

V704

Absorption von Beta- und Gamma-Strahlung

Toby Teasdale
toby.teasdale@tu-dortmund.de

Erich Wagner
erich.wagner@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.05.2022

Abgabe: 24.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Gamma-Strahlung	3
2.2	Beta-Strahlung	6
3	Durchführung	7
4	Fehlerrechnung	8
5	Auswertung	8
5.1	Gamma-Strahlung	8
5.2	Beta-Strahlung	10
6	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Ziel

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung des Absorptionsverhaltens von γ - und β -Strahlung. Dabei werden die Anteile der Absorptionskoeffizienten und Wirkungsquerschnitte des Compton-Effekts für verschiedene Materialien bestimmt und verglichen. Des Weiteren wird die Maximalenergie eines β -Strahlers untersucht.

2 Theorie

Bei den Wechselwirkungen der vom γ - und β -Strahler emittierten Photonen und Elektronen stellt der Wirkungsquerschnitt σ ein Maß für die Häufigkeit von Wechselwirkungen dar. Für einen Absorber der Dicke D und eine infinitesimal dünne Schicht dx des Absorbers gilt

$$dN = -N(x) n \sigma dx . \quad (1)$$

$N(x)$ beschreibt dabei die Strahlungsintensität und dN die Abnahme der Teilchenzahl, die hinter der Schicht dx Impulse auslösen. Durch Integration über alle Schichten $x \in [0, D]$ folgt das *Absorptionsgesetz*

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} . \quad (2)$$

Der Absorptionskoeffizient wird dabei durch $\mu = n\sigma$ beschrieben und N_0 ist die Zahl der ursprünglich vorhandenen Teilchen. Das Absorptionsgesetz ist gültig, wenn jedes Teilchen nach einer Wechselwirkung vernichtet wird oder die mittlere Entfernung zwischen zwei Reaktionen groß gegen D ist. Für n gilt die Beziehung

$$n = \frac{zN_A}{V_{\text{Mol}}} = \frac{zN_A\rho}{M} \quad (3)$$

mit den Zahlenwerten

z	Ordnungszahl
N_A	Avogadro-Konstante
V_{Mol}	Molvolumen
M	Molekulargewicht
ρ	Dichte des Absorbers

2.1 γ -Strahlung

Bei dem Übergang eines Atomkerns von einem höheren Energieniveau zu einem niedrigeren wird die frei werdende Energie in Form eines γ -Quants abgegeben. Diese Strahlung besteht aus Photonen und verhält sich entsprechend wie eine elektromagnetische Welle und die Energie eines Quants mit der Wellenlänge λ ist durch $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$ gegeben. Das γ -Spektrum eines Kerns weist sehr scharfe Linien auf, welche durch die diskreten Energieniveaus der Kerne zu erklären sind.

Für Energien zwischen 10 keV und 10 MeV treten abhängig vom Wechselwirkungs-Partner verschiedene Effekte auf, welche in Abbildung 1 zu sehen sind.

W-W-Prozess \ W-W-Partner	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Tabelle: Die verschiedenen Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie

Abbildung 1: Effekte durch Wechselwirkungen von γ -Quanten. [8]

Die wichtigsten Effekte sind hierbei der Photoeffekt, der Compton-Effekt und die Paarbildung. Bei dem Photoeffekt wechselwirkt das γ -Quant mit einem Hüllenelektron. Das Elektron wird aus seiner Schale gelöst wenn die Energie des γ -Quants größer ist als die Bindungsenergie des Elektrons. Die übrigbleibende Energie des Photons wird dann an das Elektron abgegeben wodurch das γ -Quant vernichtet wird. Bei dem Compton-Effekt stößt das γ -Quant lediglich ein Elektron an und gibt einen Teil seiner Energie ab. Durch den Stoß verändert sich die Bahn beider Teilchen, wodurch die Intensität eines γ -Strahls abnimmt. Der Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung ist definiert durch

$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \left[\frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^2} \right). \quad (4)$$

Dabei ist das Verhältnis der Quantenenergie E_γ zur Ruheenergie des Elektrons

$$\varepsilon = \frac{E_\gamma}{(m_0 c^2)}$$

und der klassische Elektorradius

$$r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\varepsilon_0 m_0 c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}.$$

Für den Absorptionskoeffizienten folgt damit

$$\mu_{\text{com}} = \frac{2N_A \rho}{M} \sigma_{\text{com}}. \quad (5)$$

Die Paarbildung tritt auf, wenn die Quantenenergie größer als die doppelte Ruhemasse des Elektrons ist und das γ -Quant wird unter der Bildung eines Elektrons und eines Positrons annihiliert.

