

US3

Doppler-Sonographie

Toby Teasdale
toby.teasdale@tu-dortmund.de

Erich Wagner
erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.05.2022

Abgabe: 24.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	4
3.1	Technische Daten	4
3.2	Aufbau	4
3.3	Durchführung	4
4	Fehlerrechnung	5
5	Auswertung	5
5.1	Vorbereitungsaufgabe	5
5.2	Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit	6
5.3	Bestimmung des Strömungsprofils	7
6	Diskussion	9
6.1	Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit	9
6.2	Bestimmung des Strömungsprofils	9
6.3	Fehlerquellen	10
	Literatur	10

1 Ziel

In diesem Versuch sollen Strömungen auf ihre charakteristischen Eigenschaften mittels dem sogenannten Impuls-Echo-verfahren untersucht werden.

2 Theorie

Das menschliche Gehör ist in der Lage im Frequenzbereich von circa 16 Hz bis circa 20 kHz zu hören. Im Bereich von 20 kHz bis 1 GHz wird von *Ultraschall* gesprochen und bei Frequenzen darüber von *Hyperschall*. Unter der Hörschwelle wird von *Infraschall* gesprochen. Der *Doppler-Effekt* beschreibt die Änderung der Frequenz, wenn sich ein Beobachter und Schallquelle relativ zu einander bewegen. Die Frequenz lässt sich durch

$$\nu_{kl/gr} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}} \quad (1)$$

beschreiben. Befindet sich die Schallquelle in Ruhe, bewegt sich also nicht vom Beobachter weg (oder hin), gilt

$$\nu_{h/n} = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (2)$$

Von Interesse ist der Doppler-Effekt auch in Anwendungen wie der Ultraschalltechnik, dargestellt in Abbildung (1). Da bewegte Objekte, wie beispielsweise Blutkörperchen, durch den Dopplereffekt in der Frequenz ν_0 verschoben werden, liegt hier der Fall aus Gleichung (2) vor. Durch den Winkel, den der Beobachter/Empfänger einstellen kann, berechnet sich die Frequenzverschiebung über

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{v}{c} (\cos(\alpha) + \cos(\beta)). \quad (3)$$

Da die beiden Winkel bei dem Impuls-Echo-Verfahren identisch sind, vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \frac{v}{c} \cos(\alpha). \quad (4)$$

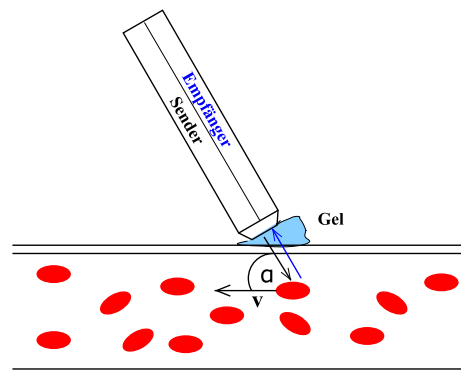


Abbildung 1: Die Doppler-Sonographie. [6]

Die Erzeugung von Ultraschall ist über verschiedene Wege möglich. Ein Weg ist die Anwendung des reziproken *piezo-elektrischen Effektes*. Dafür wird ein piezoelektrischer Kristall in ein elektrisches Wechselfeld gegeben, sodass dieser zu Schwingungen angeregt wird. Bei Schwingungen strahlt dieser dann Ultraschallwellen ab. Wird die Anregungsfrequenz so gewählt, dass die Eigenfrequenz des Kristalls getroffen wird, entsteht der Resonanzfall. Dabei können große Amplituden und Schallenergiedichten erzeugt werden. Der Kristall, meistens ein Quarz, kann auch als Empfänger genutzt werden.

