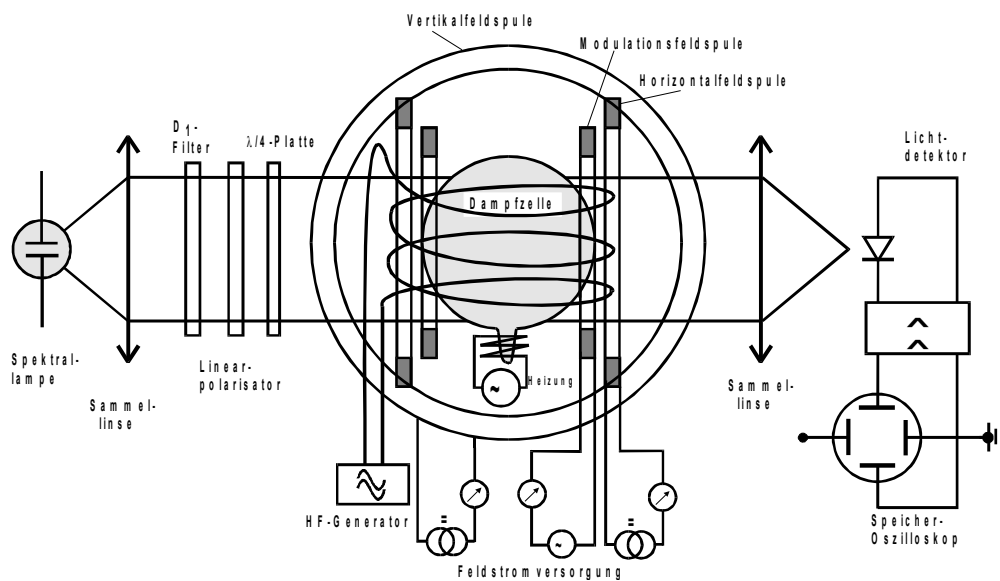


Abbildung 2: Schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbaus. [8]

Dieser besteht aus einer Rubidiumdampfzelle, die Photonen mit der Energie der D_1 -Linie emittiert. Das erzeugte Licht der Wellenlänge $\lambda = 794,8 \text{ nm}$ wird mithilfe einer Linse gebündelt und durch Interferenzfilter auf die D_1 -Komponente reduziert. Anschließend wird es durch ein $\lambda/4$ -Plättchen zirkular polarisiert. Das polarisierte Licht durchläuft eine mit Rubidiumdampf gefüllte Zelle und wird durch eine weitere Linse fokussiert, um schließlich von einer Photodiode detektiert zu werden. Um Dampf zu erzeugen, wird die Rubidiumzelle etwa eine halbe Stunde vor Beginn der Messung auf eine Temperatur von 50°C erhitzt.

Die Dampfzelle ist von drei Paaren von Helmholtzspulen umgeben. Eine vertikale Spule wird verwendet, um das Erdmagnetfeld auszugleichen, während die beiden horizontalen Spulen verwendet werden, um das RF-Feld zu erzeugen. Die Ausgabe der Photodiode kann auf einem Oszilloskop im Sweep-Modus angezeigt werden, wodurch verschiedene Feldstärken abgedeckt werden können, um präzise Messungen zu ermöglichen. Um Umwelteinflüsse zu minimieren, wird der Aufbau nach entsprechender Justierung abgedeckt.

