

1.(1) 解. 计算可得

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x - 3} = \frac{2^2 + 5}{2 - 3} = -9. \quad \blacksquare$$

1.(3) 解. 计算可得

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^2}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 1}{1 + 1} = 0. \quad \blacksquare$$

1.(5) 解. 计算可得

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hx + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x + 0 = 2x. \quad \blacksquare$$

☞ 注意在极限过程  $h \rightarrow 0$  中,  $h$  才是变量, 而  $x$  是参数, 可以当作常数来对待。

1.(6) 解. 计算可得

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = 2 - 0 + 0 = 2. \quad \blacksquare$$

1.(7) 解. 计算可得

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)} = \frac{1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}}{2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}. \quad \blacksquare$$

☞ 本题也可以现约去分子和分母的因式  $x - 1$  之后再计算, 但显然没有必要这样做。

3.(1) 解. 由  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$  可知  $x^2$  是  $x \rightarrow 0$  时的无穷小, 由  $\left| \sin \frac{1}{x} \right| \leq 1$  可知  $\sin \frac{1}{x}$  是有界函数, 所以由无穷小与有界量的乘积还是无穷小可得  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0. \quad \blacksquare$

☞ 必须要说明  $\sin \frac{1}{x}$  有界, 而不是有上界。