US1

Grundlagen der Ultraschalltechnik

Toby Teasdale toby.teasdale@tu-dortmund.de

 $\label{eq:continuous} Erich\ Wagner\\ erich.wagner@tu-dortmund.de$

Durchführung: 24.05.2022

Abgabe: 31.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel		3
2	The 2.1 2.2	orie Grundlagen zu Ultraschall	3 4
3	Dure 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Impuls-Echo-Verfahren Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Durchschallungs-Verfahren Bestimmung der Dämpfung mit dem Impuls-Echo-Verfahren	5 6 6 6
4	Fehl	errechnung	7
5	5.1 5.2 5.3 5.4 5.5	Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und der Wellenlänge mit dem Impuls-Echo-Verfahren	8 9 12 13
6	Disk	cussion	15
Lit	teratı	ır	16

1 Ziel

Ziel des Versuchs ist es, die Schallgeschwindigkeit in Acryl mit unterschiedlichen Ultraschallmessverfahren zu bestimmen. Zusätzlich sollen die biometrischen Abmessungen eines Augenmodells dadurch bestimmt werden.

2 Theorie

Das menschliche Gehör ist in der Lage im Frequenzbereich von circa 16 Hz bis circa 20 kHz zu hören. Im Bereich von 20 kHz bis 1 GHz wird von *Ultraschall* gesprochen und bei Frequenzen darüber von *Hyperschall*. Unter der Hörschwelle wird von *Infraschall* gesprochen.

2.1 Grundlagen zu Ultraschall

Die Ultraschallwellen breiten sich longitudinal aus. Dabei sind die Amplituden die Druckschwankungen. Die Erzeugung von Ultraschall ist über verschiedene Wege möglich. Ein Weg ist die Anwendung des reziproken piezo-elektrischen Effektes. Dafür wird ein piezo-elektrischer Kristall in ein elektrisches Wechselfeld gegeben, sodass dieser zu Schwingungen angeregt wird. Bei Schwingungen strahlt dieser dann Ultraschallwellen ab. Wird die Anregungsfrequenz so gewählt, dass die Eigenfrequenz des Kristalls getroffen wird, entsteht der Resonanzfall. Dabei können große Amplituden und Schallenergiedichten erzeugt werden. Der Kristall, meistens ein Quarz, kann auch als Empfänger genutzt werden.

Da es sich um eine Welle handelt, kann diese durch die Wellenfunktion

$$p(x,t) = p_0 + v_0 Z \cos(\omega t - kx) \tag{1}$$

beschrieben werden. Dabei ist $Z=c\cdot\rho$ die akustische Impedanz, die durch die Dichte ρ und der ebenfalls materialabhängigen Schallgeschwindigkeit c gegeben ist. Die materialabhängigen Schallgeschwindigkeit lässt sich durch die Gleichung

$$c_M = \sqrt{\frac{1}{\kappa \cdot \rho}} \tag{2}$$

gegeben ist. κ ist die Kompressibilität des Stoffes. Da bei Festkörpern die Schallausbreitung durch die Schubspannungen nicht vollständig longitudinal sind, muss die Gleichung 2 zu

$$c_M' = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{3}$$

mit dem Elastizitätsmodul E abgeändert werden. In Festkörpern geht ein Teil der Energie durch Absorption verloren. Die Intensität fällt dann exponentiell durch die Gleichung

$$I(x) = I_0 \cdot e^{\alpha x} \tag{4}$$

ab. Dabei ist $\alpha < 0$ der Absorptionskoeffizient. Dieser ist beispielsweise für Luft sehr hoch, weshalb in der Medizin ein Kontaktmittel bei Ultraschalluntersuchungen verwendet wird.

Bei Kontakt einer Schallwelle mit einem Medium wird ein Teil reflektiert und ein anderer tritt ein. Der transmittierte Anteil wird durch

