

V504

Thermische Elektronenemission

Toby Teasdale
toby.teasdale@tu-dortmund.de

Erich Wagner
erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 05.04.2022

Abgabe: 18.04.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Austrittsarbeit und Energie	3
2.2	Richardson-Gleichung	3
2.3	Hochvakuum-Diode	4
2.4	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung	4
2.5	Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode	4
2.6	Die Kennlinie der Hochvakuum-Diode	5
3	Durchführung	5
3.1	Bestimmung der Kennlinien	5
3.2	Aufnahme der Anlaufstromkurve	6
4	Fehlerrechnung	7
5	Auswertung	7
5.1	Kennlinienschar	7
5.2	Raumladungsgesetz	10
5.3	Anlaufstromgebiet	10
5.4	Kathodentemperatur	11
5.5	Austrittsarbeit des Kathodenmaterials	12
6	Diskussion	13
6.1	Die Kennlinien	13
6.2	Überprüfung des Raumladungsgesetzes	13
6.3	Anlaufstromgebiet	13
6.4	Kathodentemperatur	13
6.5	Austrittsarbeit von Wolfram	13
	Literatur	14

1 Ziel

Ziel des Versuches ist es die Austrittsarbeit eines Metalls zu bestimmen. In diesem Fall handelt es sich dabei um Wolfram. Es wird dafür das elektrische Verhalten (Kennlinien) untersucht und auf ihren Gültigkeitsbereich und das Anlaufstromgebiet untersucht.

2 Theorie

2.1 Austrittsarbeit und Energie

Werden Metalle erhitzt, treten aus der Oberfläche Elektronen aus. Diese Elektronenemission wird als *glühelektrischer Effekt* bezeichnet. Dafür müssen diese aber zunächst die *Austrittsarbeit* $e_0 \xi$ leisten. Dabei ist ξ das Potential, welches in Abbildung 1 anschaulich dargestellt wurde, und e_0 ist die Elementarladung. Elektronen haben immer eine Energie, die von null

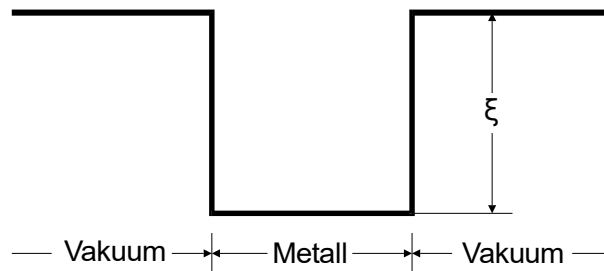


Abbildung 1: Darstellung eines sogenannten Potentialtopfes. [7]

verschieden ist. Das wird durch das Pauliprinzip auch am absoluten Temperaturnullpunkt garantiert. Die Wahrscheinlichkeit, dass im thermischen Gleichgewicht ein Zustand mit einer Energie E besetzt ist, wird durch die *Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion*

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\xi}{kT}\right) + 1} \quad (1)$$

beschrieben. Dabei beschreibt ξ die *Fermische Grenzenergie*, k die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur.

2.2 Richardson-Gleichung

Die Sättigungsstromdichte wird durch die sogenannte *Richardson-Gleichung* [7] beschrieben. Sie lautet

$$j_S(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(\frac{-e_0 \Phi}{kT}\right). \quad (2)$$

2.3 Hochvakuum-Diode

Für die Messung des Sättigungsstromes ist eine Hochvakuum-Diode nötig, da sonst die freien Elektronen mit den Gasmolekülen wechselwirken würden.

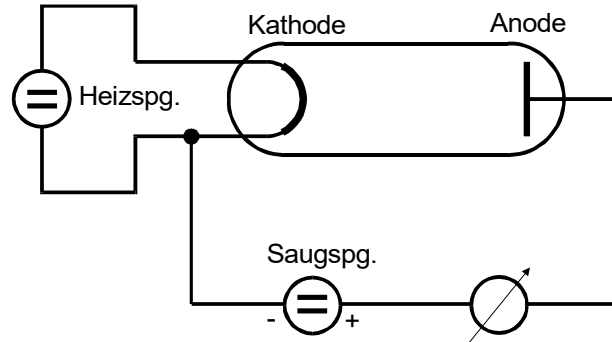


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer Hochvakuum-Diode

Innerhalb der Diode, dargestellt in Abbildung 2, wird durch die Anode ein elektrisches Feld angelegt, durch welches die Elektronen „abgesaugt“ werden. Die Elektronen werden durch die Heizspannung an der Kathode abgegeben.

