课程名称: 高等数学 作业: 习题 2-1

9.(2) 解. 因为
$$y = \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$$
,所以 $y' = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$.

9.(4) 解. 因为
$$y = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$$
,所以 $y' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

9.(7) 解. 因为
$$y = \frac{x^2 \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^5}} = x^{2 + \frac{2}{3} - \frac{5}{2}} = x^{\frac{1}{6}}$$
, 所以 $y' = \frac{1}{6}x^{\frac{1}{6} - 1} = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$.

- **14 解.** 计算可得 $y' = (e^x)' = e^x$, 由导数的几何意义可知曲线 $y = e^x$ 在点 (0,1) 处的切线斜率 为 $y'(0) = e^0 = 1$. 所以所求的切线方程为 $y 1 = 1 \cdot (x 0)$, 化简可得 y = x + 1.
 - Ω 切线方程不能写成 $\frac{y-1}{x-0} = 1$.
- **18 解法一**. 由函数的定义可知 f(0) = 0, 由左右导数的定义可知

$$f'_{+}(0) = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \to 0^{+}} \frac{x^{2} - 0}{x} = \lim_{x \to 0^{+}} x = 0,$$

$$f'_{-}(0) = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{-x - 0}{x} = -1,$$

因为 $f'_{-}(0) \neq f'_{+}(0)$ 所以函数 f 在 0 处不可导,即 f'(0) 不存在。

18 解法二. 由函数的定义可知当 $x \ge 0$ 时 $f(x) = x^2$, 所以

$$f'_{+}(0) = (x^2)'|_{x=0} = 2x|_{x=0} = 0.$$

由函数的定义可知当 $x \leq 0$ 时 f(x) = -x, 所以

$$f'_{-}(0) = (-x)'|_{x=0} = -1.$$

因为 $f'_{-}(0) \neq f'_{+}(0)$ 所以函数 f 在 0 处不可导,即 f'(0) 不存在。

- Ω 当 $x \ge 0$ 时 $f(x) = x^2$, 但不能由此得到 f'(x) = 2x, 因为 f'(0) 与 x < 0 时函数的取值有 关。
- Ω 当 x < 0 时 f(x) = -x, 所以 f'(x) = -1, 但不能由此得到 f'(0) = -1, 也不能得到 $f'_{-}(0) = -1$, 因为这两个导数的值都和 f(0) 有关。