$$T = 1 - R \tag{5}$$

mit dem Reflexionskoeffizienten

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2. \tag{6}$$

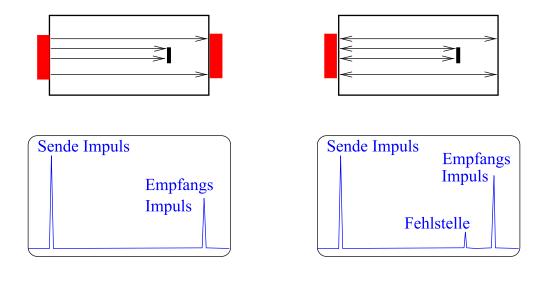
2.2 Messverfahren mit Ultraschall

Grundlegend gibt es im Bereich der Ultraschalltechnik zwei verschiedene Messmethoden in der Medizin. Eins davon ist das "Durchschallungs-Verfahren", dieses ist schematisch in Abbildung 1a dargestellt. Dabei wird mit einer Ultraschallsonde ein kurzer Schallimpuls ausgesendet und am anderen Ende der Probe empfangen. Es ist also nur möglich eine abgeschwächte Intensität zu messen, nicht jedoch die Fehlstelle der Probe zu ermitteln.

Das andere Verfahren ist das "Impuls-Echo-Verfahren", welches in Abbildung 1b dargestellt ist. Dabei wird der Sender der Ultraschallwellen auch als Empfänger genutzt. Das wird durch die Messung der Reflexion des Ultraschallpulses realisiert. Ist die Schallgeschwindigkeit bekannt, kann auch die Fehlstelle durch die Gleichung

$$s = \frac{1}{2}ct\tag{7}$$

angegeben werden. Dabei ist t die Zeit, die der Puls ab Absenden bis zur Rückkehr zur Sonde braucht.



- (a) Das Impuls-Echo-Verfahren.
- (b) Das Durchschallungsverfahren.

Abbildung 1: Die beiden Ultraschallmessmethoden. [10]

3 Durchführung

Zunächst wird der Versuchsaufbau und die Durchführung des jeweils zu untersuchenden Objekts beschrieben. Der Aufbau besteht dabei aus einem Ultraschallechoskop, Ultraschallsonden sowie einem Rechner für die Datenanalyse mit dem Programm "EchoView". Für die jeweilige Messmethode werden dabei eine oder zwei gleiche Sonden eingesetzt. Als Kontaktmittel wird zunächst für die Acrylobjekte bidestilliertes Wasser verwendet. Die Ergebnisse können in sogenannten A-Scan's, B-Scan's oder TM-Scan's gespeichert und dargestellt werden.

Am Anfang der Durchführung wird mithilfe einer Acrylplatte die Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren bestimmt. Diese wird nach Abgleich mit der Theorie dem Programm übergeben, um die Messtiefe der Sonde in mm angeben zu können.

3.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Impuls-Echo-Verfahren

Hierfür werden Acrylzylinder verschiedener Längen zunächst mit eine Schieblehre vermessen. Anschließend wird ein senkrecht stehender Zylinder mit einer Sonde von oben gekoppelt und mit einem A-Scan die Laufzeit bestimmt. Dies wird für sieben verschiedene Längenanordnungen wiederholt und bei einem schwachen Signal eine laufzeit- bzw. tiefenabhängige Verstärkung ("Time Gain Control") zugeführt, welches am Echoskop reguliert werden.

3.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Durchschallungs-Verfahren

Zur Durchschallung eines Zylinders wird dieser waagerecht zwischen zwei Sonden mit Ultraschallgel gekoppelt und für alle Zylinder wiederholt.

3.3 Bestimmung der Dämpfung mit dem Impuls-Echo-Verfahren

Die Messung für die Bestimmung der Dämpfung erfolgt hierbei analog zu Unterabschnitt 3.1, nur das dabei zur Messung der Amplituden darauf zu achten ist, dass TGC ausgestellt wird und die Messung nicht verfälscht.

3.4 Vermessung des Augenmodells

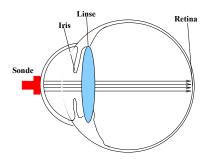


Abbildung 2: Bestandteile des Augenmodells (Maßstab 1:3). [10]

Zur Abmessung des Augenmodells in Abbildung 2 wird mithilfe des Impuls-Echo-Verfahrens die Laufzeit von Augeneingang zur Retina bestimmt. Dafür wird mit Koppelgel mit leichtem Druck auf der Hornhaut die Sonde platziert, bis ein Echo an der Rückwand der Retina zu sehen ist.