2.4 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Wird der Anodenstrom bei einem Aufbau wie in Abbildung 2 gemessen, lässt sich feststellen, dass dieser abhängig von der Anodenspannung ist. Erst mit höherer Spannung erreichen annähernd alle Elektronen die Anode. Da es sich bei der Elektronenbewegung um eine beschleunigte Bewegung handelt, ist das Ohmsche Gesetz hier nicht gültig. Durch die beschleunigte Bewegung wird die Raumladungsdichte zur Anode hin geringer. Dadurch wird der Verlauf der Feldlinien, also der Feldstärke, beeinflusst. Hinzu kommt, dass durch diesen Effekt das Feld der Kathode abgeschirmt und dadurch die emittierten Elektronen nicht mehr vom Anodenfeld erfasst werden. Deshalb ist der gemessene Diodenstrom geringer als der erwartete Sättigungsstrom. Die Stromdichte lässt sich durch die sogenannte *Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung*

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e_0}{m_0}} \cdot \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad (3)$$

beschreiben. Der Gültigkeitsbereich wird *Raumladungsgebiet* genannt.

2.5 Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode

Selbst bei einer Anodenspannung von $U_A = 0$ lässt sich ein Anodenstrom messen. Dies wird durch die Eigengeschwindigkeit der Elektronen bei verlassen der Kathode erklärt. Selbst bei einem geringem Gegenfeld kommen einige Elektronen an der Anode an, weshalb

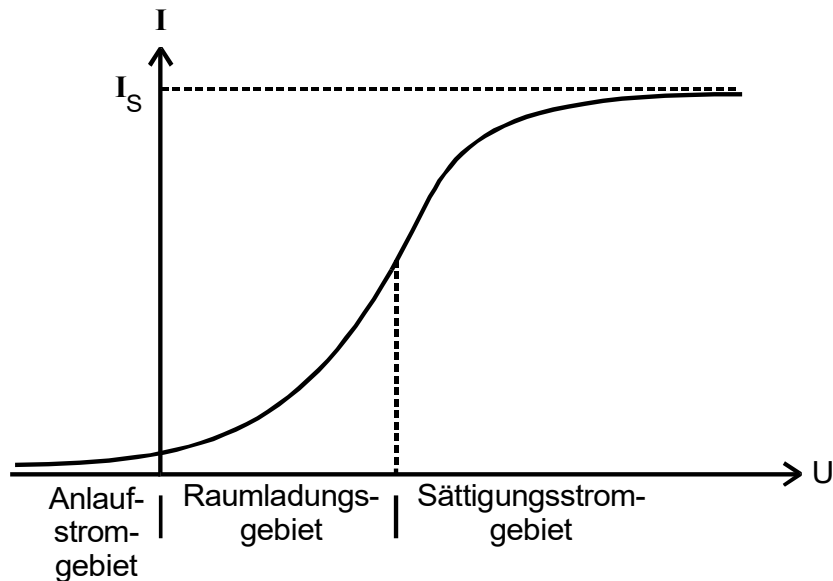
sie die Energie $E \geq e_0(\phi_A + U_A)$ haben müssen. Dieses Gegenfeld wird als Anlaufstrom bezeichnet. Der Verlauf des Anodenstromgebietes lässt sich durch

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e_0\phi_A + e_0 V}{kT}\right) = \text{const} \exp\left(-\frac{e_0 V}{kT}\right) \quad (4)$$

beschreiben.

2.6 Die Kennlinie der Hochvakuum-Diode

Abbildung 3: Kennlinie einer Hochvakuum-Diode



Durch die sogenannte Kennlinie lässt sich ein Zusammenhang zwischen der Stromdichte j/I_A und dem angelegten Potential grafisch darstellen. Eine theoretische Kennlinie würde wie in Abbildung 3 aussehen. Wie bereits in der Abbildung 3 zu erkennen, lässt sich diese Kurve in drei Bereiche einteilen. Das ist einmal das Anlaufstromgebiet, das Raumladungsgebiet ($\sim V^{\frac{3}{2}}$) und das Sättigungsstromgebiet.

