

V703

## **Das Geiger-Müller-Zählrohr**

Toby Teasdale	Erich Wagner
toby.teasdale@tu-dortmund.de	erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.05.22	Abgabe: 10.05.22
------------------------	------------------

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Aufbau und Funktionsweise . . . . .	3
2.2 Totzeit und Nachentladungen . . . . .	5
2.3 Charakteristik des Zählrohres . . . . .	5
<b>3 Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4 Fehlerrechnung</b>	<b>7</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1 Charakteristik des Geiger-Müller-Zählrohrs . . . . .	7
5.2 Bestimmung der Nachentladungszeit . . . . .	9
5.3 Bestimmung der Totzeit . . . . .	9
5.4 Freigesetzte Ladungen . . . . .	11
<b>6 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>14</b>

# 1 Ziel

Im Folgenden wird die Charakteristik eines Geiger-Müller-Zählrohres erstellt. Außerdem wird die Totzeit und der Zählrohrstrom bestimmt.

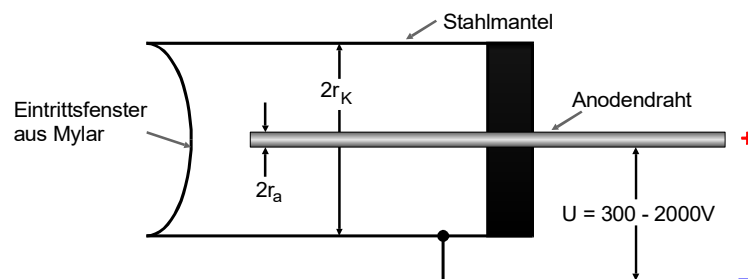
## 2 Theorie

Ein Geiger-Müller-Zählrohr ist eine Apparatur, mit der die Intensität ionisierter Strahlung gemessen werden kann. Im folgenden werden Aufbau, Charakteristik und Totzeit erklärt.

### 2.1 Aufbau und Funktionsweise

Ein schematischer Aufbau ist in Abbildung 1 dargestellt.

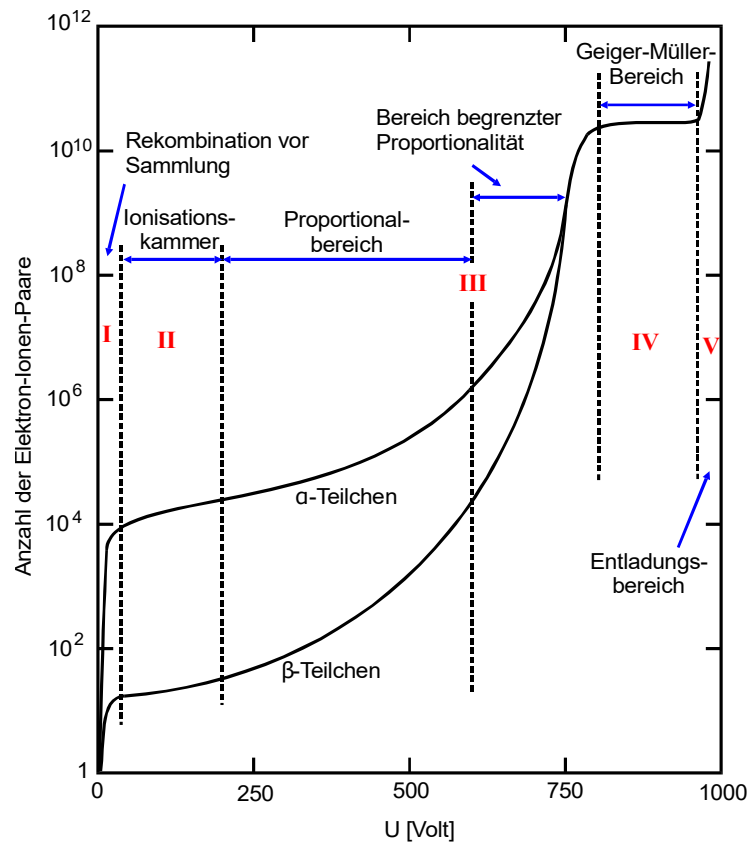
**Abbildung 1:** Schematischer Aufbau eines Zählrohres