3.5 Vorbereitungsaufgabe

Als Vorbereitungsaufgabe soll zunächst die Schallgeschwindigkeit c verschiedener Materialien nach [5], [7] und [8] angegeben werden. Die akustische Feldimpedanz lässt sich mithilfe der Gleichung

$$Z = \rho \cdot c$$

berechnen, wobei ρ die Stoffdichte ist. Mit den Dichten der Stoffe nach [9] folgt somit für die Impedanzen:

$$\begin{split} c_{\text{Luft}} &= 331\,\frac{\text{m}}{\text{s}} &\implies Z_{\text{Luft}} = 0,\!43\cdot 10^5\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\,\text{s}} \\ c_{\text{Wasser}} &= 1492\,\frac{\text{m}}{\text{s}} &\implies Z_{\text{Wasser}} = 1,\!49\cdot 10^6\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\,\text{s}} \\ c_{\text{Blut}} &= 1570\,\frac{\text{m}}{\text{s}} &\implies Z_{\text{Blut}} = 1,\!64\cdot 10^6\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\,\text{s}} \\ c_{\text{Knochen}} &= 3500\,\frac{\text{m}}{\text{s}} &\implies Z_{\text{Knochen}} = 6,\!12\cdot 10^6\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\,\text{s}} \\ c_{\text{Acryl}} &= 2730\,\frac{\text{m}}{\text{s}} &\implies Z_{\text{Acryl}} = 3,\!22\cdot 10^6\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\,\text{s}} \end{split}$$

Schließlich soll noch die Wellenlänge λ und die Periode T einer 2 MHz Schwingung in Acrylangegeben werden:

$$T = \frac{1}{2 \,\mathrm{MHz}} = 0.5 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{s}$$
 $\lambda = \frac{c}{f} = 1.365 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{m}$

4 Fehlerrechnung

Im Folgenden wird die allgemeine Fehlerrechnung und alle wichtigen Größen der entsprechenden Rechnung erklärt. Die wichtigsten Werte dabei sind der

Mittelwert
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{n} x_i$$
 und die (8)

Standartabweichung
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N} (x_i - \bar{x})^2}$$
. (9)

Dabei entspricht N der Anzahl an Werten und x_i ist jeweils ein mit einem Fehler gemessener Wert. Es ergibt sich ebenfalls die statistische Messunsicherheit

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^{N} (x_i - \bar{x})^2}.$$
 (10)

Entstehen mehrere Unbekannte in einer Messung, folgen daraus auch mehrere Messunischerheiten, die in dem weiteren Verlauf der Rechnung berücksichtigt werden müssen. Es gilt die $Gau\betasche$ Fehlerfortplanzung

$$\Delta f(y_1, y_2, ..., y_N) = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y_1} \Delta y_1\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y_2} \Delta y_2\right)^2 + ... + \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y_N} \Delta y_N\right)^2} \,. \tag{11}$$

5 Auswertung

Zunächst wurden die Zylinder ausgemessen. Insgesamt gibt es vier verschiedene Zylinder, die gegebenenfalls auch gestapelt werden. Die folgenden Größen werden für die Acrylobjekte mit einer Schieblehre ermittelt:

$$z_1 = 0.0404 \mathrm{m} \qquad \qquad z_2 = 0.0615 \mathrm{m}$$

$$z_3 = 0.0805 \mathrm{m} \qquad \qquad z_4 = 0.1205 \mathrm{m}$$

$$\mathrm{d}_{\mathrm{Platte}} = 0.006 \mathrm{m}$$

5.1 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit und der Wellenlänge mit dem Impuls-Echo-Verfahren

Die Schallgeschwindigkeit wird über die Gleichung 7 ermittelt. Dafür wird diese folgendermaßen umgestellt:

$$c_{\text{Acryl}} = \frac{2}{t} \cdot d_{\text{Platte}} \tag{12}$$

Abgelesen werden die Intervalle aus Abbildung 3, woraus sich der Mittelwert

$$\Delta t = (4.4 \pm 0.4) \,\mathrm{s} \tag{13}$$

und daraus wiederum

$$c_{\text{Acryl}} = (2740 \pm 270) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
 (14)

bildet.

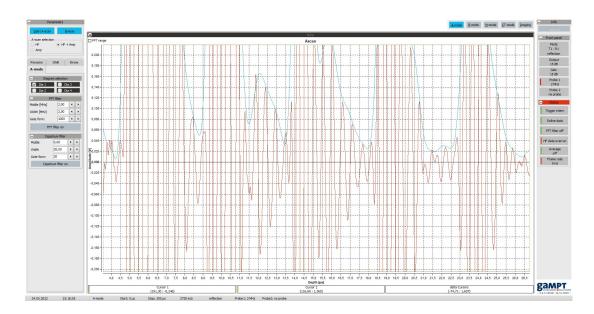


Abbildung 3: Screenshot der Messung der Acrylplatte.

