

V401

Das Michelson Interferometer

Toby Teasdale
toby.teasdale@tu-dortmund.de

Erich Wagner
erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.04.2022

Abgabe: 26.04.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Interferenz von Lichtwellen	3
2.2	Kohärentes Licht	3
2.3	Das Michelson Interferometer	4
2.4	Bestimmung des Brechungsindex n	4
3	Durchführung	5
4	Fehlerrechnung	7
5	Auswertung	7
5.1	Bestimmung der Wellenlänge des Lasers	7
5.2	Berechnung des Brechungsindex von Luft	8
6	Diskussion	9
6.1	Bestimmung der Wellenlänge des Lasers	9
6.2	Berechnung des Brechungsindex von Luft	9
	Literatur	10

1 Ziel

In dem Versuch „Das Michelson Interferometer“ wird die Wellenlänge des Lasers experimentell gemessen und mit dem Theoriewert verglichen. Außerdem wird der Brechungsindex von Luft gemessen.

2 Theorie

Zunächst werden die theoretischen Grundlagen des Versuchs erklärt. Dafür müssen die Begriffe der Interferenz und Kohärenz erklärt werden.

2.1 Interferenz von Lichtwellen

Wie aus der Physik über Elektrodynamik bekannt ist, ist Licht eine elektromagnetische Welle. Diese Welle lässt sich über die Maxwellschen Gleichungen genau beschreiben. Die elektrische Feldstärke einer solchen elektromagnetischen Welle ist genau über die Gleichung

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

charakterisiert. Dabei ist $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl, ω die Kreisfrequenz und δ der Phasenwinkel. Die Intensität einer solchen elektromagnetischen Welle wird nach

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2 \quad (2)$$

berechnet. Überlagern sich zwei Wellen ergibt sich daraus für die Intensität

$$I_{\text{ges}} = 2\text{const} \vec{E}_0^2 \cdot (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)). \quad (3)$$

Anzumerken ist dabei, dass bei

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi, n \in \mathbb{N}$$

die Intensität null ist.

2.2 Kohärentes Licht

Da diese Lichtquellen im Normalfall nicht von Lasern emittiert werden, sind die δ_2 und δ_1 in der Regel statistisch verteilt über die Zeit. Deshalb ist verschwindet der Interferenzterm und es lässt sich so keine Interferenz beobachten. Allerdings stehen eben solche Laser (light amplification by stimulated emission of radiation) heute zu light amplification by stimulated emission of radiation) Verfügung. So lässt sich **kohärentes**, interferenzfähiges Licht herstellen. Dieses wird durch Atome im Gleichtakt emittiert. Kohärentes Licht besitzt also nach diesen Eigenschaften ein festes k, ω und δ .

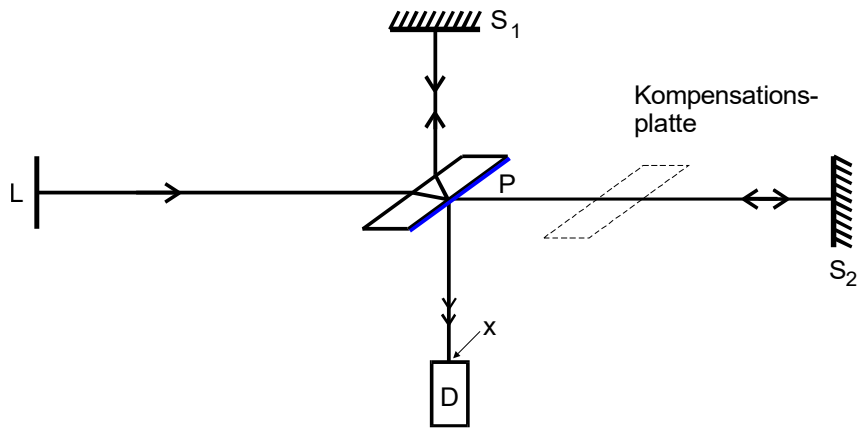


Abbildung 1: Der grundlegende Aufbau eines Michelson Interferometers. [7]

2.3 Das Michelson Interferometer

In Abbildung 1 ist schematisch der grundlegende Aufbau eines Michelson Interferometers dargestellt. L ist dabei die Lichtquelle, also ein Laser. P ist eine semipermeable Platte, die dafür sorgt, dass das Licht in zwei Strahlen aufgeteilt wird. Das bedeutet, dass ein Lichtstrahl zu Spiegel S_1 geht und der andere jeweils zu S_2 . An der Platte werden diese nun wieder zusammengeführt und laufen parallel zum Detektor D .