Im Wesentlichen besteht das Zählrohr aus einem Kathodenzyylinder und einem Anodendraht im Inneren. Dabei ist der Zylinder mit einem Gasgemisch befüllt. Wird eine äußere Spannung angelegt, bildet sich ein radialsymmetrisches Feld zwischen Kathode und Anode. Das Feld hat den Wert

$$E(r) = \frac{U}{r \ln(r_k/r_a)}. \quad (1)$$

Um nun ionisierte Strahlung messen zu können, müssen also diese Teilchen in das Zählrohr eintreten. Dabei wird sich das Teilchen durch Ionisationsakte so lange durch die Röhre bewegen, bis die Energie aufgebraucht ist. Dadurch werden im Inneren Elektronen und Ionen frei. Beim Auftreffen auf der Anode werden dann elektrische Impulse erzeugt. Diese lassen sich messen und somit Rückschlüsse auf die Strahlung geben. Jedoch sind die Vorgänge innerhalb des Zählrohres stark abhängig von der angelegten Spannung.



**Abbildung 2:** Anzahl der erzeugten Elektron-Ionenpaare als Funktion der Spannung  $U$  bei einem Proportionalzählrohr.

Dieses ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt. Ist die Spannung gering, geht bereits vor dem Erreichen der Elektronen ein Großteil durch Rekombination verloren. Wird die Spannung erhöht, sind die Wahrscheinlichkeit für Rekombination drastisch ab (Bereich 1). Bereich 2 kann also bereits verwendet werden um hohe Strahlungsintensitäten zu messen. So eine Apparatur wird üblicherweise *Ionisationskammer* genannt. In Bereich 3 sind die freigesetzten Elektronen bereits so Energiereich, dass sie durch *Stoßionisation* Atome aus dem Gasgemisch (Argon) ionisieren können. Dadurch entstehen wiederum Elektronen. Es wird von einer lawinenartigen Zunahme an Elektronen gesprochen, auch *Townsend-Lawine* genannt. Nun sind die Ladungen so groß, dass sie als Ladungsimpulse gemessen werden können. Dabei ist die Ladung  $Q$  proportional zur Energie des Primärteilchens, weshalb so ein Detektor auch als Proportionalzählrohr bezeichnet wird. Wird eine Spannung angelegt, die über diesem Bereich liegt, wird die Ladung  $Q$  unabhängig von der Primärionisation. Dieser Bereich wird als *Auslösebereich* bezeichnet (siehe Bereich 4). Dabei handelt es sich um den Arbeitsbereich eines Geiger-Müller-Zählrohres. Durch die Entstehung von UV-Photonen, die ebenfalls Elektronen auslösen können, kommt es nicht nur zu lokalen, senkrechten Elektronenlawinen, sondern nun entstehen sie überall im Zählrohr. Aufgrund der Unabhängigkeit von der Primärionisation, kann dieser Bereich nur für die Messung von Intensität genutzt werden. Eine Energiemessung ist also nicht mehr möglich. Wird die Spannung darüber hinaus erhöht, wird für einzelne Teilchen ein Zustand der Dauerentladung

erzeugt (Bereich 5). Dies zerstört durch die hohen Stromdichten schnell das Zählrohr.

## 2.2 Totzeit und Nachentladungen

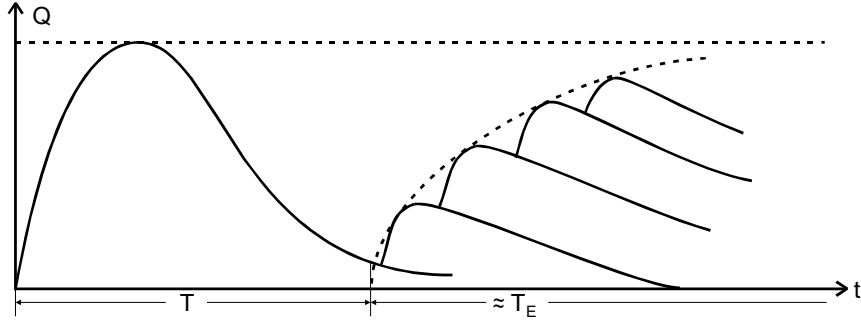


Abbildung 3: Tot- und Erholzeit eines Zählrohrs.