3 Durchführung

3.1 Bestimmung der Kennlinien

Der genaue Versuchsaufbau wird in Abbildung 4 dargestellt. Im Aufbau im Labor wird der untere Teil durch ein einzelnes Bauteil zusammengefasst. Die Kathode der Diode wird dann durch den Heizstrom erwärmt, wodurch diese dann die Elektronen emittiert. Diese werden dann durch die Anodenspannung U_A zur Anode hin beschleunigt. Die Heizspannung wird maximal eingestellt und der Heizstrom wird auf 1,9A gestellt. Die

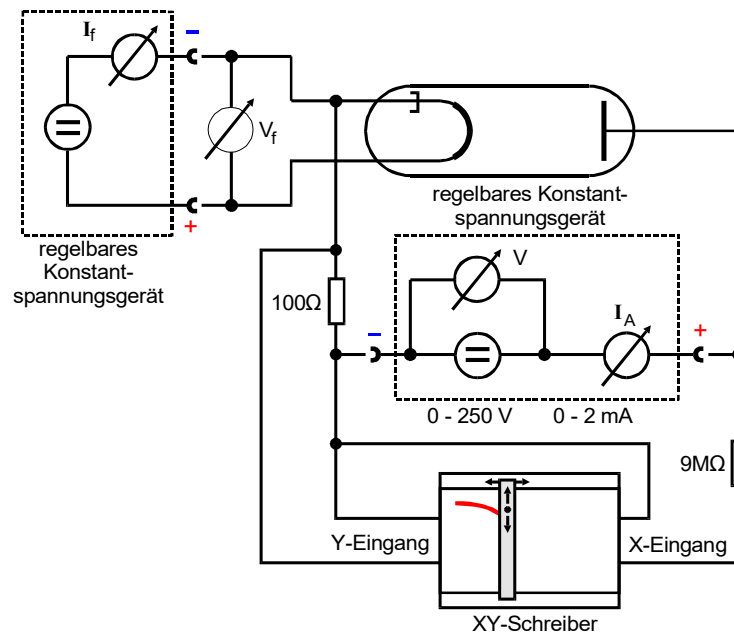


Abbildung 4: Schaltung zur Aufnahme von Diodenkennlinien [7].

Anodenspannung (Beschleunigungsspannung) wird dann von 0V auf 250V in Schritten hochgestellt. Dabei wird dann der Strom an der Anode abgelesen und notiert. Diese Messung wird für verschiedene Heizströme zwischen 1,9A und 2,4A durchgeführt

3.2 Aufnahme der Anlaufstromkurve

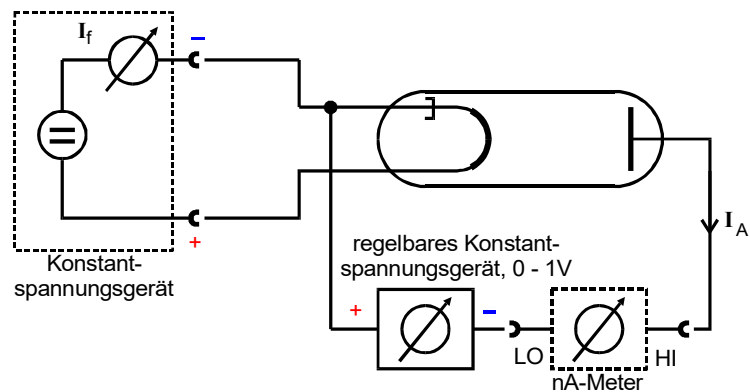


Abbildung 5: Schaltung zur Aufnahme einer Anlaufstromkurve [7].

Für diese Messung wird die Schaltung in Abbildung 5 nachgebildet. Es wird ein Heizstrom von 2,4A eingestellt und die Heizspannung wird maximal eingestellt. Die Gegenspannung wird nun von 0V bis 1V in Schritten hochgestellt und der absinkende Stromfluss wird am Messgerät abgelesen und notiert.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (5)$$

$$\text{Standartabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (6)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (7)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortpflanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (8)$$

5 Auswertung

5.1 Kennlinienschar

In Tabelle 1 sind die Messdaten der fünf Kennlinien aufgetragen.