Alle drei genannten Effekte treten bei dem Durchgang eines γ -Strahls durch eine Materieschicht auf und beeinflussen daher die Bildung des Absorptionskoeffizient. Der Photo-Effekt ist dabei im niedrigen Energiebereich definiert, während bei hohen Energien die Paarbildung ausschlaggebend ist. Der Compton-Effekt sorgt für eine Angleichung im mittleren Energiebereich. In Abbildung 2 ist ein Verlauf des Absorptionskoeffizienten μ in Abhängigkeit der Energie dargestellt.

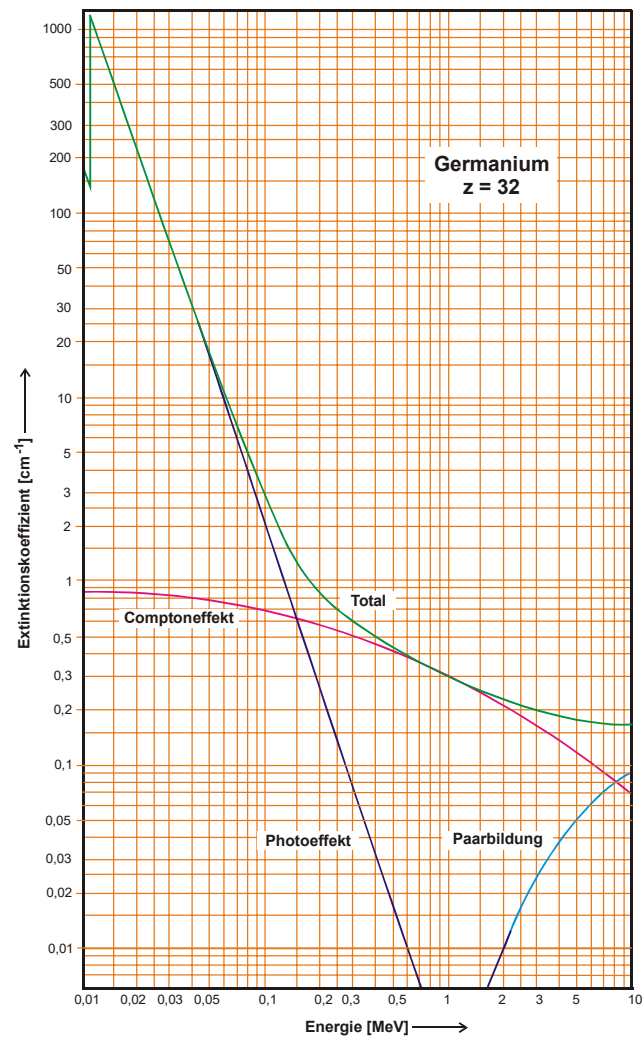


Abbildung 2: Absorptionskoeffizient von Germanium in Abhängigkeit von der Energie.
[8]

2.2 β -Strahlung

Die β -Strahlung entsteht bei dem Zerfall von Atomkernen und besteht aus Elektronen mit hoher Geschwindigkeit:

$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e . \quad (6)$$

Bei dem β^- -Zerfall zerfällt ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino. Der β^+ -Zerfall beschreibt wie ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino zerfällt. Die Energie verteilt sich dabei kontinuierlich auf das Elektron/Positron und das Neutrino/Antineutrino. Die β -Teilchen erleiden beim Durchgang durch Materie wesentlich mehr Wechselwirkungen als bei der γ -Strahlung.

Es werden im wesentlichen 3 Prozessen voneinander unterschieden. Bei der elastischen Streuung werden die β -Teilchen von dem Coulomb-Feld der Atomkerne abgelenkt, wodurch die β -Teilchen eine starke Ablenkung und auch geringe Energieverluste erfahren.

