1 解. 由图可知

$$\lim_{x\to-2} f(x)=0 \qquad \lim_{x\to-1} f(x)=-1 \qquad \lim_{x\to0^-} f(x)=-1 \qquad \lim_{x\to0^+} f(x)=1.$$

因为函数 f 在 0 处的左极限 $\lim_{x\to0^-} f(x)$ 和右极限 $\lim_{x\to0^+} f(x)$ 都存在且不相等, 所以极限 $\lim_{x\to0} f(x)$ 不存在. ■

2 解. 由图可知

$$\lim_{x\to-1^+} f(x)=-1 \qquad \lim_{x\to0} f(x)=0 \qquad \lim_{x\to1^-} f(x)=-1 \qquad \lim_{x\to1^+} f(x)=0 \qquad \lim_{x\to2^-}=1.$$

从而正确的陈述为分别为 (2), (5) 和 (6), 错误的陈述分别为

(1) 极限 $\lim_{x\to0} f(x)=0$.

(3) 极限 $\lim_{x\to0} f(x)=0$.

(4) 因为函数 f 在 1 处的左极限 $\lim_{x\to1^-} f(x)$ 和右极限 $\lim_{x\to1^+} f(x)$ 都存在且不相等，所以极限 $\lim_{x\to1} f(x)$ 不存在. ■

3 解. 由图可知

$$\lim_{x\to-1^+} f(x)=1 \qquad \lim_{x\to0} f(x)=0 \qquad \lim_{x\to1^-} f(x)=1 \qquad \lim_{x\to1^+} f(x)=0 \qquad \lim_{x\to2^-}=0.$$

从而正确的陈述为 (1), (3), (5), (6) 和 (7), 错误的陈述分别为

(2) 函数 $f(x)$ 在 $x<-1$ 时没有定义，从而不能考虑极限 $\lim_{x\to-1^-} f(x)$.

(4) 极限 $\lim_{x\to0} f(x)=0$.

(8) 函数 $f(x)$ 在 $x>2$ 时没有定义，从而不能考虑极限 $\lim_{x\to2} f(x)$. ■

按照书上 28 页的定义 1, 定义极限 $\lim_{x\to x_0} f(x)$ 时首先要求函数 f 在 x_0 的某个去心邻域内有定义，极限存在不存在指的是定义中的 A 存在不存在。类似地，考虑左右极限时对函数的定义域也有适当的要求，从而在此题中说极限 $\lim_{x\to1^-} f(x)$ 存在或不存在都是错的。

4 解. 计算可得

$$\lim_{x\to0^-} f(x)=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{x}=\lim_{x\to0^-}1=1,$$
$$\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{x}=\lim_{x\to0^+}1=1.$$

从而 $\lim_{x\to0^-} f(x)=\lim_{x\to0^+} f(x)=1$, 所以极限 $\lim_{x\to0} f(x)$ 存在且极限 $\lim_{x\to0} f(x)=1$.

计算可得

$$\lim_{x\to0^-}\varphi(x)=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{|x|}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{-x}=\lim_{x\to0^-}(-1)=-1,$$
$$\lim_{x\to0^+}\varphi(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{|x|}=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{x}=\lim_{x\to0^+}1=1.$$

从而函数 φ 在 0 处的左极限 $\lim_{x\to0^-}\varphi(x)$ 和右极限 $\lim_{x\to0^+}\varphi(x)$ 都存在且不相等, 所以极限 $\lim_{x\to0}\varphi(x)$ 不存在. ■