V601

Franck-Hertz-Versuch

Toby Teasdale
toby.teasdale@tu-dortmund.de

Erich Wagner
erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.06.22

Abgabe: 14.06.22

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel **3**

2 Theorie **3**
2.1 Aufbau des Frank-Hertz-Versuchs 3
2.2 Einflüsse auf die Gestalt der Franck-Hertz-Kurve 5
2.2.1 Kontaktpotential 5
2.2.2 Energie-Spektrum der Elektronen 6
2.2.3 Elastische Wechselwirkungen 6
2.2.4 Dampfdruck 7

3 Durchführung **7**

4 Fehlerrechnung **8**

5 Auswertung **8**
5.1 Die mittlere freie Weglänge 9
5.2 Differentielle Energieverteilung 9
5.3 Auswertung der Franck-Hertz-Kurven 11

6 Diskussion **11**

Literatur **13**

1 Ziel

Ziel des Versuchs ist es, die Energiedifferenz $E_1 - E_0$ zwischen dem ersten angeregten Zustand und dem Grundzustand eines Quecksilber-Atoms zu bestimmen. Dabei wird unter anderem die Energieverteilung der Elektronen untersucht.

2 Theorie

Der Franck-Hertz-Versuch gehört zu den Elektronenstoßexperimenten, mit denen eine Strukturuntersuchung der Elektronenhüllen durchgeführt werden kann. Die zu untersuchenden Quecksilber-Atome werden dafür mit Elektronen geeigneter Energie beschossen, wodurch elastische und inelastische Wechselwirkungen entstehen. Im Falle eine inelastischen Stoßes wird das Quecksilber-Atom aus seinem Grundzustand der Energie E_0 in den ersten angeregten Zustand der Energie E_1 gehoben. Für die Differenz dieser Energien gilt

$$\frac{m_0 \cdot v_{\text{vor}}^2}{2} - \frac{m_0 \cdot v_{\text{nach}}^2}{2} = E_1 - E_0 \,, \tag{1}$$

mit der Ruhemasse m_0 und den Geschwindigkeiten v_{vor} und v_{nach} der Elektronen vor und nach dem Stoß. Der damit beschriebene Energieverlust gibt Aufschluss über die Struktur der Elektronenverteilung. Eine Energiebestimmung der angeregten Quecksilber-Atome erfolgt hierbei durch die Gegenfeldmethode.

2.1 Aufbau des Frank-Hertz-Versuchs

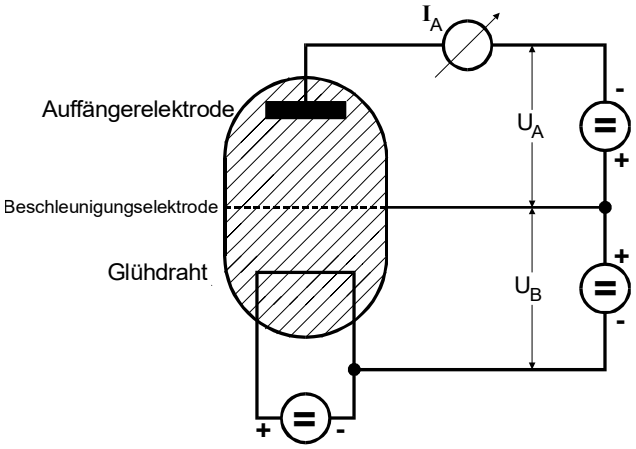

Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau des Franck-Hertz-Versuchs [7].

In Abbildung 1 ist der prinzipielle Aufbau des Versuchs dargestellt. In dem evakuierten Gefäß befindet sich Quecksilber, welches gemäß der Dampfdruckkurve verdampft, bis sich ein Gleichgewichtsdruck einstellt, welches von der Umgebungstemperatur T abhängt. Eine Regulation der Dampfdichte erfolgt also über die Temperatur T. Innerhalb des Gefäßes wird

ein Glühdraht aus Wolfram erhitzt, infolgedessen aufgrund des glühelektrischen Effekts Elektronen austreten. Dem gegenüber befindet sich eine netzförmige Beschleunigungselektrode, an der die Spannung U_B liegt. Nach Erreichen der Elektrode besitzen die beschleunigten Elektronen, die zuvor die Geschwindigkeit $v = 0$ hatten, die kinetische Energie

$$\frac{m_0 \cdot v_\mathrm{vor}^2}{2} = \mathrm{e}_0\, U_\mathrm{B}\,. \tag{2}$$

