

关系)

原创

韩曙亮

于 2020-10-10 13:55:09 发布

2550

收藏 12

版权

分类专栏:

数学

集合论


 文章标签:

划分

划分与等价关系

集合论

离散数学



数学 同时被 2 个专栏收录

59 订阅 122 篇文章

订阅专栏

文章目录

- 一、划分
- 二、划分示例
- 三、划分与等价关系定理

一、划分

划分：

非空集合 A , $A \neq \varnothing$,
 A 集合 的一个 划分 是 集族 \mathcal{A} ,
该 集族 \mathcal{A} 包含于 A 集合的幂集 , $\mathcal{A} \subseteq P(A)$, 集族中的元素都属于 A 集合的幂集 ;
集族 \mathcal{A} 中的元素是 集合 , 称为 划分块 (Block) , 集合中的元素都是 A 集合中的元素 ;

该集族 \mathcal{A} 有以下性质：

- ① \mathcal{A} 集族中每个元素都非空

$$\varnothing \notin \mathcal{A}$$

- ② \mathcal{A} 集族中任意两个元素 (划分块 / 集合) 是不相交的

$$\forall x, y (x, y \in \mathcal{A} \wedge x \neq y \Rightarrow x \cap y = \varnothing)$$

- ③ \mathcal{A} 集族中所有的元素 (划分块 / 集合) 的并集是 A 集合

$$\bigcup \mathcal{A} = A$$

商集就是一个划分 , 该集族中的元素是等价类集合；

商集参考：【集合论】等价类 (等价类概念 | 等价类示例 | 等价类性质 | 商集 | 商集示例) 四、商集

 韩曙亮

关注

 4



 12

二、划分示例

全集是 E ,
取 E 的 n 个 **非平凡的 真子集** , 非平凡的含义是既不是空集 , 也不是它自己 ;

$$\varnothing \neq A_1, A_2, \cdots, A_n \subset E$$

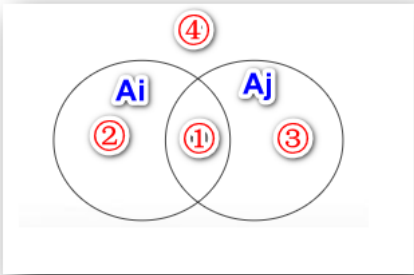
1. 划分 1 基于1 个元素

集族 $\mathcal{A}_i = \{A_i, \sim A_i\}$, $i = 1, 2, \cdots, n$,
 \mathcal{A}_i 集族中包含 A_i 集合及其补集 $\sim A_i$, 该集族 \mathcal{A}_i 满足上述划分的三个性质 , 是一个划分 ;

2. 划分 2 基于2 个元素

集族 $\mathcal{A}_i = \{A_i \cap A_j, \sim A_i \cap A_j, A_i \cap \sim A_j, \sim A_i \cap \sim A_j\} - \{\varnothing\}$, $i, j = 1, 2, \cdots, n \wedge i \neq j$

根据如下文氏图进行理解 :

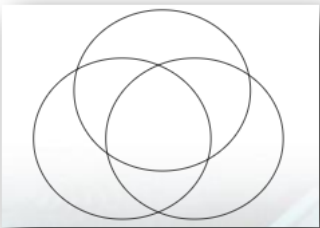


<https://blog.csdn.net/han1202012>

- $A_i \cap A_j$ 对应区域 ①
- $\sim A_i \cap A_j$ 对应区域 ③
- $A_i \cap \sim A_j$ 对应区域 ②
- $\sim A_i \cap \sim A_j$ 对应区域 ④
- 如果 A_i 与 A_j 不相交 , 那么区域 ① 就是空集 , 划分类不能是空集 , 此时就需要减去空集 , 对应 $-\{\varnothing\}$

3. 划分 3 基于3 个元素

集族 $\mathcal{A}_{ijk} = \{A_i \cap A_j \cap A_k, A_i \cap \sim A_j \cap \sim A_k, \sim A_i \cap A_j \cap \sim A_k, \sim A_i \cap \sim A_j \cap A_k, \sim A_i \cap \sim A_j \cap \sim A_k\} - \{\varnothing\}$



<https://blog.csdn.net/han1202012>

4. 划分 4 基于n 个元素

 韩曙亮

关注

$$\mathcal{A}_{1,2,\cdots,n} = \{$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n,$$
$$A_1 \cap \sim A_2 \cap \cdots \cap \sim A_n,$$
$$\sim A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap \sim A_n,$$
$$\vdots$$
$$\sim A_1 \cap \sim A_2 \cap \cdots \cap \sim A_n$$

$$\} - \{\emptyset\}$$

规则：

A_1 到 A_n 的并集，

n 个 $\sim A_1$ 到 $\sim A_n$ 的并集，其中每个并集中，只有一个不是补集，

$\sim A_1$ 到 $\sim A_n$ 的并集；

三、划分与等价关系定理

划分与等价关系定理：

前提：集合 A 非空， $A \neq \emptyset$

R 关系是 A 集合上的等价关系，可以推导出， A 集合关于 R 关系的商集 A/R 是 A 的划分；

$$R \text{ 是 } A \text{ 上等价关系} \Rightarrow A/R \text{ 是 } A \text{ 的划分}$$

族 \mathcal{A} 是 A 集合上的划分，定义一个二元关系是 同块关系 $R_{\mathcal{A}}$ ，

该 同块关系 是 A 集合上的 等价关系，

该 同块关系 是 由划分 \mathcal{A} 定义的关系；

$$xR_{\mathcal{A}}y \Leftrightarrow \exists z(z \in \mathcal{A} \wedge x \in z \wedge y \in z)$$

等价关系与划分 (2008年)

05-14

为了强化集合论在计算机领域的应用，给出了有限集合上的具有基本性质(自反、反自反、对称、...

weixin_34297300的博客 392

集合论——关系的闭包，等价关系与划分

设R是非空集合A上的关系，R的自反（对称或传递）闭包是A上的关系R'，且R'满足以下条件： 1...

评论 1 条 >

写评论

集合划分问题(转)_lishuiwang的博客 10-14

根据「集合论」的约定,一个集合内的元素一般是没有次序之分的,但「点算组合学」提出「有序划...

第三章集合论_cai-4的博客_集合论

离散数学及其应用 第一章:集合论 Ch  韩曙亮 关注