Weiterhin soll die Frequenz bestimmt werden. Dies geschieht über das Abschätzen der Periodenlänge. Dafür werden 5 Periodenlängen aus Abbildung 4 abgelesen und gemittelt. Daraus ergibt sich dann

$$\Delta T = \frac{2.3 \,\mu\text{s}}{5} = 0.46 \,\mu\text{s},$$

woraus sich

$$f = \frac{1}{T} = 2.174\,\mathrm{MHz} \qquad \qquad \mathrm{und} \qquad \qquad \lambda = \frac{c}{f} = (1.26 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

ergeben. Die Tiefenmessung des Programms ergibt dann eine Tiefe von $d=0.6\,\mathrm{cm}$.

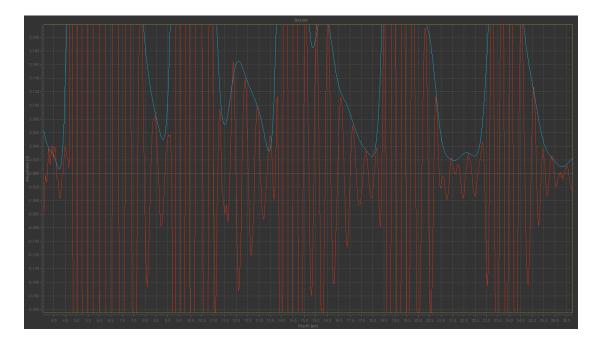


Abbildung 4: Screenshot der Messung der Acrylplatte im anderen Modus.

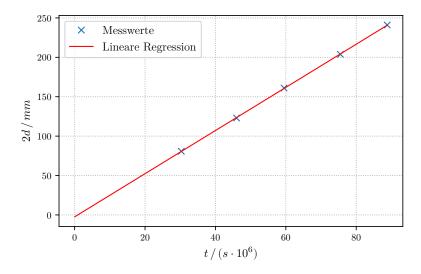
5.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Impuls-Echo-Verfahren

Die Messungen sind in Abbildung 6 zu finden. Die daraus entnommenen Messdaten sind in Tabelle 1 zu finden. Dabei ist für die Kombination 1+3, dargestellt in Abbildung 6e kein Peak für die entsprechende Länge zu erkennen. Die zu sehenden Peaks sind jeweils den einzelnen Zylindern zuzuordnen, nicht der Kombination der beiden. Deshalb muss diese Messung im folgenden verworfen werden. Um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, wird der Ansatz

$$2 \cdot d = t \cdot c + b$$

gemacht. Die lineare Regression ist in Abbildung 5 zu finden. Der Ansatz ergibt die Werte

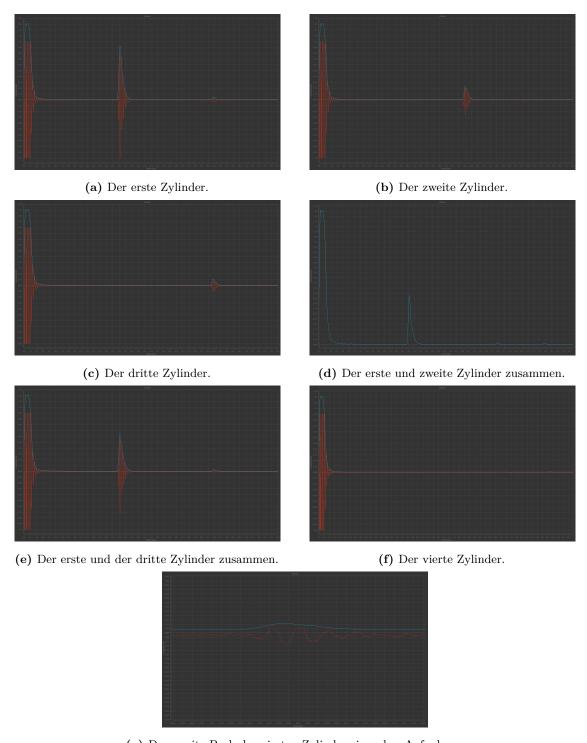
$$c = (2740 \pm 10) \,\text{m/s}$$
 und $b = -(2.4 \pm 0.8) \cdot 10^{-3} \,\text{m/s}$.