Hinter der Beschleunigungselektrode befindet sich eine Auffängerelektrode, welche negativ geladen ist und die beschleunigten Elektronen abbremst. Allein Elektronen, für deren Geschwindigkeit v_z in Feldrichtung

$$\frac{m_0 \cdot {v_z}^2}{2} \geq \mathrm{e}_0\, U_\mathrm{A} \tag{3}$$

gilt, erreichen die Auffängerelektrode während die anderen zur Beschleunigungselektrode zurückkehren.

Die sich im Beschleunigungsraum aufhaltenden Quecksilber-Atome wechselwirken nun mit den Elektronen auf unterschiedlichen Weisen. Bei geringen Energien treten elastische Stöße auf. Aufgrund dem Massenverhältnis m_0/M ergibt sich ein vernachlässigbarer Energieverlust von

$$\Delta E = \frac{4\, m_0\, M}{(m_0 + M)^2} \cdot E \approx 1{,}1 \cdot 10^{-5}\, E\,, \tag{4}$$

mit der Energie des Elektrons E. Dabei kommt es zu einer Richtungsänderung, welche zu beachten ist.

Haben die Elektronen eine Energie der Energiedifferenz $E_1 - E_0$ oder höher, kommt es zu inelastischen Stößen. Auf die Quecksilber-Atome wird der Betrag der Energiedifferenz übertragen, wodurch sie angeregt werden während die restliche Energie die Elektronen behalten. Das Quecksilber-Atom geht vom ersten angeregten Zustand unter Emission einer elektromagnetischen Welle wieder in den Grundzustand über. Das emittierte Lichtquant besitzt eine Energie von

$$\mathrm{h}\,\nu = E_1 - E_0 \tag{5}$$

und damit eine Wellenlänge von

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E_1 - E_0} \tag{6}$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz der emittierten Strahlung ist.

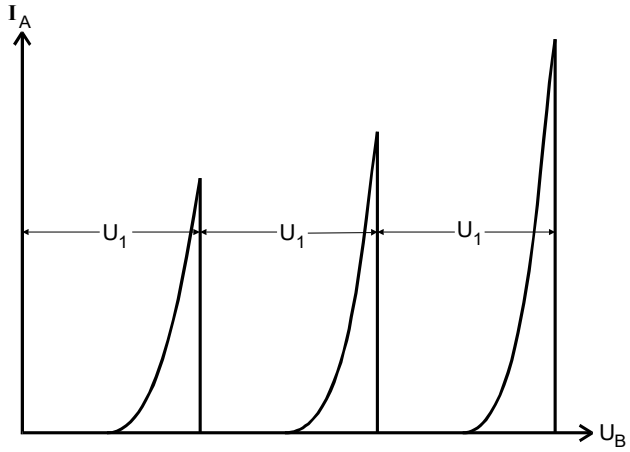

Abbildung 2: Der Auffängerstrom I_A in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung U_B [7].

Die Gegenfeldmethode dient der Beobachtung des Stroms der Auffängerelektrode in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung, wie es in Abbildung 2 dargestellt ist. Sobald die Beschleunigungsspannung U_B größer ist als die Spannung der Auffängerelektrode, wird ein schlagartig wachsender Strom registriert. Nachdem die Elektronen eine Energie von $E_1 - E_0$ erreichen, wechselwirken sie mit den Quecksilber-Atomen inelastisch und sie verlieren ihre Energie. Dies verursacht, dass sie die Auffängerelektrode nicht mehr erreichen und der Auffängerstrom I_A plötzlich abnimmt. Sobald die Beschleunigungsspannung erneut auf ein Niveau ansteigt, an dem die Elektronen den Energiebetrag der Energiedifferenz besitzen, können sie im Beschleunigungsraum ein zweites Mal mit den Quecksilber-Atomen inelastisch stoßen. Der Auffängerstrom I_A wird in periodischen Intervallen der Länge U_1 immer wieder ansteigen und abrupt abfallen. Die Länge U_1 bezeichnet das erste Anregungspotential

$$U_1 := \frac{(E_1 - E_0)}{e_0}\,. \tag{7}$$

2.2 Einflüsse auf die Gestalt der Franck-Hertz-Kurve

Die in Abbildung 2 dargestellte Franck-Hertz-Kurve weicht aufgrund von einigen Störeinflüssen signifikant ab, welche in dem Folgenden genannt werden sollen.