Durch die große Masse der positiven Ionen, halten sie sich viel länger im Innenraum auf. Dadurch wird vorübergehend eine positive, radialsymmetrische Raumladung aufgebaut. Dieses wird als *Ionenschlauch* bezeichnet. In dieser Zeit  $T$  ist ein eintreffendes Teilchen nicht messbar. Deshalb wird diese Zeit  $T = T_{\text{Tot}}$  auch *Totzeit* genannt. Werden die Ionen neutralisiert, folgt eine Erholungszeit  $T_{\text{Erh}}$ . Schematisch ist dies in Abbildung 3 dargestellt. Die Totzeit lässt sich durch die Zwei-Quellen-Methode mit der Gleichung

$$T_{\text{Tot}} \approx \frac{N_1 + N_2 - N_{1+2}}{2N_1N_2} \quad (2)$$

annähern. Dabei sind  $N_i$  die Zählraten der Impulse verschiedener Quellen. Um die Nachentladungen zu reduzieren, wird ein Alkoholzusatz in das Gasgemisch beigefügt. Dieser neutralisiert die Ionen und reduziert die Elektronenlawinen der positiven Ionen.

## 2.3 Charakteristik des Zählrohrs

Werden die gemessene Teilchenzahl  $N$  bei konstanter Strahlungsintensität gegen die angelegte Spannung in einem Diagramm aufgetragen, ergibt sich ein Diagramm wie in Abbildung 4. Dieses Diagramm wird auch *Charakteristik des Zählrohrs* genannt. Das Plateau beginnt mit der Spannung  $U_E$ . Das Plateau sollte idealerweise die Steigung null haben, jedoch entsteht durch die Nachentladungen (siehe Kapitel 2.2) eine leichte Steigung. Nach dem Plateau entsteht die Dauerentladung der Ionen. Über den gemessenen Strom an der Anode lässt sich mit der Gleichung

$$Z = \frac{I}{eN} \quad (3)$$

die freigesetzten Ladungen berechnen. Dabei ist  $Z$  die gemessene Teilchenzahl,  $e$  die Elementarladung und  $N$  die Impulsrate.

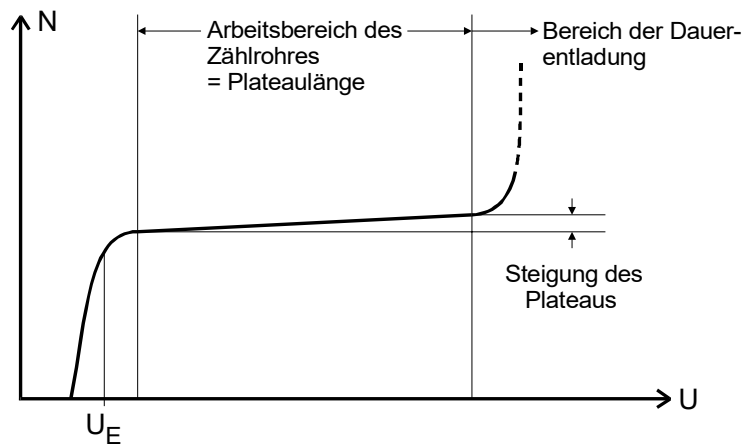


Abbildung 4: Charakteristik eines Zählrohrs.

### 3 Durchführung

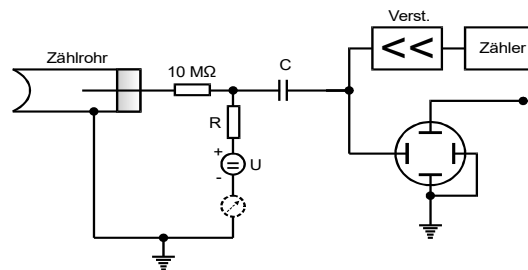


Abbildung 5: Schematischer Aufbau der Messapertur

Zunächst wird vom Praktikumsbetreuer die Probe in den Aufbau aus Abbildung 5 eingesetzt. Als Probe wird Ti-204 verwendet. Dann werden alle 120 Sekunden jeweils die Impulse und die Stromstärke abgelesen. Nach jeden 120 Sekunden wird die Spannung um 10 V erhöht. Die Messung wird im Bereich 330 V bis 700 V durchgeführt. 700 V ist dabei die obere Grenze, da sonst der Bereich der Dauerentladung erreicht werden würde und so das Zählrohr Schaden nehmen würde.

