5.(1) 解. 计算可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^{x^2}\sqrt{1+t^2}\,\mathrm{d}t=\sqrt{1+(x^2)^2}(x^2)'=2x\sqrt{1+x^4}. \qquad \blacksquare$$

8.(2) 解. 由微积分基本定理可知

$$\int_1^2\left(x^2+\frac{1}{x^4}\right)\mathrm{d}x=\int_1^2\left(x^2+x^{-4}\right)\mathrm{d}x=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^{-3}}{3}\right]_1^2=\frac{21}{8}. \qquad \blacksquare$$

8.(5) 解. 由微积分基本定理可知

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}=\left[\arcsin x\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}=\arcsin\frac{1}{2}-\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{3}. \qquad \blacksquare$$

8.(12) 解. 由定积分关于积分区间的可加性和微积分基本定理可知

$$\begin{aligned}\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x&=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^1(x+1)\,\mathrm{d}x+\int_1^2\frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x\\&=\left[\frac{1}{2}x^2+x\right]_0^1+\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}x^3\right]_1^2=\frac{8}{3}.\end{aligned} \qquad \blacksquare$$