3 Durchführung

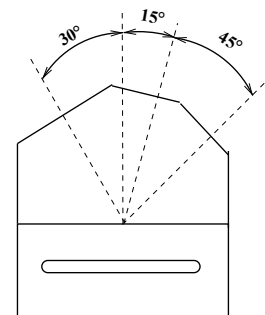
3.1 Technische Daten

Im Folgenden werden zunächst die technischen Daten der einzelnen Komponenten etc aufgelistet:

Dopplerphantomflüssigkeit:	$\rho = 1,15\text{g/cm}^3$	Dichte
	$c_L = 1800\text{m/s}$	Schallgeschwindigkeit
	$\nu = 12\text{mPa s}$	Viskosität
Dopplerprisma:	$c_P = 2700\text{m/s}$	Schallgeschwindigkeit
	$l = 30,7\text{mm}$	Länge der Vorlaufstrecke
Strömungsrohre:	Innendurchmesser	Außendurchmesser
	7mm	10mm
	10mm	15mm
	16mm	20mm

3.2 Aufbau

Der Aufbau besteht aus einem Flüssigkeitskreislauf, an dem eine Zentrifugalpumpe angeschlossen ist. Die Pumpe erzeugt die Strömung innerhalb der Strömungsrohre. Die Geschwindigkeit des Durchflusses kann stufenlos durch die Pumpleistung geregelt werden. Innerhalb der Rohre befindet sich die Dopplerphantomflüssigkeit. In diesem Kreislauf sind verschiedene Rohrstücke mit verschiedenen Durchmessern eingebaut, siehe dafür Kapitel 3.1. Auf diese Rohrstücke wird jeweils ein Dopplerprisma aus Acryl montiert. Wie in der Abbildung 2 zu erkennen, lassen sich darauf drei Winkel einstellen. Die Kontaktflächen werden vorher mit einem speziellen Gel bedeckt. Das dient der besseren Übertragung der Ultraschallwellen. Es wird eine Schallfrequenz ν_0 eingestellt. Die Sonde ist indirekt mit dem Computer verbunden. Dort lässt sich direkt über das Programm „FlowView“ die Messwerte ablesen.



3.3 Durchführung

Zunächst wird der Laptop angeschaltet, um das Programm „FlowView“ zu verwenden. Dann wird die maximale Leistung des Motors aufgeschrieben, die in diesem Falle bei 9000 Umdrehungen lag. Der Prisma und die Sonde wird mit dem Gel

Abbildung 2: Das Dopplerprisma. [6]

benutzt. Schließlich wird das Gerät der Sonde eingeschaltet und für die erste Messung wird das „SAMPLE VOLUME“ auf HIGH gestellt. Es wird dann für verschiedene Flussgeschwindigkeiten bei den drei Winkeln am Prisma eine Messung durchgeführt und bei Flowview ein Screenshot erstellt, woraus sich dann die Messwerte für die Auswertung extrahieren lassen. Dies wird für verschiedene Anteile der Maximalleistung durchgeführt.

Bei der zweiten Messreihe wird das das SAMPLE VOLUME auf SMALL gestellt. Die Messtiefe wird über den Regler Depth geregelt. Diese Messung wird jeweils für 75 % der Messtiefe und 45 % durchgeführt.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (5)$$

$$\text{Standartabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (6)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (7)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortplanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (8)$$

5 Auswertung

Im Folgendem wird anhand eines Strömungsrohres die Fließgeschwindigkeit und das Strömungsprofil als Funktion des Dopplerwinkels untersucht.

5.1 Vorbereitungsaufgabe

Die Dopplerwinkel berechnen sich nach der Formel

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin\left(\sin\theta \frac{c_L}{c_P}\right). \quad (9)$$

Daraus folgt für die drei Prismenwinkel die Dopplerwinkel in Tabelle 1.

Tabelle 1: Der Dopplerwinkel zu dem jeweiligen Prismenwinkel.

θ	α
15 °	80,06 °
30 °	70,53 °
45 °	54,74 °

5.2 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit

Wie in Tabelle 2 dargestellt, werden aus den Messdaten die Frequenzverschiebung $\Delta\nu = \nu_{\text{Mittel}} - \nu_{\text{max}}$ berechnet und gegen die Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen. Dabei wird von einer Maximalleistung von $P_{\text{max}} = 9000 \text{ W} = 10 \text{ L/min}$ ausgegangen, nach der die Leistung der Zentrifugalpumpe prozentual variiert wird.