Bei der inelastischen Streuung werden die β -Teilchen von dem Coulomb-Feld der Atomkerne beschleunigt. Dadurch senden sie Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab, wodurch sie abgebremst werden.

Durch inelastische Streuung an den Elektronen des Absorbermaterials verlieren die β -Teilchen nur einen Bruchteil ihrer Energie. Da diese Stöße jedoch sehr häufig Auftreten können und diese Wahrscheinlichkeit proportional zur Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit ist, können β -Teilchen durch diesen Prozess ihre gesamte Energie verlieren.

Aus natürlichen Quellen gilt für β -Teilchen aus natürlichen Quellen bei nicht allzu großen Absorberschichtdicken näherungsweise Gleichung 2. Für Schichtdicken in der Nähe der maximalen Massenbelegung R_{\max} der Teilchen weicht das Gesetz deutlich ab. Oberhalb von dieser Reichweite wird nur noch die Bremsstrahlung der β -Strahlung gemessen. Die in Abbildung 3 dargestellte Massenbelegung hängt von der Schichtdicke ab:

$$R = \rho D \quad (7)$$

Da R_{\max} fast ausschließlich durch die energiereichsten Elektronen bestimmt ist, kann

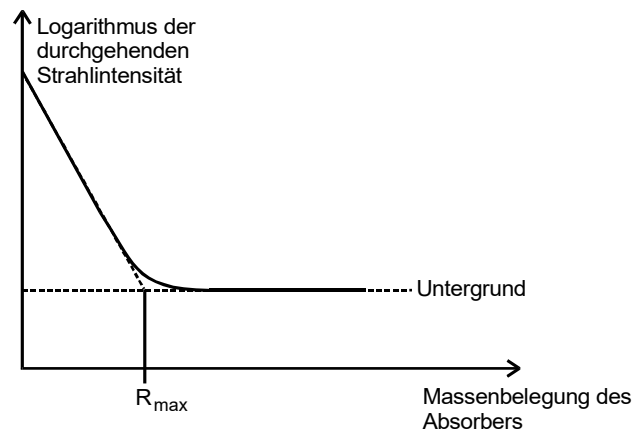


Abbildung 3: Absorptionskurve eines natürlichen β -Strahlers. [8]

daraus die Größe E_{\max} berechnet werden. Dies erfolgt durch die experimentell bestimmte Formel

$$E_{\max} = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22R_{\max}} \quad (8)$$

3 Durchführung

Bei dem Versuch wird eine Messapparatur entsprechend Abbildung 4 verwendet.

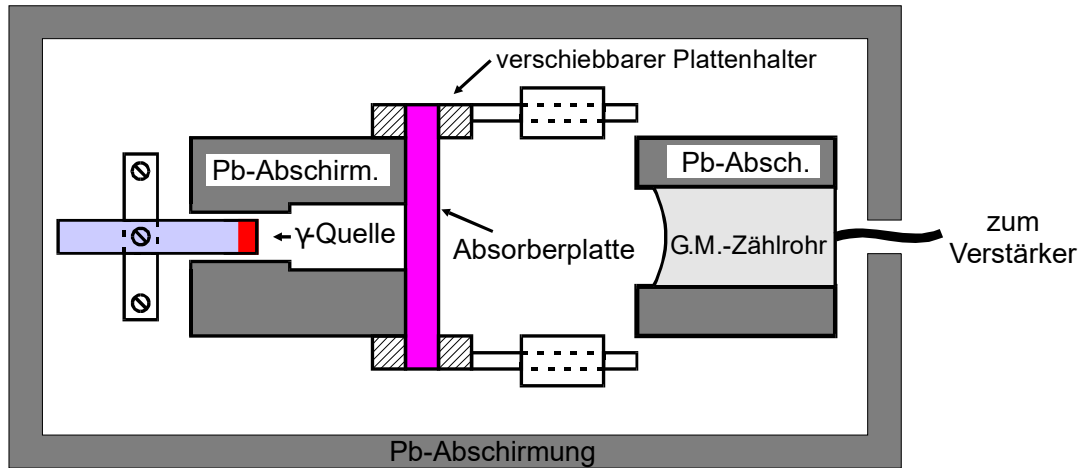


Abbildung 4: Aufbau der verwendeten Messapparatur für die γ -Strahlung. [8]