 ${\bf Abbildung~5:}~{\bf Regressionsgerade~der~Messdaten~des~Impuls-Echo-Verfahrens}.$

Tabelle 1: Messdaten des Impuls-Echo-Verfahrens.

Zylinder	Höhe / m	t/µs	U_0	U_t
1	0.0404	30.3	1.31	0.92
2	0.0615	46.0	1.31	0.25
3	0.0805	59.5	1.31	0.11
1 + 2	0.1019	75.5	1.31	0.2
1 + 3	0.1209	-	1.31	-
4	0.1205	88.8	1.31	0.012



 ${\bf (g)}$ Der zweite Peak des vierten Zylinders in naher Aufnahme.

Abbildung 6: Die Messungen des Impuls-Echo-Verfahrens

5.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit dem Durchschallungs-Verfahren

Da bei diesem Verfahren der Schall den jeweiligen Körper nur einmal durchläuft, ergibt sich als Ansatz für die Regression die Formel

$$d = t \cdot c + b$$
.

Die Messungen werden in Screenshots gespeichert und sind in Abbildung 8 abgebildet. Die Messwerte sind in Tabelle 2 aufgetragen und die Regressionsgerade ist in Abbildung 7 abgebildet. Aus dem Ansatz ergeben sich dann die Werte

$$c = (2760 \pm 36)\,\mathrm{m/s} \quad \mathrm{und} \quad b = -(4.21 \pm 1.11) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/s}\,.$$

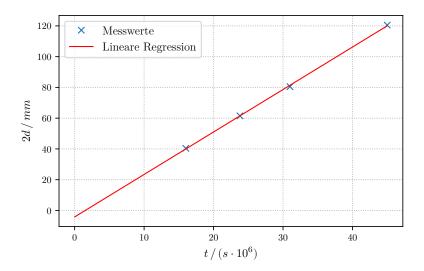


Abbildung 7: Regressionsgerade der Messdaten des Durchschallungs-Verfahrens.

Tabelle 2: Messdaten des Durchschallungs-Verfahrens.

Zylinder	Höhe / m	t / µs
1	0.0404	16.0
2	0.0615	23.8
3	0.0805	31.0
4	0.1205	45.0



Abbildung 8: Die Messungen des Durchschallungsverfahrens

5.4 Bestimmung der Dämpfung mit dem Impuls-Echo-Verfahren

Als nächstes soll aus den Amplituden der Messung die Dämpfungskonstante α aus Gleichung 4 bestimmt werden. Dafür wird in der Gleichung $x=2\cdot d$ gewählt und für die lineare Regression wird die Gleichung logarithmiert. Es ergibt sich der Ansatz

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\alpha \cdot 2 \cdot d \,.$$

Dafür werden die Messdaten der Amplitude in Tabelle 1 verwendet. Es ergibt sich

$$\alpha = 28.3 \pm 1.3$$
.

Die Regressionsgerade ist in Abbildung 9 dargestellt.

5.5 Vermessung des Augenmodells

Die entsprechende Messung zu der Vermessung des Augenmodells ist in Abbildung 10 dargestellt und es sind fünf Peaks zu erkennen. Dabei ist der erste Peak (Peak 0) zu vernachlässigen. Aus der Messung lassen sich dann die Messdaten in Tabelle 3 ablesen.

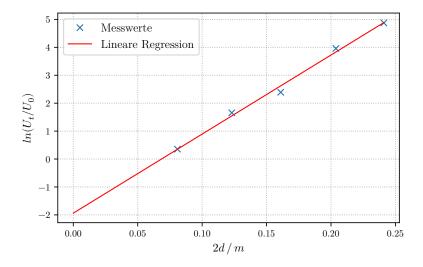


Abbildung 9: Regressionsgerade der Intensität in Abhängigkeit des Durchmessers.