Tabelle 2: Die aus den Messdaten errechneten Frequenzverschiebungen für drei Prismenwinkel.

$P / \%$	$\Delta\nu / \text{Hz}$		
	15 °	30 °	60 °
33	34	-45	45
50	60	-124	74
66	140	-186	192
83	202	-377	321
100	221	-552	803

Hierbei ist anzumerken, dass der Prismenwinkel bei $\theta = 30^\circ$ aufgrund der Durchschallungsrichtung negative Frequenzverschiebungen hervorbringt, weswegen im Folgenden nur der Betrag $|\Delta\nu|$ betrachtet wird. Die Strömungsgeschwindigkeit ergibt sich mithilfe von Gleichung 4 zu

$$v = \frac{|\Delta\nu| \cdot c}{2\nu_0 \cdot \cos(\alpha)} \quad (10)$$

mit der verwendeten Ultraschallsonde $\nu_0 = 2 \text{ MHz}$. Die daraus resultierenden Strömungsgeschwindigkeiten sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Die aus den Messdaten errechneten Frequenzverschiebungen für drei Prismenwinkel.

$P / \%$	v / ms^{-1}		
	15 °	30 °	60 °
33	0,148	0,101	0,096
50	0,261	0,279	0,249
66	0,608	0,418	0,417
83	0,877	0,848	0,731
100	0,960	1,241	1,043

Nun wird das Verhältnis von $\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit ν in den folgenden Tabellen aufgetragen.

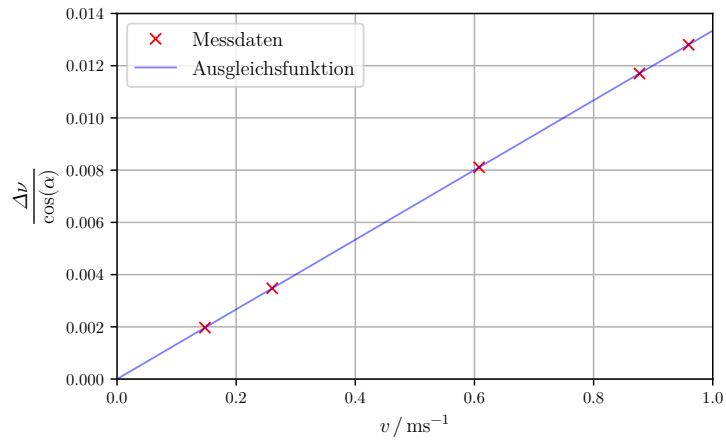
5.3 Bestimmung des Strömungsprofils

Zur Untersuchung des Strömungsprofils wird bei einem Prismenwinkel von $\theta = 15^\circ$ für zwei Leistungen der Zentrifugalpumpe die Strömungsgeschwindigkeit und Streuintensität gemessen. Dabei entspricht eine Messtiefe von $4\text{ }\mu\text{s}$ in der Dopplerflüssigkeit 10 mm , wodurch x_{sec} in x_{mm} für das Innenrohr mit dem Innendurchmesser von 10 mm umgerechnet werden kann. Die Messdaten beider Leistungen sind in Tabelle 4 dargestellt.