## 4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (4)$$

$$\text{Standartabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (5)$$

Dabei entspricht  $N$  der Anzahl an Werten und  $x_i$  ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (6)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortpflanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (7)$$

## 5 Auswertung

Im Folgenden wird die Charakteristik des Geiger-Müller-Zählrohrs anhand von gemessenen Impulsen in Abhängigkeit der angelegten Betriebsspannung bestimmt und anschließend mithilfe des Zählerstroms die Proportionalität der freigesetzten Ladungen dargestellt.

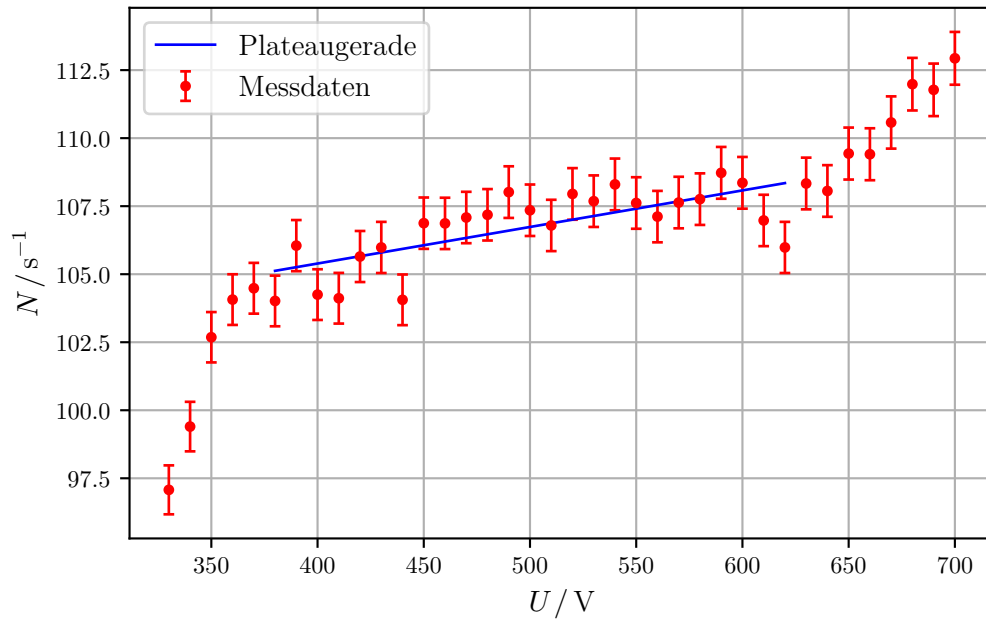
### 5.1 Charakteristik des Geiger-Müller-Zählrohrs

Die gemessenen Daten dieses Versuchs sind Tabelle 1 dargestellt

**Tabelle 1:** Messdaten der Kennlinie des Geiger-Müller-Zählrohrs.

$U / \text{V}$	$n$	$I / \mu\text{A}$	$U / \text{V}$	$n$	$I / \mu\text{A}$
330	11649	0,20	520	12954	0,62
340	11928	0,20	530	12922	0,65
350	12322	0,20	540	12996	0,70
360	12488	0,21	550	12914	0,75
370	12538	0,21	560	12854	0,75
380	12482	0,20	570	12916	0,80
390	12726	0,25	580	12931	0,80
400	12510	0,35	590	13047	0,90
410	12494	0,40	600	13003	0,90
420	12678	0,40	610	12837	0,95
430	12718	0,40	620	12718	0,95
440	12487	0,41	630	13000	1,00
450	12825	0,50	640	12967	1,00
460	12824	0,55	650	13132	1,00
470	12850	0,55	660	13129	1,10
480	12862	0,60	670	13269	1,10
490	12962	0,60	680	13438	1,10
500	12882	0,60	690	13413	1,10
510	12815	0,61	700	13552	1,15

In Abbildung 6 wird die Impulsrate  $N$  gegen die Betriebsspannung  $U$  aufgetragen.



