3.(1) 解. 显然函数 $y=2x^3-6x^2-18x+7$ 可导，且

$$y'=6x^2-12x-18=6(x-3)(x+1),$$

解 $y'=0$ 得 $x=-1$ 或 $x=3$, 从而

x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,3)$	3	$(3,\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

所以函数 y 在区间 $(-\infty,-1]$ 和 $[3,+\infty)$ 上单调递增，在区间 $[-1,3]$ 上单调递减。 ■

- 注意导数在区间端点的值，如不能说“当 $x\in[-1,3]$ 时 $y'<0$”。
- 不能求出驻点后就直接写单调区间。
- 不能说函数 y 在 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$ 上单递增。

3.(4) 解. 显然 $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ 在 $\mathbb{R}$ 上可导，且

$$y'=\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}\left(1+\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}\right)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}>0,$$

所以函数 y 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增。 ■

- 必须要写出 $y'>0$, 才能说明函数 y 在 $\mathbb{R}$ 上单调。

4 解. 由图 3–9 可以看出

- 当 $x<0$ 时，函数 f 单调递增，又函数 f 可导，所以 $f'(x)\geqslant 0$. 符合这一特征的有 (b) 和 (d).
- 当 $x>0$ 时，函数 f 先单调递增，再单调递减，最后单调递增，又函数 f 可导，所以先有 $f'(x)\geqslant 0$, 再有 $f'(x)\leqslant 0$, 最后有 $f'(x)\geqslant 0$. 符合这一特征的有 (c) 和 (d).

综合可得，导函数 $f'(x)$ 的图形为图 3–10 中所示的图 (d). ■

- 图 3–9 所示的两条曲线共有一个拐点，是一个 $x>0$ 时对应的点。

5.(1) 解. 定义函数

$$f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{1+x},\quad x\geqslant 0$$

则 f 可导且

$$f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{1+x}}=\frac{1-\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1+x}}$$

当 $x>0$ 时 $f'(x)>0$, 所以函数 f 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，从而当 $x>0$ 时

$$1+\frac{1}{2}x-\sqrt{1+x}=f(x)>f(0)=0,$$

即当 $x>0$ 时 $1+\frac{1}{2}x>\sqrt{1+x}$. ■

- 求得的单调性一定要包含 0, 否则不能直接得到 $f(x)>f(0)$.
- 尽量用单调性的方法。