2.2.1 Kontaktpotential

Da die Elektroden aus Materialien bestehen, die eine unterschiedliche Austrittsarbeit der Elektronen besitzen, weicht das tatsächliche Beschleunigungspotential von der, die angelegten ist ab. Hierbei ist die Austrittsarbeit des Glühdrahts Φ_G als die Austrittsarbeit der Beschleunigungselektrode Φ_B, weswegen das Beschleunigungspotential verschoben ist. Diese Potentialverhältnisse sind in Abbildung 3 dargestellt. Das tatsächliche Beschleuni-

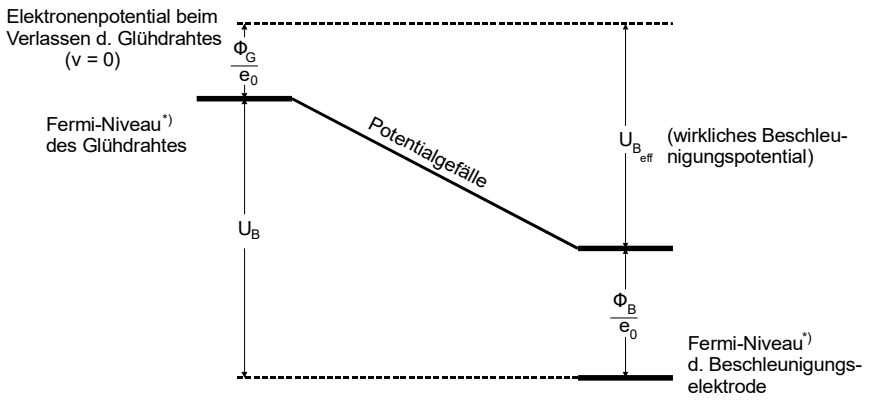

Abbildung 3: Potentialverhältnisse zwischen Glühkathode und Beschleunigungselektrode [7].

gungspotential $U_{\mathrm{B,\ eff}}$ hat den Wert

$$U_{\mathrm{B,\ eff}} = U_{\mathrm{B}} - K \tag{8}$$

mit dem Kontaktpotential

$$K = \frac{(\Phi_{\mathrm{B}} - \Phi_{\mathrm{G}})}{e_0}\,. \tag{9}$$

Die Franck-Hertz-Kurve ist also um den Wert K verschoben.

2.2.2 Energie-Spektrum der Elektronen

Die durch den glühelektrischen Effekt emittierten Elektronen folgen keiner diskreten Energieverteilung, da sie bereits im Inneren des Metalls ein Energie-Spektrum besitzen, welches Fermi-Dirac-Verteilung genannt wird. Aus diesem Grund treten die Elektronen bei der Glühemission mit unterschiedlichen Anfangsgeschwindigkeiten aus und besitzen beim Durchlaufen des Beschleunigungspotentials $U_{\mathrm{b,\ eff}}$ ein Energie-Spektrum, welches hin zu höheren Energien abnimmt. Somit treten die inelastischen Stöße in einem endlichen Spannungsbereich auf. Die Franck-Hertz-Kurve wird daher ihren Anstieg in der Nähe eines Maximums verringern und danach nicht mehr unstetig auf Null abfallen, sondern sich stetig dem Stromminimum nähern.

2.2.3 Elastische Wechselwirkungen

Die in Unterabschnitt 2.1 erwähnte Richtungsänderung, die aufgrund von elastischen Stößen auftritt, führen zu keinen merklichen Energieabnahmen der Elektronen. Sie verändern daher die Gestalt der Kurve nicht wesentlich, solange sie innerhalb des Beschleunigungsraumes geschehen. Treten sie jedoch zwischen Beschleunigungs- und Auffängerelektrode auf, führen sie zu einer Verteilung der z-Komponente der Geschwindigkeiten. Aufgrund der v_{z}-Abhängigkeit im Gegenfeld, führt dieser Einfluss zu einer Abflachung und Verbreiterung der Franck-Hertz-Kurve.