**Abbildung 6:** Die Impulsrate  $N / \text{s}^{-1}$  pro Spannung  $U$ . Die lineare Ausgleichsgerade, liegt im Plateaubereich bei einer Spannung von 380 V – 620 V.



Bei einer Integrationszeit von  $\Delta t = 120 \text{ s}$  ergibt sich für die Impulsrate und für den Fehler der Poisson-Verteilung der Impulse  $n$

$$N = \frac{n \pm \Delta n}{\Delta t} = N' \pm \Delta N \quad \text{mit} \quad \Delta n = \sqrt{n}. \quad (8)$$

Für die Ausgleichsgerade des Plateaubereichs mit der Geradengleichung

$$N = a \cdot U + b$$

ergeben sich die Parameter

$$a = (0,013 \pm 0,003) \frac{1}{\text{V}} \quad \text{und} \\ b = 100,02 \pm 1,42.$$

Für die Güte des Geiger-Müller-Zählrohrs ergibt sich aus der Plateau-Steigung  $M$  in percent pro 100 V

$$M = 1 - \frac{a \cdot 400 \text{ V} + b}{a \cdot 500 \text{ V} + b} = (1,26 \pm 0,25) \% \text{ pro } 100 \text{ V}$$

mit dem Fehler nach Gleichung 7

$$\Delta M = \sqrt{\left( \frac{b \cdot 100 \text{ V}}{(a \cdot 500 \text{ V} + b)^2} \cdot \Delta a \right)^2 + \left( -\frac{a \cdot 100 \text{ V}}{(a \cdot 500 \text{ V} + b)^2} \cdot \Delta b \right)^2},$$

## 5.2 Bestimmung der Nachentladungszeit

Um den zeitlichen Abstand zwischen Primär- und Nachentladungsimpulsen zu bestimmen, werden die Impulse auf einem Oszilloskop wie in Abbildung 7 zu erkennen dargestellt.

Dafür wird die Spannung soweit verringert, bis kein weiterer Impuls zu sehen ist. Nachdem die Spannung auf 700 V erhöht wird, werden Nachentladungen in Form von Impulsen sichtbar. Die Nachentladungszeit wird von Peak zu Peak abgelesen und ergibt ungefähr

$$T_{\text{Nachentladung}} \approx 5,8 \cdot 50 \mu\text{s} = 290 \mu\text{s}.$$

## 5.3 Bestimmung der Totzeit

Die Bestimmung der Totzeit erfolgt durch die folgenden zwei Methoden.