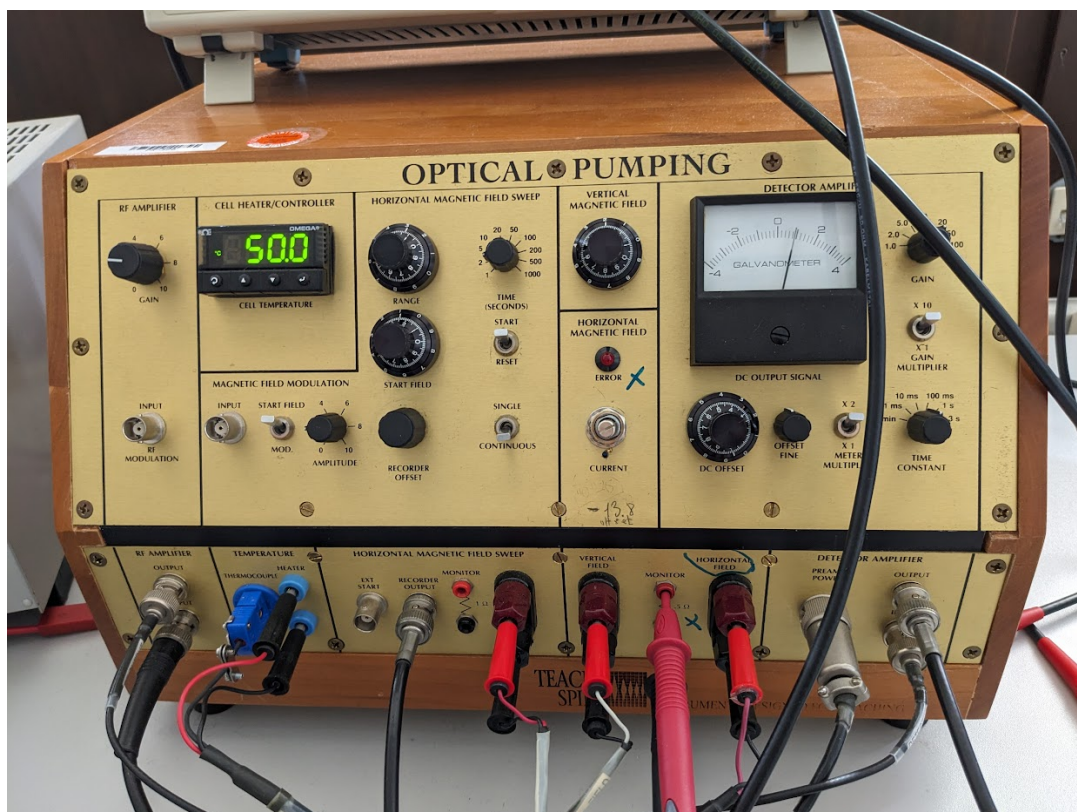


Abbildung 3: Die beim Versuch verwendete Messapparatur.

Zu Beginn wird der Versuchsaufbau justiert und der Tisch in Ausrichtung des Erdmagnetfelds positioniert. Aufgrund des fehlenden Magnetfeld und der daher sinkenden Transparenz ist nach Einschalten der Apparatur auf dem Oszilloskop ein Minimum der Durchsichtigkeit zu erkennen. Durch Anpassung des Vertikalfeldes wird das Erdmagnetfeld kompensiert und der Peak auf dem Oszilloskop sichtbar schmaler. Anschließend werden die beiden Rubidiumisotope auf ihre Resonanzstellen untersucht. Hierfür wird die RF-Spule aktiviert und Messwerte im Frequenzbereich von 100 kHz bis 1 MHz in Schritten von 100 kHz aufgezeichnet. Dabei wird der Sweep-Anteil das horizontale Magnetfeld so variiert, dass sich die Resonanzstellen auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht werden.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (6)$$

$$\text{Standardabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (7)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (8)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortpflanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (9)$$

5 Auswertung

Im Folgenden findet die Auswertung der aufgenommenen Daten statt. Dabei wird zunächst auf die Kompensation des lokalen Magnetfelds eingegangen und über die Berechnung der Landé-Faktoren der Kernspin der Isotope bestimmt. Schließlich wird das Isotopenverhältnis ermittelt und schließlich die Größe des quadratischen Zeeman-Effektes abgeschätzt.

5.1 Magnetfeld der Erde

Um die Einflüsse des lokalen Erdmagnetfelds zu kompensieren, wird das angelegte horizontale Magnetfeld, bestehend aus Sweep- und Horizontalanteil, ermittelt. Dies geschieht bei dem vorliegendem Helmholtzspulenpaar mithilfe der Gleichung für die magnetische Flussdichte

$$B = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}A}, \quad (10)$$

wobei μ_0 die magnetische Feldkonstante, N die Windungszahl der jeweiligen Spule und A der Radius ist.

Der im Frequenzbereich gemessene Strom I ergibt sich dabei aus der Messung der Spannung des Sweepanteils (Startfeld) U_S und der des Horizontalanteils U_H . Aus diesen Spannungen können mithilfe des Ohmschen Gesetzes $U = R \cdot I$ die Ströme der Anteile berechnet werden. Die Sweep-Spule hat einen mittleren Radius von $A_S = 0,1639$ m, eine Windungszahl von $N_S = 11$ und einen Widerstand von $R_S = 1 \Omega$ während die Horizontalanteils spule $A_H = 0,1579$ m, $N_H = 154$ und $R_H = 0,5 \Omega$ hat. Daraus lassen sich die jeweiligen Strömstärken und addierten magnetischen Flussdichten in Tabelle 1 berechnen.