Die Strahlungsquelle kann darin in einer Haltung befestigt werden kann. In einem gewissen Abstand befindet sich ein Plattenhalter, in dem die Platten unterschiedlicher Dicke eingespannt werden. Dahinter befindet sich ein Geiger-Müller-Zählrohr, mit dem die Intensität der Strahlung gemessen werden kann. Dieser gesamte Aufbau ist wiederum von einer Bleiabschirmung umgeben, um die Strahlung nach außen hin abzufangen beziehungsweise um die Apparatur vor äußeren Einflüssen zu schützen. Ein ähnlicher Aufbau mit Aluminium statt Blei wird für die β -Strahlung verwendet.

Zu Beginn des Versuchs wird eine Nullmessung für 900 s durchgeführt, um die Hintergrundstrahlung zu messen. Danach wird eine γ -Strahlungsquelle eingebaut, hier ^{137}Cs , und für 10 Platten verschiedener Dicken von je Eisen und Kupfer nacheinander eingesetzt. Bei jeder Platte wird je nach Dicke in einem passenden Zeitintervall von 100 bis 500 s die Aktivität gezählt.

Analog wird dies für eine β^- -Strahlungsquelle, hier ^{99}Tc , für Aluminium wiederholt. Auch hier ist je nach Absorberdicke auf ein passendes Zeitintervall zu achten, sodass der relativ statistische Fehler minimiert wird.

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

$$\text{Mittelwert} \quad \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^n x_i \quad \text{und die} \quad (9)$$

$$\text{Standardabweichung} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (10)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (11)$$

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunsicherheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die *Gaußsche Fehlerfortpflanzung*

$$\Delta f(y_1, y_2, \dots, y_N) = \sqrt{\left(\frac{df}{dy_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{df}{dy_2} \Delta y_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{df}{dy_N} \Delta y_N\right)^2}. \quad (12)$$

5 Auswertung

5.1 γ -Strahlung

Zunächst wird wie in Kapitel 3 beschrieben eine Nullmessung durchgeführt werden. Dabei ergibt sich bei einer Zeit von $t = 900\text{s}$ eine Impulsrate von $N = 960 \pm 31$, wobei sich der Fehler nach der Poissonverteilung richtet und somit durch $\Delta N = \sqrt{N}$ berechnet wird. Daraus erfolgt dann eine Aktivitätsrate von $A_0 = 1.07 \pm 0.034 \frac{1}{\text{s}}$, wobei der Fehler nach der Formel in Gleichung 12 berechnet wurde.

Nun soll der Absorptionskoeffizient von Blei und Kupfer bestimmt werden.

Absorptionskoeffizient von Blei

Die Messdaten zu der Messung von Blei ist in Tabelle 1 zu finden. Logarithmisch aufgetragen sind die Messdaten und der Fit in Abbildung 5 zu finden. Daraus ergeben sich auch der experimentell ermittelte Absorptionskoeffizient, welcher als Betrag der negativen Steigung der Geraden approximiert wird, und die Anfangsaktivität. Diese sind

$$\begin{aligned} \text{Absorptionskoeffizient:} \quad & \mu = (95.25 \pm 2.74) \frac{1}{\text{m}}, \\ \text{Anfangsaktivität:} \quad & A_0 = (119.79 \pm 2.57) \frac{1}{\text{m}}. \end{aligned}$$

Wird nun der Wirkungsquerschnitt über Gleichung 4 mit $\epsilon = 1 - 295$ berechnet, folgt mit $M_{\text{Blei}} = 207.2 \text{ g mol}^{-1}$ [4] und $\rho_{\text{Blei}} = 11.34 \text{ g cm}^{-3}$