2.2.4 Dampfdruck

In einem bestimmten Dampfdruckbereich kommt es zu einer erwarteten Anzahl an Wechselwirkungen. Damit diese in messbaren Maßen auftreten, muss die mittlere freie Weglänge $\bar{w}$ der Atome klein im Vergleich zum Abstand a zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode sein. Ist der Dampfdruckbereich klein, kann es auch bei sehr großer Bremsspannung U_B nur vereinzelt zu Anregungen kommen, da die Stoßwahrscheinlichkeit klein ist. Bei sehr hohen Dampfdruckbereichen spielt der Energieverlust der elastischen Stöße eine immer größere Rolle, da es viel häufiger zu Stößen kommt.

Mithilfe des Sättigungsdrucks $p_\mathrm{sät}$ kann die mittlere freie Weglänge zu

$$\bar{w}\,[\mathrm{cm}] = \frac{0.0029}{p_\mathrm{sät}} \left[\frac{1}{\mathrm{mbar}}\right] \tag{10}$$

bestimmt werden. Da der Sättigungsdruck temperaturabhängig ist, ergibt sich für Quecksilber

$$p_\mathrm{sät}(T) = 5{,}5 \cdot 10^7 \exp\left(\frac{-6876}{T}\right). \tag{11}$$

3 Durchführung

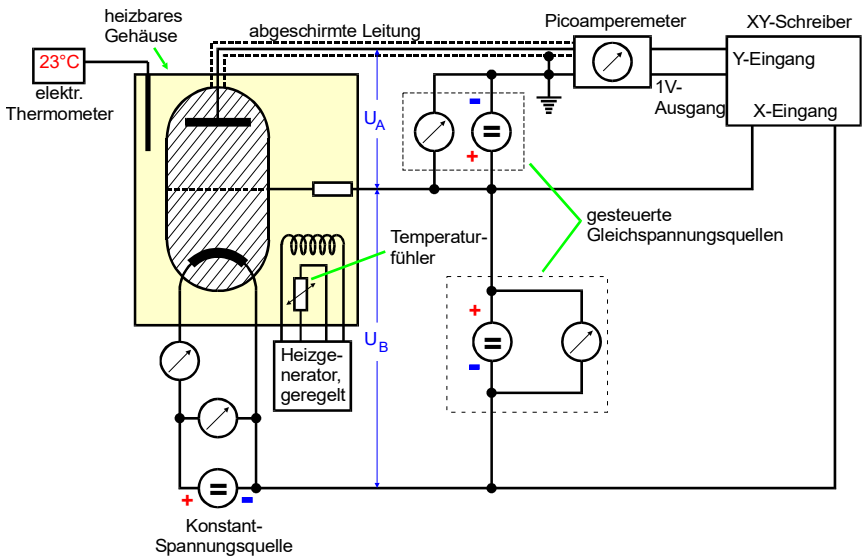

Abbildung 4: Schaltung zur Aufnahme einer Franck-Hertz-Kurve [7].

In Abbildung 4 is der Schaltplan zur Aufnahme der Franck-Hertz-Kurve dargestellt. Die Umgebungstemperatur des Gefäßes wird mithilfe eines Heizgenerators gesteuert und mit einem Thermometer gemessen. Mithilfe eines XY-Schreibers wird der Auffängerstrom, welcher mit einem Picoamperemeter an der Auffängerelektrode gemessen wird, in Abhängigkeit der zu betrachtetem Spannung aufgezeichnet. Dabei ist auf eine richtige Einstellung

des Schreibers und auch des Picoamperemeters zu achten, damit die aufgenommene Kurve nicht den Zeichenbereich überschreitet.