Da die beiden Strahlen kohärent sein müssen, muss der optische Wegunterschied kleiner als die Kohärenzlänge von L sein. Um dies zu erreichen, wird der Abstand von den Spiegeln zu P fast identisch gewählt. Würden die Längen exakt gleich gewählt werden, würde der Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$ betragen und somit würde destruktive Interferenz vorliegen und die beiden Strahlen würden sich auslöschen. Weiterhin wird eine Kompensationsplatte zwischen P und S_2 eingebaut, um den längeren Weg des Lichtstrahls nach S_1 zu kompensieren. Der Lichtstrahl nach S_1 muss nämlich 3 Mal durch P durch, der andere jedoch nur einmal. Wird nun ein Spiegel um die Länge Δd verschoben, ändert sich die Intensität am Schirm, beziehungsweise D . Es gilt die Formel

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (4)$$

z beschreibt dabei die Anzahl der auftretenden Helligkeitsmaxima.

2.4 Bestimmung des Brechungsindex n

Mit der Apparatur lässt sich auch der Brechungsindex n eines Mediums experimentell messen. Dafür wird zunächst der Aufbau so wie in Abbildung 2 modifiziert. Der Lichtstrahl wird dann also durch das Medium der Länge b mit dem Brechungsindex $n + \Delta n$ geschickt. Daraus ergibt sich dann der optische Wegunterschied von $b\Delta n$. Dieser kann durch Evakuierung des Gefäßes, oder auch durch Erhöhung des Druckes p , verändert werden. Es gilt

$$b\Delta n = \frac{z \cdot \lambda}{2}. \quad (5)$$

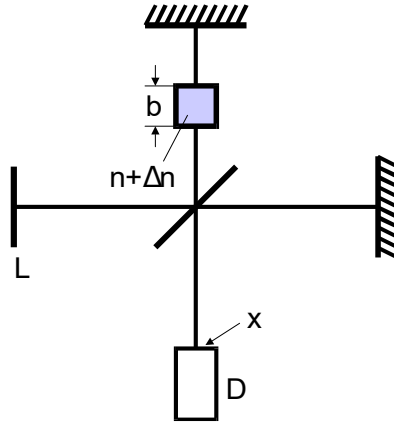


Abbildung 2: Der Aufbau eines Michelson Interferometers für die Messung eines Brechungsindizes. [7]

Für den Brechungsindex lässt sich durch die Dispersionstheorie

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N} \quad (6)$$

zeigen, wobei N die Zahl der von der Lichtwelle erzwungenen Schwingungen pro Volumeneinheit angeregten Dipolen beschreibt. Im sichtbaren Bereich des Lichtes, kann die Formel mit

$$n = 1 + \frac{f \cdot N}{2} - \dots \quad (7)$$

genähert werden. Unter der Annahme, dass die Gase sich wie ideale Gase verhalten, gilt

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L,$$

wobei T die Temperatur und N_L die Loschmidtsche Zahl ist. Durch einige Umformungen wird die Formel

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (8)$$

gewonnen.

3 Durchführung

Zunächst wird der in Abbildung 3 dargestellte Aufbau nachgebaut. Dabei ist die Messzelle $b = 50\text{mm}$ lang und die Wellenlänge des Lasers beträgt $\lambda_{\text{theo}} = 635\text{nm}$. Dann wird das Interferometer so justiert, dass die hellsten austretenden Strahlen an der Eintrittsstelle des Photoelements übereinander liegen.