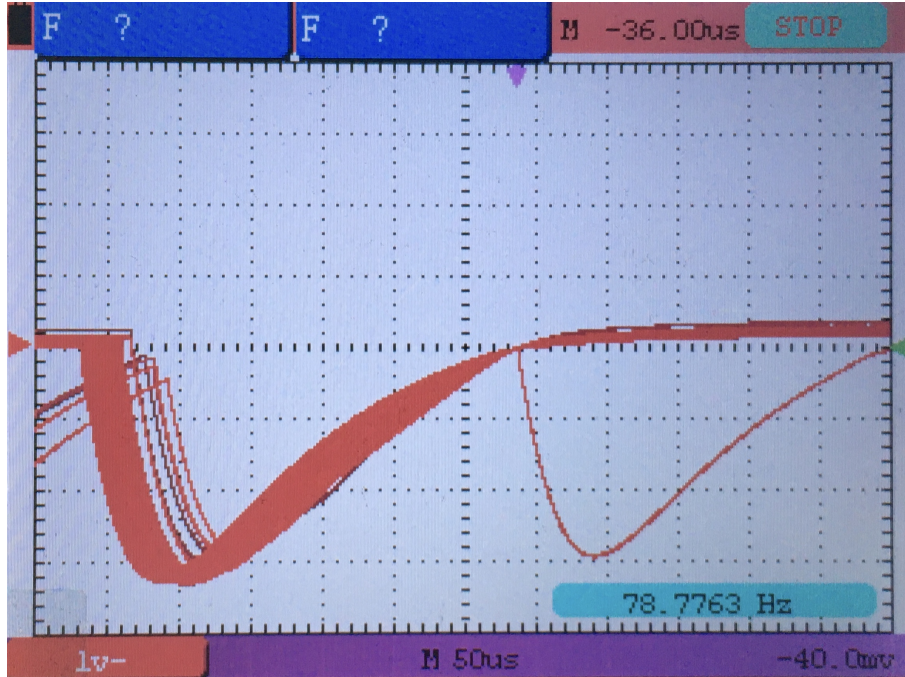


Abbildung 7: Primär und Nachentladungen bei  $U = 700 \text{ V}$ .

### Zwei-Quellen-Methode

Für die Zwei-Quellen-Methode ergeben sich die Impulsraten nach Gleichung 8 zu

$$N_1 = \frac{1334 \pm 37}{120\text{s}}, \quad N_2 = \frac{21994 \pm 148}{120\text{s}}, \quad N_{1+2} = \frac{23182 \pm 152}{120\text{s}}$$

damit ergibt sich nach Gleichung 2 die Totzeit zu

$$T_{\text{Quell}} \approx (300 \pm 400) \mu\text{s} \quad (9)$$

mit dem Fehler nach Gleichung 7

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{N_{1+2} - N_2}{2N_1^2 N_2} \cdot \Delta N_1\right)^2 + \left(\frac{N_{1+2} - N_1}{2N_1 N_2^2} \cdot \Delta N_2\right)^2 + \left(-\frac{1}{2N_1 N_2} \cdot \Delta N_{1+2}\right)^2}.$$

### Oszilloskop-Methode

In Abbildung 7 kann neben der Nachentladungszeit auch die Totzeit abgelesen werden, indem wie in Abbildung 3 dargestellt der zeitliche Abstand zwischen Peak und Aufstieg des nächsten Impulses abgelesen. Für die Totzeit ergibt sich daraus

$$T_{\text{Osz}} \approx 4,8 \cdot 50 \mu\text{s} = 240 \mu\text{s}.$$

## 5.4 Freigesetzte Ladungen

Nach Gleichung 3 werden die freigesetzten Ladungen pro einfallendem Teilchen berechnet. Auch hier ergibt sich ein Fehler der einfallenden Teilchen  $Z$  nach Gleichung 7

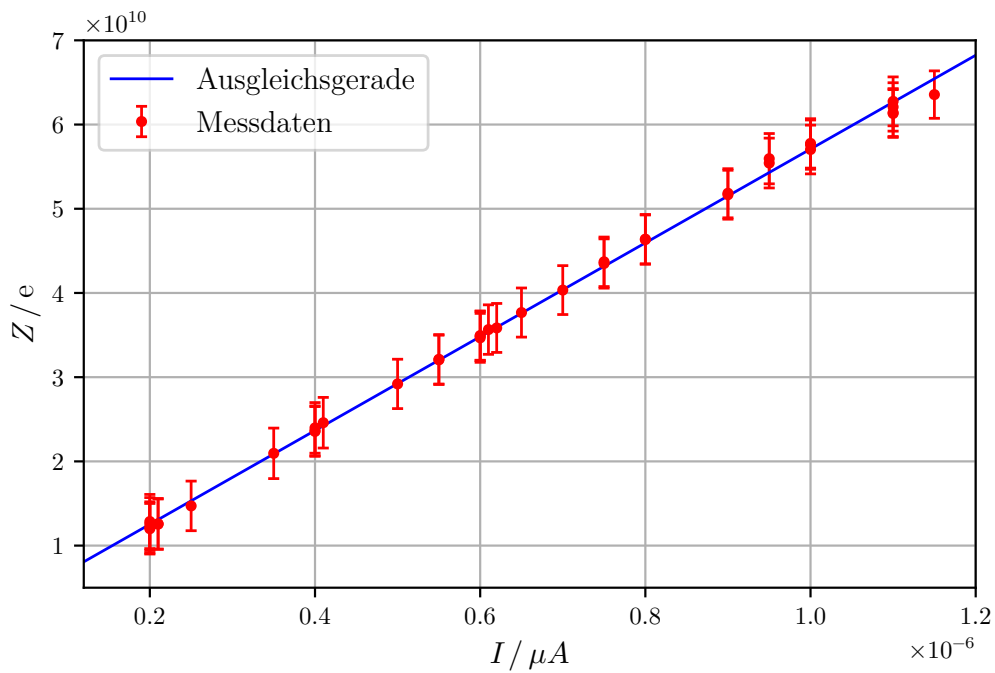
$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{1}{eN} \cdot \Delta I\right)^2 + \left(\frac{1}{eN^2} \cdot \Delta N\right)^2},$$