$$\mu_{\text{Theorie}} = 69.34 \frac{1}{\text{m}}. \quad (13)$$

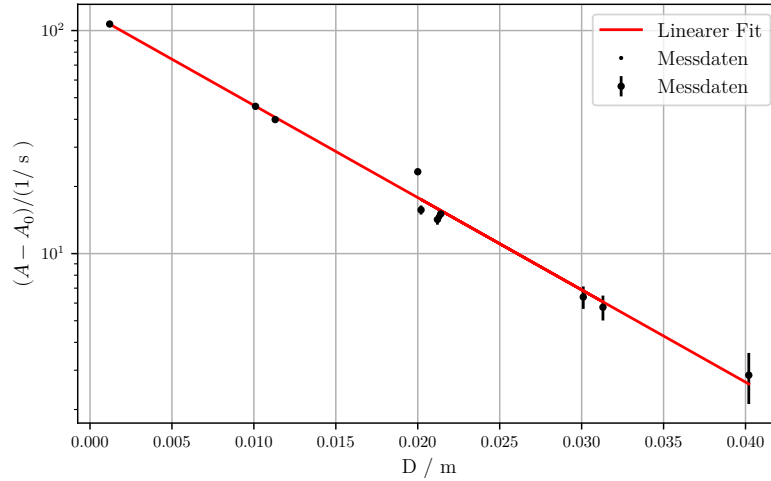


Abbildung 5: Gemessene Impulsrate bei unterschiedlichen Absorberdicken von Blei.

Tabelle 1: Messdaten des Absorptionskoeffizienten für Blei

d/mm	t/s	n	$A(D) - A_0 \frac{1}{\text{s}}$
1,2	200	21610 ± 150	107.0 ± 0.7
10,1	200	9360 ± 100	45.7 ± 0.5
11,3	200	8190 ± 90	39.9 ± 0.5
20,0	300	7300 ± 90	23.28 ± 0.28
21,4	300	4840 ± 70	15.06 ± 0.23
30,1	400	2980 ± 60	6.39 ± 0.14
31,3	400	2730 ± 50	5.75 ± 0.13
21,2	400	6110 ± 80	14.22 ± 0.20
20,2	400	6710 ± 80	15.70 ± 0.21
40,2	500	1960 ± 40	2.85 ± 0.09

Absorptionskoeffizient von Kupfer

Analog zu Blei wird nun auch für Kupfer der Absorptionskoeffizient bestimmt. Die entsprechenden Messdaten sind in Tabelle 2 notiert und der Plot sowie der Fit sind in Abbildung 6 aufgetragen. Aus der Ausgleichsrechnung ergeben sich dann die Werte

$$\begin{aligned} \text{Absorptionskoeffizient:} \quad \mu &= (37.32 \pm 2.89) \frac{1}{\text{m}}, \\ \text{Anfangsaktivität} \quad A_0 &= (114.11 \pm 2.17) \frac{1}{\text{m}}. \end{aligned}$$

Nun wird auch der theoretische Wirkungsquerschnitt von Kupfer berechnet. Mit $M_{\text{Blei}} = 63.55 \text{ g mol}^{-1}$ [4] und $\rho_{\text{Blei}} = 8.95 \text{ g cm}^{-3}$ folgt

$$\mu_{\text{Theorie}} = 63.1 \frac{1}{\text{m}}. \quad (14)$$

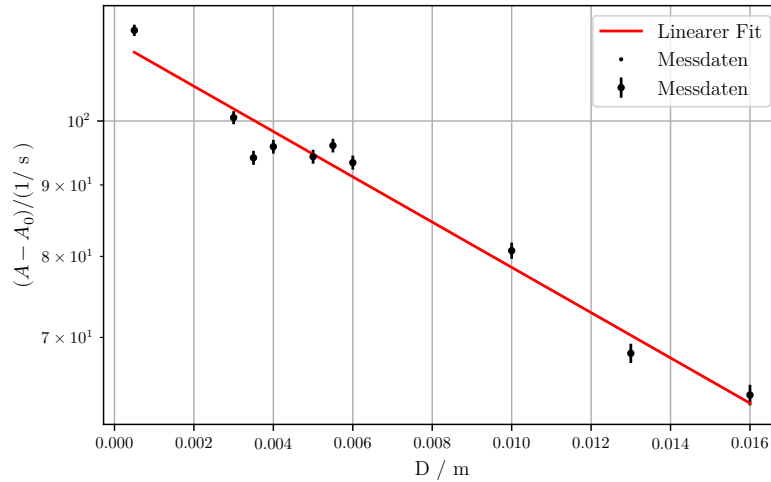


Abbildung 6: Gemessene Impulsrate bei unterschiedlichen Absorberdicken von Kupfer.