Nun beginnt die eigentliche Messung. Der Motor wird angeschaltet und läuft so lange, bis der Motor den Spiegel um 5 mm verschoben hat. Die Impulse, die das Photoelement gemessen hat, werden notiert. Dann wird der Motor wieder angeschaltet, jedoch mit

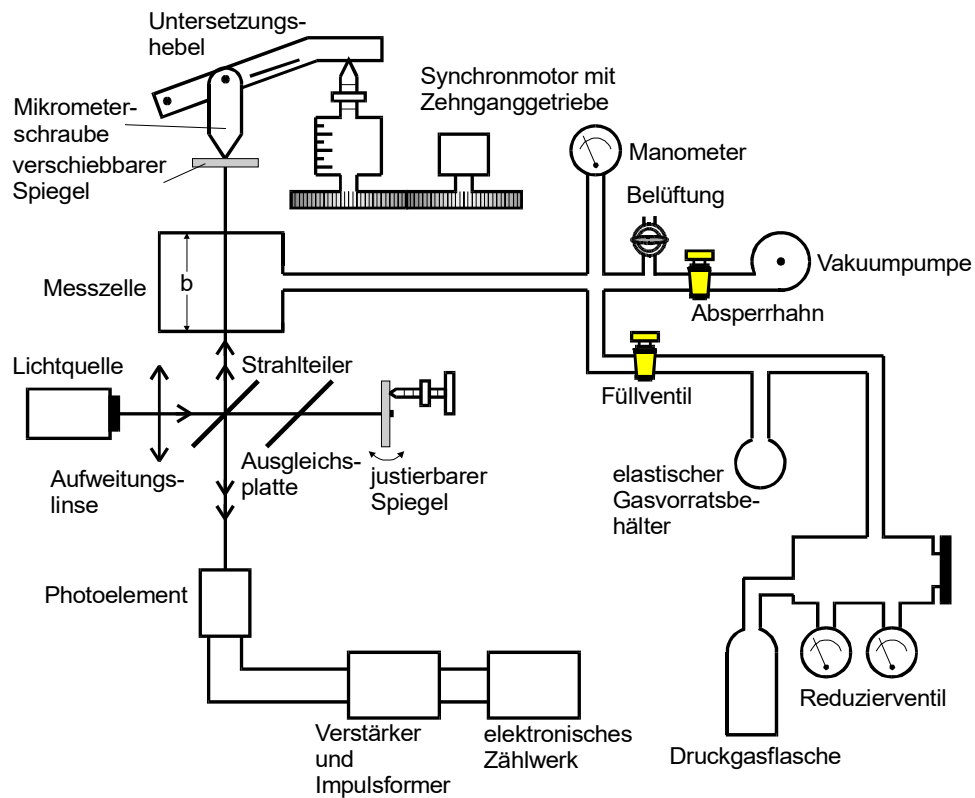


Abbildung 3: Der grundlegende Aufbau eines Michelson Interferometers. [7]

umgekehrter Richtung. Dadurch bewegt sich der Spiegel wieder die Strecke zurück. Die Impulse werden wieder notiert. Dieser Prozess wird 10 Mal wiederholt.

Bei der zweiten Messung wird der Spiegel an einer Stelle fixiert, der Motor ist also nicht mehr notwendig. Nachdem die Zählung der Impulse auf Null gesetzt wurde, wird langsam durch eine Vakuumpumpe ein Vakuum in der Messzelle hergestellt. Es wird bis -600 bar gepumpt. Sind die -600 bar erreicht, wird der Zählerstand abgelesen. Dann wird der Zählerstand wieder auf Null gestellt und die Messung wird nun in der umgekehrten Reihenfolge, also von Vakuum zu Normaldruck, wiederholt. Der Prozess wird in beide Richtungen 3 mal wiederholt.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (9)$$

$$\text{Standartabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (10)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (11)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortpflanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (12)$$

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Die Bestimmung der Wellenlänge nach Gleichung 4, wobei die variierte Spiegelverschiebung bei $\Delta d = 5 \text{ mm}$ beträgt. Zusätzlich wird neben den Interferenzmaxima z die Hebelübersetzung als Faktor $\frac{1}{z}$ berücksichtigt, da die abgelesene Verschiebung des Spiegels übersetzungsbedingt von der tatsächlichen verschieden ist. Die Hebelübersetzung beträgt hierbei

$$\ddot{U} = 5,046.$$

Die sich somit ergebende Gleichung für die Wellenlänge ergibt sich zu

$$\lambda = \frac{2 \cdot \Delta d}{z}. \quad (13)$$

Die Messdaten sowie die berechneten Wellenlängen sind in Tabelle 1 dargestellt.