Tabelle 1: Die umgerechneten Stromstärken der Anteile des RF-Feldes beider Isotope.

f / kHz	^{85}Rb			^{87}Rb		
	I_S / mA	I_H / mA	$B / \mu\text{T}$	I_S / mA	I_H / mA	$B / \mu\text{T}$
100,0	660,0	0,0	39,83	764,0	0,0	46,11
200,0	652,0	16,0	53,38	888,0	16,0	67,62
300,0	486,0	44,0	67,92	842,0	44,0	89,40
400,0	409,0	66,0	82,56	883,0	66,0	111,17
500,0	375,0	84,0	96,30	967,0	84,0	132,02
600,0	224,0	112,0	111,74	938,0	112,0	154,83
700,0	164,0	132,0	125,66	993,0	132,0	175,68
800,0	295,0	140,0	140,58	629,0	184,0	199,32
900,0	269,0	158,0	154,79	357,0	226,0	219,74
1000,0	590,0	158,0	174,17	586,0	236,0	242,33

Um die Horizontalkomponente des lokalen Erdmagnetfelds zu bestimmen, werden diese gemessenen Feldstärken in linearer Form angenähert. Die Ausgleichsgeraden sind in Abbildung 4 zu finden. Die Parameter ergeben sich dabei zu

Tabelle 2: Die Parameter der Ausgleichsrechnung für beide Isotope.

Isotop	$a / \text{mT/kHz}$	b / mT
^{85}Rb	$0,000\,147 \pm 0,000\,002$	$0,023\,792 \pm 0,001\,015$
^{87}Rb	$0,000\,218 \pm 0,000\,001$	$0,023\,928 \pm 0,000\,418$

Die Schnittpunkte beider Regressionsgeraden mit der Y-Achse ergeben nach einer Mittelung

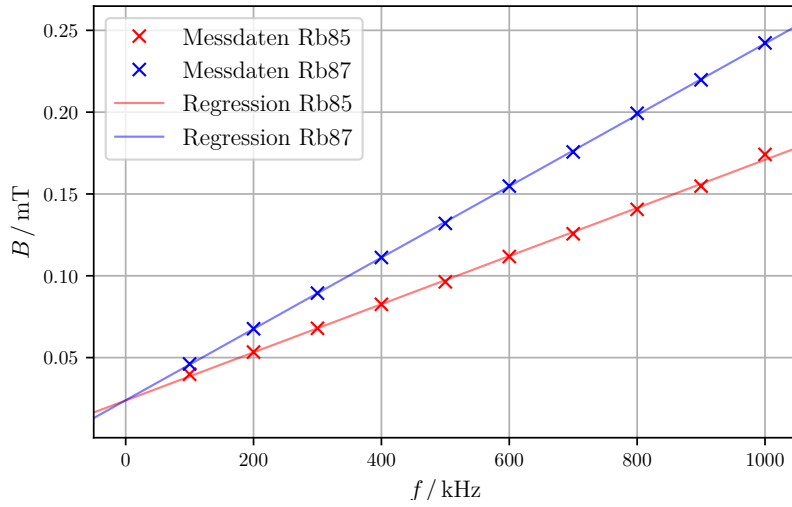


Abbildung 4: Die gemessenen Magnetfeldstärken sowie deren lineare Regression für beide Isotope.

das natürliche Magnetfeld der Erde zu

$$B_H = (0,0239 \pm 0,0005) \text{ mT} .$$

5.2 Landé-Faktoren

Mithilfe der ermittelten Steigungen a der beiden Ausgleichsgeraden können nun die dazugehörigen Landé-Faktoren bestimmt werden. Dazu wird Gleichung 4 nach g_F umgestellt:

$$\omega_0 = \underbrace{g_F \frac{\mu_B}{h}}_{a^{-1}} B_0 \Rightarrow a = \frac{h}{\mu_B g_F}$$

$$\Leftrightarrow g_F = \frac{h}{\mu_B a}$$

Damit ergeben sich die Landé-Faktoren sowie deren Verhältnis zu

$$g_{F_{85}} = 0,486 \pm 0,005 ,$$

$$g_{F_{87}} = 0,3278 \pm 0,0010 \quad \text{und}$$

$$\frac{g_{F_{85}}}{g_{F_{87}}} = 1,482 \pm 0,017 .$$

5.3 Kernspins

Für die Berechnung der Kernspins wird zunächst mithilfe von Gleichung 1 der Landefaktor berechnet. Für die Quantenzahlen $S = \frac{1}{2}$, $L = 0$ und $J = L + S = \frac{1}{2}$ ergibt sich demnach

$g_J = 2$ [1]. Nach Umstellen von Gleichung 5 ergibt sich der Kernspin zu

$$I = \frac{g_J}{4g_F} - 1 + \sqrt{\left(\frac{g_J}{4g_F} - 1\right)^2 + \frac{g_J}{4g_F} - \frac{3}{4}} \quad (11)$$

und somit die jeweiligen Kernspins der Isotope zu

$$I_{85} = 1,559 \pm 0,023 \quad \text{und} \\ I_{87} = 2,551 \pm 0,009 .$$

5.4 Isotopenverhältnis

Anschließend soll das Isotopenverhältnis anhand eines Fotos des typischen Verlaufs der Resonanzstellen ermittelt werden. Abbildung 5 zeigt ein Bild der Resonanzstellen der Isole am Ende der Messreihe bei $f = 1000$ kHz. Um das Verhältnis der beiden Isotope zu