Am Anfang der Messung wird bei einer Raumtemperatur von $T = 25{,}2\,°\mathrm{C}$ der Auffängerstrom I_A als Kurve in Abhängigkeit der Gegenspannung U_A aufgezeichnet. Dabei wird eine konstante Beschleunigungsspannung von $U_\mathrm{B} = 11\,\mathrm{V}$ eingestellt und U_A von 0 bis 10 V variiert. Dies wird für eine Temperatur von $T = (160 \pm 1)\,°\mathrm{C}$ wiederholt. Danach werden weitere Stromkurven aufgenommen, welche jedoch in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung U_B im Bereich von 0 bis 60 V ist. Dabei wird U_A auf circa 1 V eingestellt. Die erste wird für eine Temperatur von $T = (175{,}4 \pm 0{,}1)\,°\mathrm{C}$ und die zweite von $T = (185{,}9 \pm 0{,}3)\,°\mathrm{C}$ durchgeführt. Bei allen Aufzeichnungen wird nach Schreiben der Kurve die Spannung in gleichmäßig gewählten Abständen zurückgeregelt und ein Punkt gesetzt.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{n} x_i \quad \text{und die} \tag{12}$$

$$\text{Standartabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N}(x_i - \bar{x})^2}\,. \tag{13}$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=0}^{N}(x_i - \bar{x})^2}\,. \tag{14}$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunischerheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortplanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, ..., y_N) = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y_1}\Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y_2}\Delta y_2\right)^2 + ... + \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y_N}\Delta y_N\right)^2}\,. \tag{15}$$

5 Auswertung

Im Folgenden werden die Messungen, dargestellt in Abbildung 7 bis Abbildung 10, ausgewertet. Dafür wird zunächst die mittlere freie Weglänge bestimmt. Dann wird die Energieverteilung der beschleunigten Elektronen errechnet, indem die Bremsspannung variiert wird. Schließlich werden die beiden Franck-Hertz-Kurven ausgewertet.

5.1 Die mittlere freie Weglänge

Mit Gleichung 10 und Gleichung 7 wird die mittlere freie Weglänge der beschleunigten Elektronen, die aus der Heizkathode herausgelöst werden, berechnet. Ebenfalls wird das Verhältnis $a/\bar{\omega}$ bestimmt. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Die mittlere freie Weglänge.

Temperatur T / K	$\bar{\omega}$ / m	a / $\bar{\omega}$
298,35	0,538412049	1,857314
433,25	0,000411729	2428,77893
448,55	0,000239611	4173,43021
459,05	0,000168744	5926,13673

5.2 Differentielle Energieverteilung

Nun werden die Messdaten der ersten beiden Messungen ausgewertet. Dabei handelt es sich um Abbildung 7 und Abbildung 8, wobei die Graphen von einem XY-Schreiber erstellt wurden. Die Beschleunigungsspannung wird zunächst konstant mit $U_\mathrm{B} = 11\,\mathrm{V}$ gewählt.

Messung bei 298,35 Grad Kelvin

Um die Energieverteilung in Abhängigkeit der Spannung zu erhalten, wird das Verhältnis von $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ gebildet. Dabei kann y in Skalenanteilen angegeben werden. Als ein Skalenanteil wird ein Kästchen des Millimeter Papiers gewählt. Die Werte sind in Tabelle 2 angegeben, beziehungsweise in Abbildung reffig:plot1 abgebildet. Es lässt sich erkennen, dass die Steigung den größten Abfall bei $U_{\mathrm{B,\,eff}} = 7{,}75\,\mathrm{V}$ hat. Damit haben die meisten Elektronen eine Energie in Beschleunigungsrichtung von $E = 7{,}75\,\mathrm{eV}$. Schließlich lässt sich noch das Kontaktpotential mit Gleichung 9 zu

$$K = \frac{(\Phi_\mathrm{B} - \Phi_\mathrm{G})}{e_0} = U_\mathrm{B} - U_{\mathrm{B,\,eff}} = (11 - 7,75)\,\mathrm{V} = 3{,}25\,\mathrm{V} \tag{16}$$

angeben.

U/V	$\frac{y}{\mathrm{Skt}_y}$	$m = \frac{y_{i+1}-y_i}{U_{i+1}-U_i}$
0,0	15,8	-
1,0	14,1	-1,7
2,0	12,6	-1,5
3,0	11,1	-1,5
4,0	9.6	-1,5
5,0	7.8	-1,8
6,0	6,0	-1,8
7,0	4,0	-2,0
7,5	2,8	-2,4
7,75	1,5	-5,2
8,0	0,8	-2,8
9,0	0,3	-0,5
10,0	0,3	0,0

Tabelle 2: Die gem. Messwerte bei 298,35 °K.