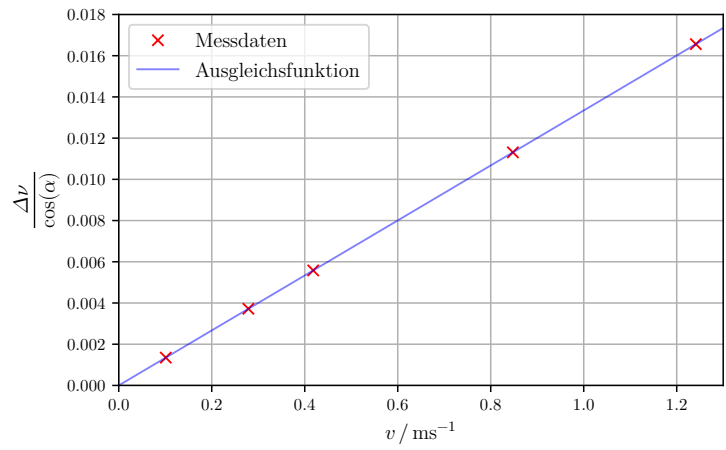
Tabelle 4: Die Messdaten der Frequenzverschiebungen und Streuintensitäten für je 75% und 45% Leistung.

$P = 75\%$			$P = 45\%$		
$x_{\text{mm}} / \text{mm}$	v / cms^{-1}	$I_S / 1000 \text{ V}^2\text{s}^{-1}$	$x_{\text{mm}} / \text{mm}$	v / cms^{-1}	$I_S / 1000 \text{ V}^2\text{s}^{-1}$
0,00	0,0	20,0	0,00	0,0	5,0
0,75	45,1	40,0	0,75	0,0	18,0
1,50	53,1	59,0	1,50	0,0	24,0
2,25	58,4	65,0	2,25	26,5	51,0
3,00	66,3	74,0	3,00	26,5	60,0
3,75	66,3	82,0	3,75	26,5	73,0
4,50	63,7	99,0	4,50	26,5	81,0
5,25	53,1	117,0	5,25	23,9	102,0
6,00	53,1	140,0	6,00	21,2	71,0
6,75	42,4	130,0	6,75	18,6	69,0
7,50	37,1	88,0	7,50	15,9	39,0
8,25	31,8	52,0	8,25	0,0	14,0
9,00	0,0	27,0	9,00	0,0	9,0
9,75	0,0	19,0	9,75	0,0	8,0
10,50	0,0	17,0	10,50	0,0	7,0

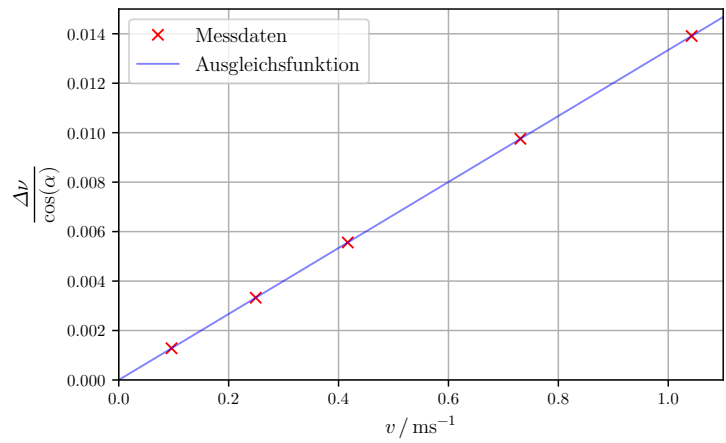
Mithilfe dieser Daten wird für beide Geschwindigkeiten jeweils die Momentangeschwindigkeit und Streuintensität in Abhängigkeit der Messtiefe x in Abbildung 4 aufgetragen.



(a) Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit für $\theta = 15^\circ$.

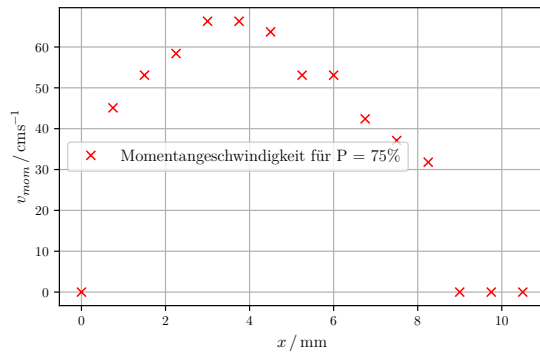


(b) Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit für $\theta = 30^\circ$.