Zur Bestimmung des Sättigungstroms I_S werden die Messdaten in Abbildung 6 graphisch dargestellt.

Der Sättigungstrom wird ab einer asymptotischen Entwicklung der Kennlinie abgelesen:

Kennlinie 1 : $I_S = 0,08 \text{ mA}$

Kennlinie 2 : $I_S = 0,15 \text{ mA}$

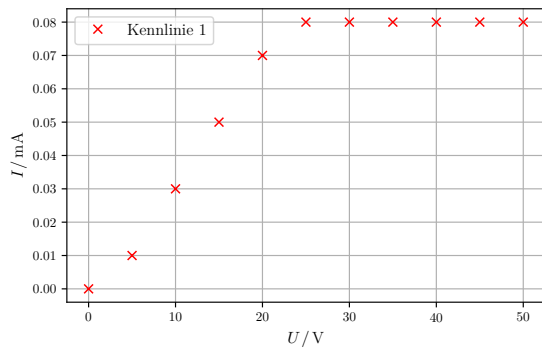
Kennlinie 3 : $I_S = 0,35 \text{ mA}$

Kennlinie 4 : $I_S = 0,75 \text{ mA}$

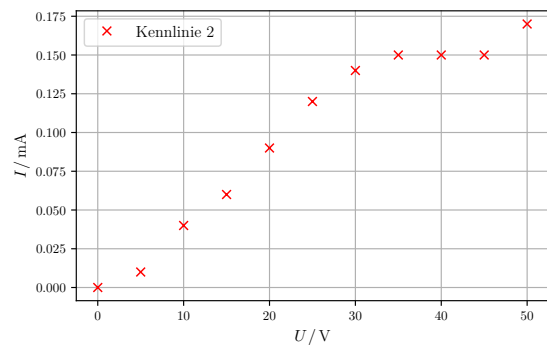
Kennlinie 5 : $I_S = 2,33 \text{ mA}$

Tabelle 1: Messwerte der fünf Kennlinien.

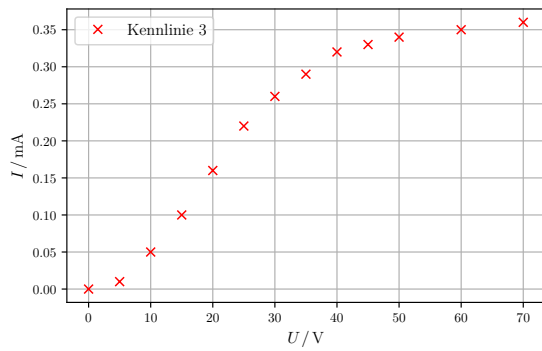
	$I_{\text{Heiz}} = 1,9 \text{ A}$	$I_{\text{Heiz}} = 2,0 \text{ A}$	$I_{\text{Heiz}} = 2,1 \text{ A}$	$I_{\text{Heiz}} = 2,2 \text{ A}$	$I_{\text{Heiz}} = 2,4 \text{ A}$
U / V	I / mA	I / mA	I / mA	I / mA	I / mA
0	0,00	0,00	0,00	0,000	0,00
5	0,01	0,01	0,01	0,020	0,03
10	0,03	0,04	0,05	0,050	0,10
15	0,05	0,06	0,10	0,100	0,18
20	0,07	0,09	0,16	0,200	0,26
25	0,08	0,12	0,22	0,290	0,37
30	0,08	0,14	0,26	0,370	0,48
35	0,08	0,15	0,29	0,450	0,60
40	0,08	0,15	0,32	0,510	0,72
45	0,08	0,15	0,33	0,570	0,86
50	0,08	0,17	0,34	0,620	0,99
60			0,35	0,690	1,25
70			0,36	0,730	1,48
80				0,750	1,68
90				0,760	1,89
100				0,770	2,07
110				0,841	2,33
120				0,780	2,33
130					2,43
140					2,50



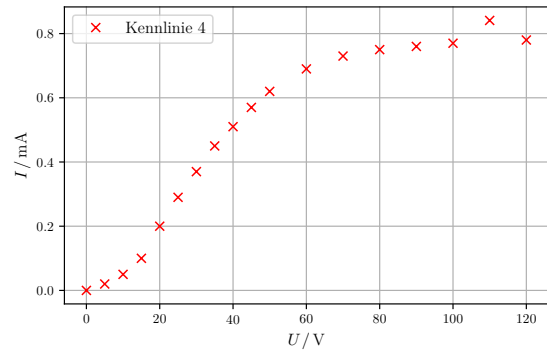
(a) Kennlinie 1 mit $I_{\text{Heiz}} = 1,9 \text{ A}$.