Dabei werden die Peaks den folgenden Bestandteilen des Auges zugeordnet:

Peak $0 \to Hornhaut$

Peak $1 \to {\rm Anfang~der~Linse}$

Peak 2 \rightarrow Ende der Linse

Peak $3 \rightarrow \text{Netzhaut}$

Peak $4 \to \text{Retina}$

Mit den Schallgeschwindigkeiten $c_L=2500 {\rm m/s}$ und $c_{GK}=1410 {\rm m/s}.$ Aus der allgemeinen Formel 7 ergeben sich dann

Hornhaut bis Anfang der Linse :
$$s_1 = \frac{1}{2}c_{GK} \cdot t_1 = 0.846 \, \mathrm{cm}$$
 Hornhaut bis Ende der Linse :
$$s_2 = \frac{1}{2}c_L \cdot (t_2 - t_1) + s_1 = 1.346 \, \mathrm{cm}$$
 Hornhaut bis Netzhaut :
$$s_3 = \frac{1}{2}c_{GK} \cdot (t_3 - t_2) + s_2 = 1.834 \, \mathrm{cm}$$
 Hornhaut bis Retina :
$$s_4 = \frac{1}{2}c_L \cdot (t_4 - t_3) + s_3 = 8.59 \, \mathrm{cm}$$

Tabelle 3: Messdaten der Vermessung des Auges.

Peak Nummer	t/µs
1	12
2	16
3	23
4	77

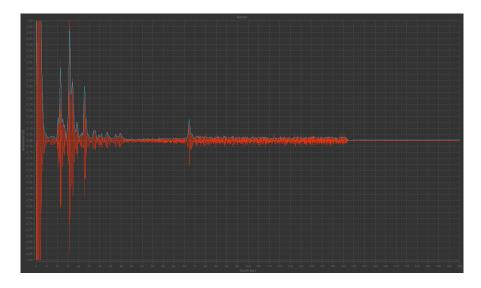


Abbildung 10: Screenshot der Messung des Augenmodells

6 Diskussion

Als Ergebnis bei der Schallgeschwindigkeitsermittlung wurde $c_{\rm Acryl}=(2740\pm270){\rm m/s}$ ermittelt. Wird dies mit dem Theoriewert für Acryl von $c=2730{\rm m/s}$ verglichen. Es ergibt sich eine Abweichung von

$$\Delta c = \frac{2740 - 2730}{2730} \cdot 100 \simeq 0.37\%.$$

Weiterhin ergab sich der experimentelle Wert $\lambda = (1.26 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$ m und f = 2.174 MHz. In der Vorbereitung zu dem Versuch wurden die Literaturwerte ermittelt. Zu dem Theoriewert $\lambda = 1.365 \cdot 10^{-3}$ ergibt sich eine Abweichung von

$$\Delta \lambda = \frac{1.365 - 1.26}{1.26} \cdot 100 \simeq 8.33\%.$$

Die Schallgeschwindigkeitsermittlung bei den verschiedenen Acrylzylindern ergab $c_{\text{Acryl}} = (2740 \pm 10) \text{m/s}$. Auch hier ergibt sich also eine Abweichung von $\Delta c \simeq 0.37\%$..

Bei dem Durchschallungsverfahren ergab sich eine Schallgeschwindigkeit von $c_{\text{Acryl}} = (2760 \pm 36) \,\text{m/s}$, woraus die Abweichung

$$\Delta c = \frac{2760 - 2730}{2730} \cdot 100 \simeq 1.1\%$$

folgt.

Für den Dämpfungsfaktor ergab sich $\alpha=28\pm1.3$. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Ergebnisse des Experimentes nur geringe Abweichungen zu der Theorie aufweisen und somit als Erfolg angesehen werden kann.

Literatur

- [1] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [4] Travis E. Oliphant. "NumPy: Python for Scientific Computing". Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://www.numpy.org/.
- [5] Schallgeschwindigkeit im Material. 2022. URL: https://www.olympus-ims.com/de/ndt-tutorials/thickness-gauge/appendices-velocities/ (besucht am 21.05.2022).
- [6] The pandas development team. pandas-dev/pandas: Pandas. Version latest. Feb. 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3509134. URL: https://doi.org/10.5281/zenodo.3509134.
- [7] Ultraschall. 2022. URL: https://qnap.e3.physik.tu-dortmund.de/suter/ Vorlesung/MedizinphysikII_15/14_Ultraschall.pdf (besucht am 29.05.2022).
- [8] Ultraschall. 2022. URL: https://sundoc.bibliothek.uni-halle.de/diss-online/01/01H139/t4.pdf (besucht am 29.05.2022).
- [9] Ultraschall. URL: http://biofiz.semmelweis.hu/run/dl_t.php?id=2276&tid=91https://sundoc.bibliothek.uni-halle.de/diss-online/01/01H139/t4.pdf (besucht am 29.05.2022).
- [10] Versuchsanleitung "Grundlagen der Ultraschalltechnik". TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.