Tabelle 2: Messdaten des Absorptionskoeffizienten für Kupfer

d/mm	t/s	n	$A(D) - A_0 \frac{1}{\text{s}}$
0,5	100	11720 ± 110	116.1 ± 1.1
3,0	100	10160 ± 100	100.6 ± 1.0
3,5	100	9520 ± 100	94.1 ± 1.0
4,0	100	9690 ± 100	95.9 ± 1.0
5,0	150	14300 ± 120	94.3 ± 0.8
5,5	150	14560 ± 120	96.0 ± 0.8
6,0	150	14170 ± 120	93.4 ± 0.8
10,0	150	12270 ± 110	80.8 ± 0.7
13,0	200	13850 ± 120	68.2 ± 0.6
16,0	200	12950 ± 110	63.7 ± 0.6

5.2 β -Strahlung

Bei diesem Aufbau wurde eine Impulsrate von 525 bei 900 s gewählt, woraus sich $A_0 = 0.583 \pm 0.025$ ergibt. In Tabelle 3 sind die Messwerte der Betastrahlung zu finden. Diese sind in Abbildung 7 aufgetragen. Dabei wurde wie in Abbildung 3 die Regression in zwei Bereiche unterteilt. Für die Regression wird der Ansatz

$$\ln(A(D)) = a \cdot D + b$$

gewählt. Der Schnittpunkt dieser beiden Regressionsgeraden ergibt dann den Wert für R_{\max} . Für die Regressionsgeraden ergeben sich die Werte:

$$\begin{aligned} \text{Fit 1: } & \begin{cases} a_1 = -0.69 & \pm 0.25 \\ b_2 = 0.38 & \pm 0.09 \end{cases} \\ \text{Fit 2: } & \begin{cases} a_3 = 78.74 & \pm 27.54 \\ b_4 = 18.42 & \pm 4.17 \end{cases} \end{aligned}$$

Daraus folgt dann mit

$$R_{\max} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} = (0.23 \pm 0.1) \frac{\text{kg}}{\text{m}^2},$$

woraus mit Gleichung 8

$$E_{\max} = (0.62 \pm 0.2) \text{MeV}$$

folgt.

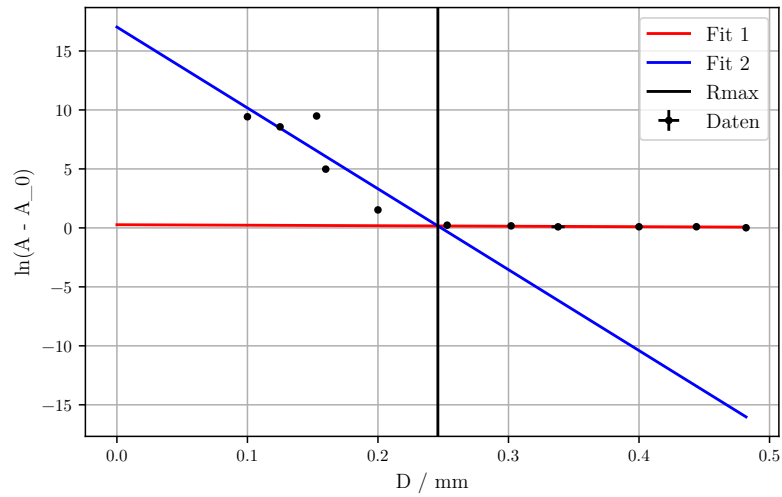


Abbildung 7: Gemessene Impulsrate bei unterschiedlichen Absorberdicken von Aluminium bei β -Strahlung.

