课程名称: 高等数学 作业: 习题 1-1

1.(3) 解. 表达式 $\frac{1}{x} - \sqrt{1 - x^2}$ 在 R 内有意义的充要条件是 $x \neq 0$ 且 $1 - x^2 \ge 0$, 所以函数 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1 - x^2}$ 的自然定义域为

$$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0, 1 - x^2 \geqslant 0\right\}.$$

或者化简之后表示为

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0, -1 \leqslant x \leqslant 1\}.$$

或者用区间的并表示为 [-1,0) ∪ (0,1].

- 定义域必须用集合或集合的运算的形式表示。
- **1.(7) 解**. 表达式 $\arcsin(x-3)$ 在 \mathbb{R} 内有意义的充要条件是 x-3 在反正弦函数 \arcsin 的定义域内,即 $x-3 \in [-1,1]$,从而可得 $-1 \le x-3 \le 1$,解此不等式可得 $-2 \le x \le 4$,即函数 $y = \arcsin(x-3)$ 的自然定义域为 [2,4].
- **2.(2)** 解. 因为 f(-1) = -1, g(-1) = 1, 所以 $f(-1) \neq g(-1)$, 所以 $f \neq g$.
 - \bigcirc 说明两个函数的定义域不同时,只需要找到 a, 使得其中一个函数在 a 处有定义,另一个函数在 a 处无定义即可,并不需要求出函数的定义域。
 - \bigcirc 说明两个函数的对应法则不同时,只需要找到 a,使得它们两个在 a 处都有定义,但在 a 处的函数值不同即可。
- **9.(1) 解**. 把关系式 $y = \sqrt[3]{x+1}$ 中的 y 看已知量, x 看成未知量, 解出 x 可得

$$x = y^3 - 1,$$

交换表达式中的 x 和 y, 用 x 表示函数的自变量,用 y 表示函数的因变量,可得所求反函数为 $y = x^3 - 1$.

- Ω 用变量表示函数时,习惯上用 x 表示自变量用 y 表示因变量。
- **11.(4) 解**. 由 $y = e^u$, $u = x^2$, 可知所求复合函数为

$$y = e^u = e^{x^2}.$$

O 尽量不要用没有任何说明的 y_1, y_2 等符号。