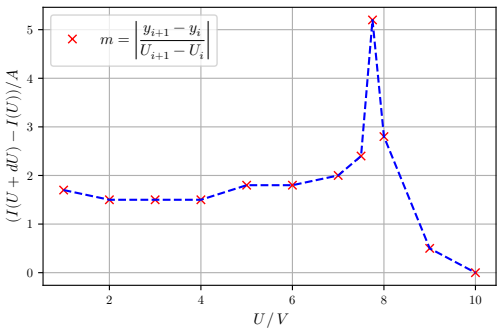

Abbildung 5: Die Steigung in Abhängigkeit der Spannung.

Messung bei 433,25 Grad Kelvin

Bei der Messung mit 433,25 °K ergeben sich die Messwerte in Tabelle 3. Die Steigung wird dann gegen die Bremsspannung in Tabelle 6 aufgetragen. Auch hier lässt sich ein Maximum der Spannung bei $U_{\mathrm{B,\ eff}} = 1\,\mathrm{V}$ erkennen.

U / V	$\frac{y}{\mathrm{Skt}_y}$	$m = \frac{y_{i+1}-y_i}{U_{i+1}-U_i}$
0,0	17,8	-
0,5	14,3	-7,0
1,0	11,0	-6,6
1,5	8,3	-5,4
2,0	5,8	-5,0
2,5	3,2	-5,2
3,0	1,4	-3,6
4,0	0,7	-0,7
5,0	0,7	0,0
6,0	0,6	-0,1
7,0	0,6	0,0
8,0	0,5	-0,1
9,0	0,5	0,0
10,0	0,4	-0,1

Tabelle 3: Die gem. Messwerte bei 433,25 °K.

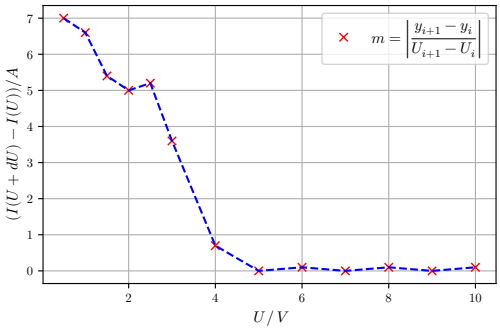

Abbildung 6: Die Steigung in Abhängigkeit der Spannung.

5.3 Auswertung der Franck-Hertz-Kurven

Im Folgenden werden die Messdaten aus Abbildung 9 und Abbildung 10 ausgewertet. Aus diesen Messungen, die ebenfalls vom XY-Schreiber aufgenommen wurden, werden die Maxima entnommen. Die ausgewerteten Messwerte dazu sind in Tabelle 4 eingetragen.

Tabelle 4: Abstand vom Nullpunkt der beiden Messungen

i-tes Maximum	T = 448,35 °K: $(U_i - U_{i-1})$/V	T = 459,05 °K: $(U_i - U_{i-1})$/V
1	7,30	6,92
2	4,62	4,62
3	5,00	5,34
4	5,39	5,00
5	5,39	5,39
6	5,00	5,01
7	5,77	6,55

Gemittelt ergibt sich dann

$$T = 448,35\mathrm{K} : \Delta U_1 = (5{,}5 \pm 0{,}8)\,\mathrm{V} \qquad \Longrightarrow \; E = (5{,}5 \pm 0{,}8)\,\mathrm{eV}$$

und

$$T = 459,05\mathrm{K} : \Delta U_2 = (5{,}5 \pm 0{,}8)\,\mathrm{V} \qquad \Longrightarrow \; E = (5{,}5 \pm 0{,}8)\,\mathrm{eV}\,.$$

