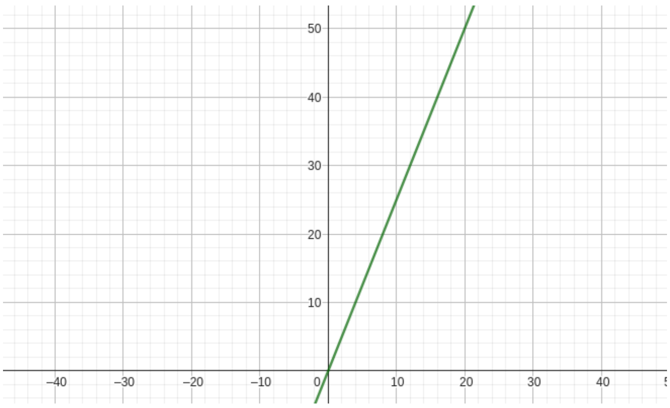
PRE029006 - PROCESSOS ESTOCÁSTICOS (2024 .2 - T01)
Avaliação 7
Aluno: Wagner Santos

3. Sejam $X1\ (t)$ e $X2\ (t)$ dois processos de Poisson independentes, de taxas $\lambda 1$ = 1,5 e $\lambda 2$ = 1 eventos/s, respectivamente. Seja $X(t) = X1\ (t) + X2\ (t)$. As questões abaixo são todas referentes ao processo estocástico $X(t)$.

(a) Determine e esboce a função média do processo estocástico $X(t)$.

X(t) = X1(t) + X2(t) = λ1 + λ2 = 1,5 + 1 = 2,5

E[X(t)] = λt = 2,5t



Fonte: https://www.geogebra.org/classic/ywmqkp7w

(b) Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos três eventos entre 4 e 5 s, dado que ocorreram exatamente dois eventos entre 2 e 3 s.

X ~ Poisson(2,5 . (5-4) = Poisson(2,5)
Portanto: 2,5 eventos

Probabilidade de pelo menos 3 eventos:

pX(x) = e^-u . (u^x / x!)

pX(0) = e^-2,5 . (2,5^0 / 0!) = e^-2,5
pX(1) = e^-2,5 . (2,5^1 / 1!) = 2,5e^-2,5
pX(2) = e^-2,5 . (2,5^2 / 2!) = 3,125e^-2,5

pX(x >= 3) = 1 - pX(0) - pX(1) - pX(2) = 1 - e^-2,5 - 2,5e^-2,5 - 3,125e^-2,5 = 0,456187…

[Resolução WolframAlpha]()

(c) Determine a probabilidade de que o tempo decorrido entre o quinto evento e o sexto evento seja maior que 0,5 s.

pX(T > 0.5) = e^-λ . t = e^$^{-}$2,5 . 0,5 = 0,286505…

Resolução WolframAlpha

d) Determine a matriz covariância do vetor aleatório $[X(4)\ X(7)]$ T .

Var(X(t))=λ . t
Cov(X(t1), X(t2))=λ . min(t1,t2)

Var(X(4)) = 2,5 . 4 = 10
Var(X(7)) = 2,5 . 7 = 17,5
Cov(X(4), X(7)) = 2,5 . 4 = 10

Cov([X(4), X(7)]^T) =	10	10
	10	17,5