Aus einer Mittelung ergibt sich die Wellenlänge des Lasers zu

$$\bar{\lambda} = (3404,29 \pm 750,59) \text{ nm}.$$

Tabelle 1: Messdaten zur Berechnung der Wellenlänge des Lasers.

z	λ / nm
600	3302,95
556	3564,33
430	4608,76
420	4718,49
560	3538,87
640	3096,51
866	2288,42
677	2927,28
566	3501,36
794	2495,93

5.2 Berechnung des Brechungsindex von Luft

Zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft werden zunächst die Normalbedingungen, die Größe der Messzelle und die Umgebungstemperatur benötigt:

$$\begin{aligned}\text{Normaldruck : } p_0 &= 1,0132 \text{ bar} \\ \text{Normaltemperatur : } T_0 &= 273,15 \text{ K} \\ \text{Umgebungstemperatur : } T &= 293,15 \text{ mA} \\ \text{Größe der Messzelle : } b &= 50 \text{ mm}\end{aligned}$$

Die Berechnung nach Gleichung 8 unter diesen Normalbedingungen bei einem angenommenen Kammerdruck von $p = p_0$ und einem erniedrigtem Druck $p' = 600 \text{ mbar}$ erfolgt schließlich durch

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{z\bar{\lambda}}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p_0 - p'} . \quad (14)$$

Die gemessenen Interferenzmaxima und die berechneten Brechungsindizes sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Messdaten zur Berechnung des Brechungsindex von Luft.

z	n
80	1,071670
30	1,026876
50	1,044794
34	1,030460
34	1,030460
41	1,036731
34	1,030460
35	1,031356

Eine Mittelung dieser Werte ergibt einen Brechungsindex von

$$\bar{n} = (1,038 \pm 0,014) .$$

6 Diskussion

6.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Die berechnete Wellenlänge von $\bar{\lambda} = (3404,29 \pm 750,59) \text{ nm}$ weicht 436,11 % von der tatsächlichen Wellenlänge des Laser $\lambda = 635 \text{ nm}$. Diese enorme Abweichung ist in erster Linie auf einen systematischen Fehler zurückzuführen. Besonders bei dem Vergleich mit anderen Versuchssituationen und -aufbauten fällt auf, dass die gemessenen Interferenzmaxima weit unter dem erwarteten Intervall von 2500 bis 3500 liegen. In zweiter Linie können Störquellen wie äußere Lichteinflüsse auf die Messzelle oder Vibrationen am Gerät zudem vorerst nicht erfasst und daher ausgeschlossen werden, da diese die Anzahl der Interferenzmaxima wenn überhaupt erhöhen würden.

6.2 Berechnung des Brechungsindex von Luft

Im Vergleich mit dem Literaturwert des Brechungsindex von Luft $n_{\text{lit}} = 1,000292$ nach [5] ergibt sich eine Abweichung von 0,0375 %. Die geringe Abweichung dieser Messung ist bezüglich des Fehler aus voriger Messung überraschend. Da in diesem Versuchsteil keine Verschiebung des Spiegels stattfand, sondern nur der Druck variiert wurde, bewegt sich der vermutete systematische Fehler von der Messzelle bzw. dem Zählwerk weg auf die Mikrometerschraube hin. Obwohl die berechnete Wellenlänge eine große Abweichung aufweist, dominiert in Gleichung 8 der Druckterm und führt daher zu einer besseren Berechnung. Bei dem ersten gemessenen Wert in Tabelle 2 fällt ebenfalls die hohe Anzahl an Interferenzmaxima auf, welche auf Vibrationen des Gerätes bei der Druckänderung zurückzuführen sind.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] Mikhail Polyanskiy. *Brechungsindexdatenbank*. 2022. URL: <https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=Cs&page=Smith> (besucht am 24.04.2022).
- [6] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [7] *Versuchsanleitung „Das Michelson-Interferometer“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.