Daraus lässt sich nun mit Gleichung 6 die experimentell ermittelte Wellenlänge des emittierten Lichtquants bestimmen. Es folgt

$$\lambda_1 = (226 \pm 3)\,\mathrm{nm}$$

und

$$\lambda_2 = (224 \pm 32)\,\mathrm{nm}.$$

6 Diskussion

Zunächst wurde die differentielle Energieverteilung der Elektronen ermittelt. Dabei wurde festgestellt, dass die meisten Elektronen bei einer konstanten Beschleunigungsspannung von 11 V und bei Raumtemperatur eine Energie von $E = 7{,}75\,\mathrm{eV}$ besitzen. Daraus wurde dann auch das Kontaktpotential zu 3,25 V ermittelt. Dieses kann ermittelt werden, da für die Raumtemperatur das kritische Verhältnis von 1000 bis 4000 nicht erreicht wird. Dadurch stoßen die ausgelösten Elektronen sehr wenig und das Kontaktpotential kann errechnet werden. Die Werte für das Verhältnis sind in Tabelle 1 zu finden. Bei einer Temperatur von $T = 433{,}25\,°\mathrm{K}$ ergab sich für $U_{\mathrm{B,\,eff}} = 1\,\mathrm{V}$.

Die Franck-Hertz-Kurven ergaben für die Energie durch Abrundung aufgrund der Fehler für beide Messungen den selben Wert, nämlich

$$E = (5{,}5 \pm 0{,}8)\,\mathrm{eV}\,. \tag{17}$$

Als Vergleich wird ein Theoriewert von 4,9 eV angenommen [5]. Daraus ergibt sich dann eine Abweichung von

$$\Delta E = \frac{5,5 - 4,9}{4,9} \cdot 100 = 12,24\,\%. \tag{18}$$

Als Fehlerquellen können in diesem Experiment mehrere Quellen angegeben werden. Zunächst einmal konnte die Temperatur nie exakt gehalten werden, sondern schwankte oft in einem Bereich von einigen Grad. Dadurch änderte sich diese natürlich auch während der Messung. Außerdem kann die Schwierigkeit der Findung der passenden Einstellung des X-Y-Schreibers als Fehlerquelle angesehen werden, da die Präzession der Messung stark darauf beruht.

Literatur

[1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: `http://www.scipy.org/`.

[3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.

[5] Arnulf Quadt. *Der Franck-Hertz-Versuch*. 2020. URL: `https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1612` (besucht am 12. 06. 2022).

[6] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: `10.5281/zenodo.3509134`. URL: `https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134`.

[7] *Versuchsanleitung „Franck-Hertz-Versuch“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.

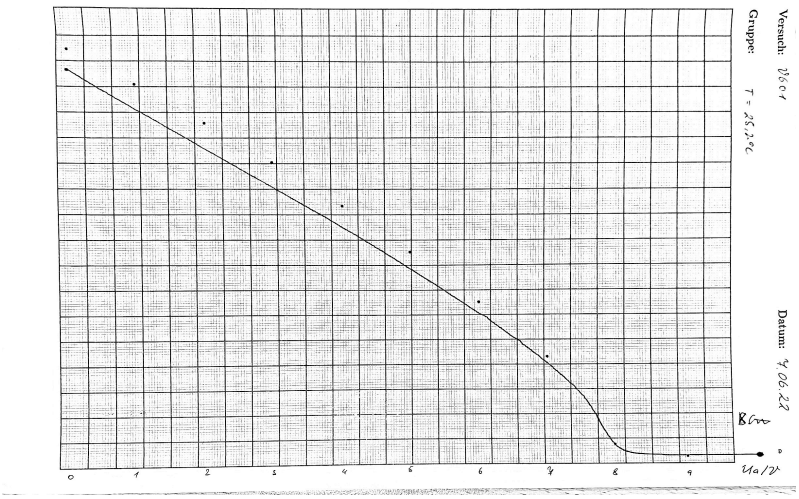

Abbildung 7: Die erste Messung.