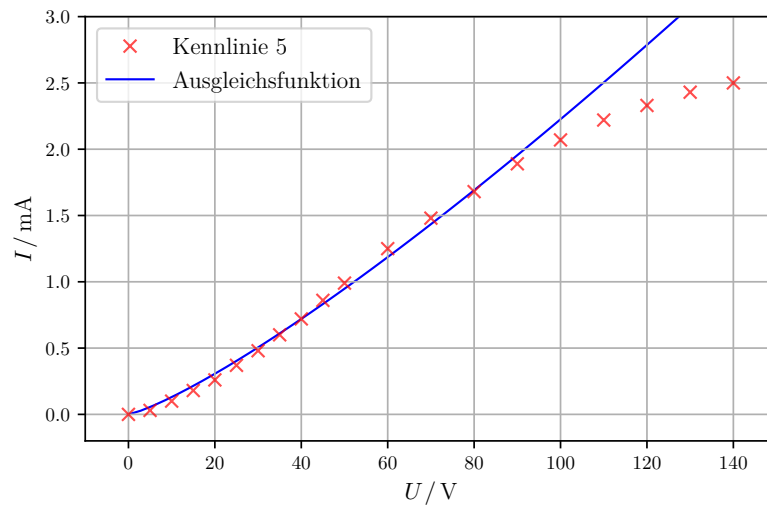
(b) Kennlinie 2 mit $I_{\text{Heiz}} = 2,0 \text{ A}$.



(c) Kennlinie 3 mit $I_{\text{Heiz}} = 2,1 \text{ A}$.



(d) Kennlinie 4 mit $I_{\text{Heiz}} = 2,2 \text{ A}$.



(e) Kennlinie 5 mit $I_{\text{Heiz}} = 2,4 \text{ A}$.

Abbildung 6: Die fünf Kennlinien mit den jeweils angelegten Heizströmen.

5.2 Raumladungsgesetz

Mithilfe des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes nach Gleichung 3 wird bei Kennlinie 5 eine Ausgleichsrechnung durchgeführt. Dabei werden der Faktor $\frac{1}{a^2}$ und der Exponent b als freie Parameter gewählt.

$$I = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e_0}{m_0}} \cdot \frac{U^b}{a^2}$$

Die dadurch bestimmten Parameter ergeben sich zu

$$a = (-17,5 \pm 1,1) \cdot 10^{-3}$$

$$b = (1,20 \pm 0,03).$$

Die sich so ergebende Funktion wird in Abbildung 6e eingezeichnet.

5.3 Anlaufstromgebiet

In Tabelle 2 sind die Messdaten des Anlaufstromgebietes eingetragen. Dabei wurde eine Heizspannung von $I_{\text{Heiz}} = 2,5 \text{ A}$ gewählt.

Tabelle 2: Messwerte des Anlaufstroms.

U / V	I / nA
0,00	13,0000
0,10	8,1000
0,20	4,6500
0,30	2,5000
0,40	1,2000
0,50	0,4500
0,60	0,4000
0,70	0,2000
0,80	0,0600
0,90	0,0230
0,96	0,0005

Mithilfe dieser Messdaten wird eine Ausgleichsrechnung nach Gleichung 4

$$I = a \cdot \exp\left(\frac{-e_0 U_{\text{kor}}}{k_B \cdot b}\right) \quad (9)$$

durchgeführt und in Abbildung 7 dargestellt. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Spannung aufgrund des Innenwiderstands von $R_i = 1 \text{ M}\Omega$ am Nanoamperemeter abfällt und daher zu $U_{\text{kor}} = U + I \cdot R_i$ korrigiert werden. Die Parameter ergeben sich dabei zu

$$a = (14,2 \pm 0,3) \text{ nA},$$

$$b = (2055 \pm 62) \text{ K}.$$

Dabei entspricht der Parameter b der gesuchten Temperatur $T = (2055 \pm 62) \text{ K}$.