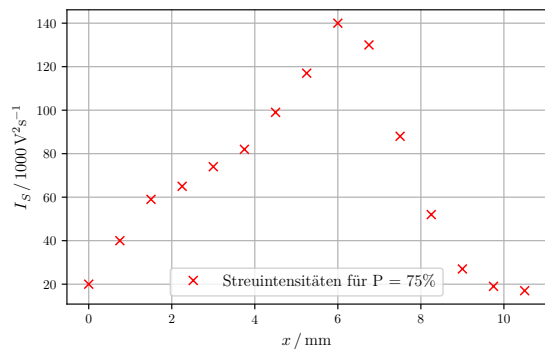


(c) Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit für $\theta = 60^\circ$.

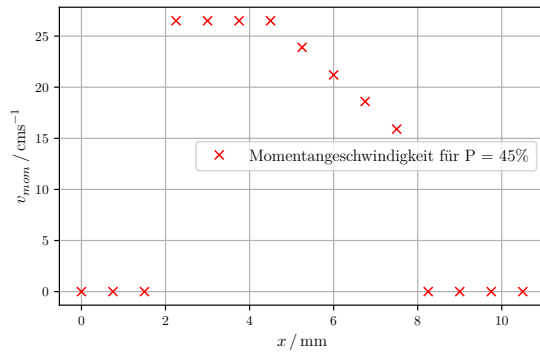
Abbildung 3: Die Ausgleichsgeraden der Abhängigkeiten für drei Winkel von θ



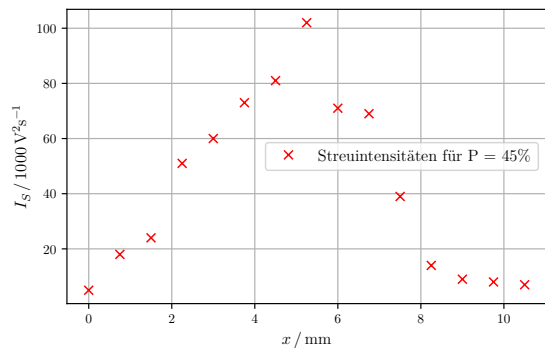
(a) Die Momentangeschwindigkeit für 75%.



(b) Die Streuintensität für 75%.



(c) Die Momentangeschwindigkeit für 45%.



(d) Die Streuintensität für 45%.

Abbildung 4: Die Strömungsprofile für die jeweiligen Leistungen.

6 Diskussion

6.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit

In Abbildung 3 fällt zunächst ein linearer Zusammenhang zwischen Frequenzverschiebung und Strömungsgeschwindigkeit auf. Die Strömungsgeschwindigkeit nimmt wie erwartet mit höherer Leistung zu. Die negative Geschwindigkeit bei $\theta = 30^\circ$ liegt aufgrund des Messwinkels vor.

6.2 Bestimmung des Strömungsprofils

Bei einem Vergleich der Plots in Abbildung 4 bezüglich der Streuintensität, fällt auf, dass diese sich relativ gering von einander unterscheiden. Zudem fällt auf, dass die Intensität und Geschwindigkeit zur Mitte des Rohres zunimmt und zu den Rändern abfällt. Die Messtiefen, an denen sich scheinbar keine Geschwindigkeit messen lässt, obwohl sie sich innerhalb des Rohrs befindet lassen sich durch einige der folgenden Fehlerquellen erklären.

6.3 Fehlerquellen

Bei der Durchführung fallen allgemeine Fehlerquellen auf, die durch die Empfindlichkeit der Ultraschallsonde bedingt sind. So muss darauf geachtet werden, dass sich ausreichend Ultraschall-Gel zwischen der Sonde und dem Prisma, sowie zwischen dem Prisma und dem Strömungsrohr befindet, da sonst Luftzwischenräume entstehen und die Daten verfälscht werden können. Außerdem muss die Ultraschallsonde still gehalten werden, da die gemessenen Werte während der Messung stark schwanken.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [6] *Versuchsanleitung „Doppler-Sonographie“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.