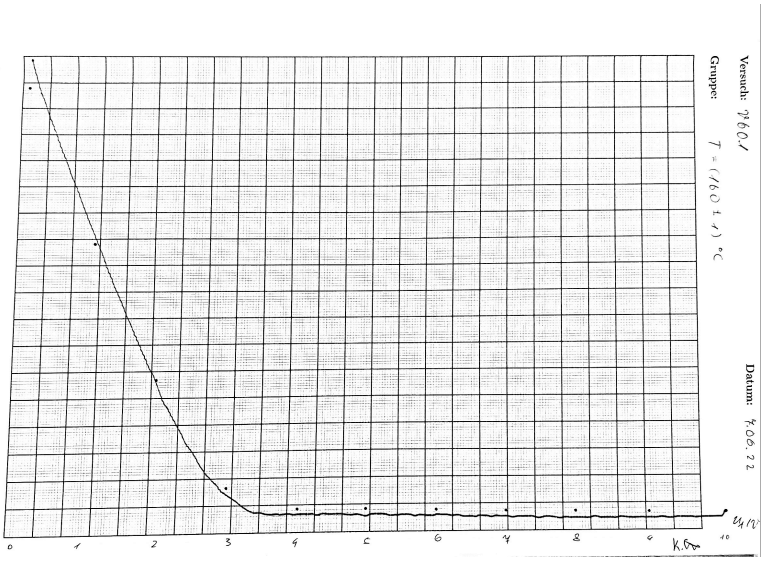

Abbildung 8: Die zweite Messung.

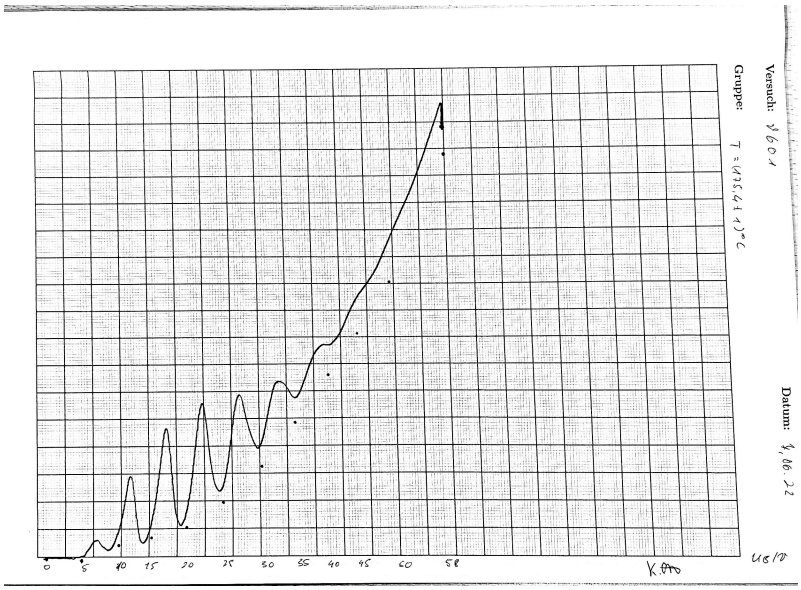

Abbildung 9: Die dritte Messung.

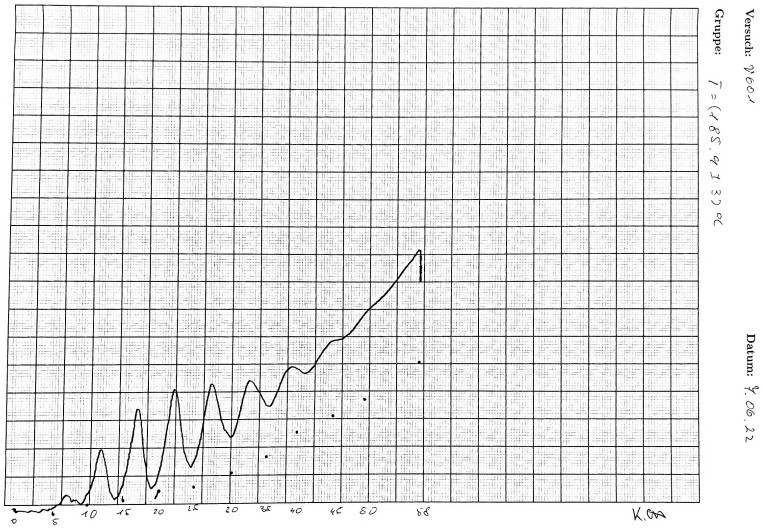

Abbildung 10: Die vierte Messung.