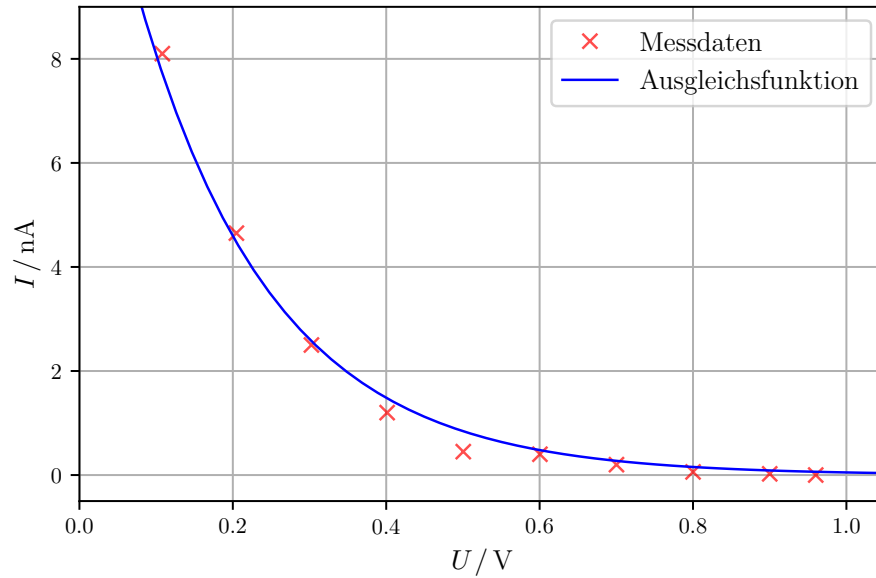


Abbildung 7: Das Anlaufstromgebiet bei einem Heizstrom von $I_{\text{Heiz}} = 2,5 \text{ A}$.

5.4 Kathodentemperatur

Die Kathodentemperatur T lässt sich aus einer Betrachtung der Leistungsbilanz bestimmen. Die zugeführte Leistung beträgt

$$N_{\text{zu}} = U_{\text{Heiz}} I_{\text{Heiz}}.$$

Diese wird über Wärmestrahlung und Wärmeleitung abgegeben. Die Wärmeleitung der Fadenhalterung wird durch $N_{\text{WL}} = 1 \text{ W}$ abgeschätzt.

Die Strahlungsleistung ergibt sich nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz zu

$$N_{\text{W}} = f \eta \sigma T^4.$$

Mit den Größen:

Kathodenoberfläche	$f = 0,32 \text{ cm}^2$
Emissionsgrad der Oberfläche	$\eta = 0,28$
Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante	$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \text{ K}^4}$

Aus dem Energiesatz folgt insgesamt

$$\begin{aligned} N_{\text{zu}} &= N_{\text{W}} + N_{\text{WL}} \\ \Leftrightarrow U_{\text{Heiz}} I_{\text{Heiz}} &= f \eta \sigma T^4 + N_{\text{WL}} \end{aligned}$$

Mit der daraus nach T umgeformten Gleichung

$$T = \sqrt[4]{\frac{U_{\text{Heiz}} I_{\text{Heiz}} - N_{\text{WL}}}{f \eta \sigma}}$$

ergeben sich die in Tabelle 3 dargestellten Werte für die Kathodentemperaturen.

Tabelle 3: Berechnete Temperaturen der Kathoden zu den verschiedenen Heizströmen und -spannungen.

$U_{\text{Heiz}} / \text{V}$	$I_{\text{Heiz}} / \text{A}$	T / K
4,5	1,9	1960,83
4,9	2,0	2037,39
5,0	2,1	2076,75
5,5	2,2	2159,16
6,2	2,4	2283,24

5.5 Austrittsarbeit des Kathodenmaterials

Zur Berechnung der Austrittsarbeit der Elektronen wird die Richardson-Gleichung 2.2 nach $e_0 \Phi$ umgestellt

$$W_A = e_0 \Phi = -T k_B \ln \left(\frac{j_S h^3}{4 \pi e_0 m_0 k_B^2 T^2} \right) \quad \text{mit} \quad j_S = \frac{I_S}{f}$$

als Sättigungsstromdichte, die durch den Sättigungsstrom durch die Kathodenoberfläche ausgedrückt werden kann.