wobei der Fehler des gemessenen Stroms bei  $\Delta I = 0,05 \mu\text{A}$  liegt.

In Abbildung 8 werden die berechneten freigesetzten Ladungen graphisch dargestellt und aus der Vielzahl an Messdaten aus Tabelle 1 für zehn Werte tabellarisch in Tabelle 2 aufgetragen.

**Tabelle 2:** Die aus den Anodenströmen und Impulsraten resultierenden freigesetzten Ladungen für zehn exemplarische Werte.

$I / \mu\text{A}$	$N / \text{s}^{-1}$	$Z / e \cdot 10^{-10}$
$2.0 \pm 0,05$	$102.7 \pm 0.9$	$1,22 \pm 0,30$
$3.5 \pm 0,05$	$104.2 \pm 0.9$	$2,10 \pm 0,30$
$4.1 \pm 0,05$	$104.1 \pm 0.9$	$2,46 \pm 0,30$
$5.0 \pm 0,05$	$106.9 \pm 0.9$	$2,92 \pm 0,29$
$6.0 \pm 0,05$	$108.0 \pm 0.9$	$3,47 \pm 0,29$
$7.0 \pm 0,05$	$108.3 \pm 1.0$	$4,03 \pm 0,29$
$8.0 \pm 0,05$	$107.8 \pm 0.9$	$4,63 \pm 0,29$
$9.0 \pm 0,05$	$108.4 \pm 1.0$	$5,18 \pm 0,29$
$1.00 \pm 0,05$	$109.4 \pm 1.0$	$5,70 \pm 0,29$
$1.15 \pm 0,05$	$112.9 \pm 1.0$	$6,36 \pm 0,28$



**Abbildung 8:** Die freigesetzten Ladungen  $Z$  pro Zählerstrom  $I$ .

Für die Ausgleichsgerade dieser Werte mit der Geradengleichung

$$Z = a \cdot I + b$$

ergeben sich die Parameter

$$a = (5,570 \pm 0,003) \cdot 10^{16} \frac{1}{\mu A} \quad \text{und} \\ b = (0,139 \pm 0,020) \cdot 10^{10}.$$

## 6 Diskussion

Im Plateaubereich von 380 – 620 V ergibt sich schließlich die für das Zählrohr

charakteristische Steigung  $M = (1,26 \pm 0,25) \% \text{ pro } 100 \text{ V}.$

In Abbildung 6 wird zudem deutlich, dass die Betriebsspannung unterhalb von 700 V zu halten ist, damit der Entladungsbereich des Zählrohrs nicht erreicht wird und es beschädigt.

Die beiden Totzeiten

$$T_{\text{Quell}} \approx (300 \pm 400) \mu s \quad \text{und} \\ T_{\text{Osz}} \approx 240 \mu s.$$

weichen 20 % von einander ab. Dabei ist anzumerken, dass der große Fehler von  $T_{\text{Quell}}$  auf unzureichende Strahlungsquellen zurückzuführen ist. Der Fehler minimiert sich bei ausreichend starken Quellen, sodass  $N_1 + N_2 \gg N_{1+2}$  gilt. Beide Totzeiten liegen jedoch in dem typischen Bereich von  $10^{-4} - 10^{-5}$  s eines Geiger-Müller-Zählrohrs.

In Abbildung 8 wird ein proportionaler Zusammenhang zwischen freigesetzten Ladungen  $Z$  pro einfallendem Teilchen  $n$  und gemessenem Strom  $I$  deutlich.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.