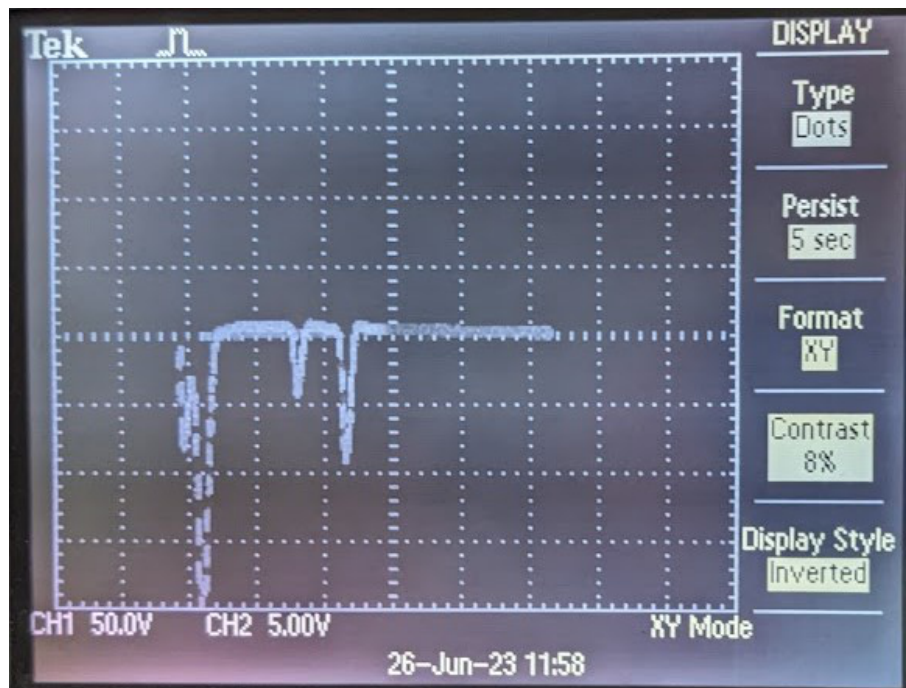


Abbildung 5: Oszilloskopbild bei $f = 1000$ kHz.

bestimmen, werden die Tiefen der Absorptionspeaks miteinander verglichen. Die Tiefe der Peaks gemessen in Pixel auf der Bilddatei betragen für ^{85}Rb etwa 43px und für ^{87}Rb etwa 84px. Daraus kann das Verhältnis abgeschätzt werden zu

$$\frac{^{85}\text{Rb}}{^{87}\text{Rb}} \approx 0.51 .$$

6 Diskussion

Die ermittelte horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes von $B_H = (23,9 \pm 0,5) \mu\text{T}$ weicht relativ gering von dem erwarteten Wert von etwa $20 \mu\text{T}$ ab. Das Vorjustieren der

Messapparatur durch beispielsweise richtige Ausrichtung des Tisches oder etwa das schmalere machen des ersten Peaks können dabei diese Abweichung bedingen.

Die bestimmten g-Faktoren liegen relativ nahe an den theoretischen Werten von $g_{F_{85}} = 1/2$ und $g_{F_{87}} = 1/3$. Selbiges gilt für die berechneten Kernspins im Vergleich mit den theoretischen von $I_{85} = 3/2$ und $I_{87} = 5/3$. Auch hier bedingt größtenteils das Ablesen der Peaks die Abweichung.

Das abgeschätzte Isotopenverhältnis von 0.51 entspricht auch hier in etwa dem tatsächlichen Verhältnis.

Literatur

- [1] Eric D. Black. *Optical Pumping*. 2004. URL: https://phas.ubc.ca/~phys409/manuals/Optical_Pumping-CalTech.pdf (besucht am 21.06.2023).
- [2] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3. Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer Spektrum. ISBN: 978-3-662-49093-8.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [7] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [8] *Versuchsanleitung „Optisches Pumpen“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

U_{21} Starl Feld $R = 10$
 $\rightarrow U = I$
 f / kHz U_1 / V I_1 / mA Scala

100	6.6	0	
200	6.52	8	2 2 (V)
300	4.86	22	"
400	4.09	33	"
500	3.45	42	
600	2.24	56	
700	1.64	66	
800	1.95	70	
900	2.69 3.54	79 113	
1000	5.9	79	

$$VF = 2,21 \text{ V} \cdot 0,1 \frac{\text{A}}{\text{V}}$$

100	U_1 / V	I_1 / mA
100	4.64	0
200	8.48	8
300	8.42	22
400	8.83	33
500	9.67	42
600	9.38	56
700	9.43	66
800	6.29	92
900	3.57	113
1000	5.86	118

\nearrow
 $\times 0.1$
 0.1

\nearrow
 $\times 2$