Tabelle 3: Messdaten des Absorptionskoeffizienten für Aluminium

$d/\mu\text{m}$	t/s	n	$A(D) - A_0 \frac{1}{\text{s}}$
100 ± 0	200	2000 ± 40	9.42 ± 0.23
125 ± 0	200	1830 ± 40	8.57 ± 0.21
153 ± 0.5	200	2010 ± 40	9.49 ± 0.23
160 ± 1	200	1113 ± 33	4.98 ± 0.17
200 ± 1	400	843 ± 29	1.52 ± 0.07
253 ± 1	400	325 ± 18	0.23 ± 0.04
302 ± 1	400	302 ± 17	0.17 ± 0.04
338 ± 5	500	337 ± 18	0.09 ± 0.04
400 ± 1	500	339 ± 18	0.09 ± 0.04
444 ± 2	500	340 ± 18	0.10 ± 0.04
482 ± 1	500	297 ± 17	0.011 ± 0.034

6 Diskussion

Als experimentelles Ergebnis ergab sich für die Absorptionskoeffizienten

$$\mu_{\text{Blei}} = 95.25 \pm 2.74 \frac{1}{\text{m}} \quad \text{und} \quad \mu_{\text{Kupfer}} = 37.32 \pm 2.74 \frac{1}{\text{m}}$$

und als Theoriewerte

$$\mu_{\text{Blei, T}} = 69.34 \frac{1}{\text{m}} \quad \text{und} \quad \mu_{\text{Kupfer, T}} = 63.1 \frac{1}{\text{m}}.$$

Daraus ergibt sich jeweils eine Abweichung von

$$\Delta\mu_{\text{Blei}} = 37.37\% \quad \Delta\mu_{\text{Kupfer}} = 39.12\%.$$

Als Fehlerquelle kann die geringe Variation der Dicken angegeben werden, oder allgemein die geringe Anzahl an Durchführungen. Da die Fehler jedoch, wie in Abbildung 5 und Abbildung 6 zu erkennen, relativ gering sind, ist anzunehmen dass hier nicht nur Compton-Streuung vorliegt und andere Effekte beitragen.

Bei dem β -Strahler wird als Vergleichswert $E_{\text{Theorie}} = 0.293\text{MeV}$ genommen [7]. Als experimentellen Wert ergab sich $E_{\text{max}} = (0.62 \pm 0.2)\text{MeV}$. Daraus ergibt sich eine Abweichung von

$$\Delta E = 111.6\%.$$

Als Fehlerquelle kann auch hier die geringe Anzahl an Messwerten aufgezählt werden, wodurch sich die Präzession der Regressionsgeraden verbessern würde. Dabei wären vor allem Messungen im Bereich $(0 - 200)\mu\text{m}$ nötig, da die Hintergrundstrahlung ziemlich gut gemessen wurde. Das lässt sich an der sehr geringen Steigung des ersten Fits erkennen.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Molare Masse Datenbank*. 2022. URL: <https://www.lenntech.de/> (besucht am 15.05.2022).
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [6] The pandas development team. *pandas-dev/pandas: Pandas*. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134>.
- [7] *Technetium-99*. 2022. URL: <https://www.periodensystem-online.de/index.php?id=isotope&el=43&mz=99&show=nuklid> (besucht am 16.05.2022).
- [8] *Versuchsanleitung „Absorption von Gamma- und Beta-Strahlung“*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.

VX04

β -Strahler: Technetium - 99

γ -Strahler: Caesium - 137

β : $N_0 = 525 \quad 19008$

γ : $N_0 = 960 \quad 19008$

β Strahler: Aluminium

$d / \mu m$	t / s	α	μ
100	200		4545
125	200		1830
$153 \pm 0,5$	200		2014
160 ± 1	200		1113
200 ± 1	400		845
255 ± 1	400		325
302 ± 1	400		302
338 ± 5	⁵ 4 00		334
400 ± 1	⁵ 4 00		339
444 ± 2	⁵ 4 00		340
482 ± 1	⁵ 4 00		297

B. 54

γ -Strahler:

$$\Delta d = 0,02 \text{ mm}$$

d / mm	L/λ	n	Material
1,2	200	21610	Pb
20,1	200	9358 7192	"
20,0	400 200	7 304	"
21,3	200	8192	"
30,1	400	2982	"
31,3	400	2426	"
21,2	400	6113	"
40,2	500 400	1959	"
20,2	400 300	6404	"
21,4	3 200	4839	"
0,5	100	11719	C
3,0	100	162 10361	"
3,5	100	9519	"
4,0	100	9692	"
5,0	150	14304	"
6,0 5	150	14565	"
6,5 6	150	14166	"
7,0	150	12244	"
10,0	200	13832	"
13,0	200	12946	"

2.54