Die sich somit ergebende Austrittsarbeit von Wolfram wird in Tabelle 4 angegeben.

Tabelle 4: Berechnete Austrittsarbeiten für Wolfram.

	W_A / eV	$W_A / \text{J} \cdot 10^{-19}$
Kennlinie 1	3,148	5,043
Kennlinie 2	3,142	5,034
Kennlinie 3	3,066	4,913
Kennlinie 4	3,074	4,925
Kennlinie 5	3,162	5,066

Damit ergibt sich für den Mittelwert und die Varianz der fünf Austrittsarbeiten zu

$$\overline{W_A} = (3,12 \pm 0,04) \text{ eV}.$$

6 Diskussion

6.1 Die Kennlinien

Die aufgenommenen Kennlinien in Abbildung 6 zeigen bei höherem Heizstrom einen Anstieg des gemessenen Stromes. Dies ist mit dem zuvor erklärten glühelektrischen Effekt vereinbar, wonach der bei höheren Heizströmen mehr Elektronen austreten. Im Vergleich mit der in Abbildung 3 dargestellten Theoriekurve zeigt sich eine große Ähnlichkeit mit den Kennlinien. Während bei den Kennlinien in den Kennlinien 6a - 6b sich ein deutlicher Sättigungsstrom einstellt, lässt sich in den Kennlinien 6c - 6e höchstens annähernd eine Asymptote ablesen. Bei ausreichend vielen Messdaten stelle sich mithilfe einer Extrapolation und einem dadurch bestimmten Wendepunkt eine bessere Möglichkeit dar, den Sättigungsstrom zu finden.

6.2 Überprüfung des Raumladungsgesetzes

Um das Raumladungsgesetz aus Gleichung 3 zu kontrollieren, wird der Exponent abgeschätzt und mit der Theorie verglichen. Nach der Messung ergibt sich der Exponent zu $b = 1,232 \pm 0,031$, was eine Abweichung von 18 % vom Wert $b = 1,5$ darstellt. Die hohe Abweichung schließt auf die Empfindlichkeit des Gerätes beim Einstellen, denn bereits geringe Veränderungen am Spannungsrad oder Bewegungen außerhalb der Hochvakuum-Diode tragen merklich zur Messgenauigkeit bei.

6.3 Anlaufstromgebiet

Die berechnete Temperatur $T = (2055 \pm 62) \text{ K}$ liegt innerhalb des angegebenen Intervalls von 1000 – 3000 K. Der Verlauf des Anlaufstroms in Abbildung 7 ist wie zu erwarten exponentiell und hat Ähnlichkeit mit dem Raumladungsgebiet des theoretischen Verlaufs in Abbildung 3. Dabei ist anzumerken, dass die gemessene Kurve fällt, weil die Gegenspannung positiv aufgetragen wurde.

6.4 Kathodentemperatur

Wie auch die Stromverläufe bei den Kennlinien, steigt die Temperatur der Kathode mit höherem Heizstrom an und liegt im erwarteten Intervall. Fehlerquellen stellen dabei abgeschätzte Größen wie Kathodenoberfläche, deren Emissionsgrad sowie die Wärmeleitung der Fadenhalterung im Bereich $N_{\text{WL}} = 0,9$ bis $1,0 \text{ W}$.

6.5 Austrittsarbeit von Wolfram

Die ermittelte Austrittsarbeit von Wolfram beträgt $\overline{W_A} = (3,12 \pm 0,04) \text{ eV}$, dieser weicht 31 % vom Literaturwert $W_{\text{A, Lit}} = 4,55 \text{ eV}$ [3, S. 14] ab. Erneut liegen die Fehlerquellen in dem Abschätzen der zuvor genannten Größen und den daraus fehlerbehafteten Temperaturen.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Horst Kuchling. *Tabellen zur Quantenphysik*. 2019. URL: http://vel4lib.de/56740X/daten/pdf_tabs/q.pdf (besucht am 18.04.2022).
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [6] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [7] *Versuchsanleitung „Thermische Elektronenemission“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.