

← تعالى بحق يا بشه چندس زکمل الا شتقاق دس قبل

ما زکمل عاوزه اعرافه - اچر محمد جدا نسیب - اقولوا لله:

← لو ادا نسی دالر خیرا جزر اُشتقاق ازا اای! دی لیا قاعده:

← مشتق ما تحت الجزر  
الجزر  $2x$   
دی قاعده محمد جدا و تعالى ناخر

مثال:

$$\rightarrow \text{ex: } y = \sqrt{x^2 + 3}$$

$$\rightarrow y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3}}$$

اُختیار کیسه مفهومی و عمل

← واک بحق زکمل الا شتقاق:

واقلب الصفحة

7- القسم السادس وهو اشتقاق الدوال الزائدية :-

$$1- y = \sinh x \implies y' = \cosh x$$

$$2- y = \cosh x \implies y' = \sinh x$$

$$3- y = \tanh x \implies y' = \operatorname{sech}^2 x$$

$$4- \operatorname{csch} x = y \implies y' = -\operatorname{csch} x \coth x$$

$$5- y = \operatorname{sech} x \implies y' = -\operatorname{sech} x \tanh x$$

$$6- y = \coth x \implies y' = -\operatorname{csch}^2 x$$

كلام مني يا بشموني لازم تحفظم كلام

تعالى يا خذ أمثالي :-

$$\rightarrow ex: 3x^2 + \sinh x$$

$$\rightarrow y' = 6x + \cosh x$$

على جدنا



٨٥

→ ex:  $\cosh(3x^2)$

دول مشتقات هترومين هتو بعض لادى زاويه عادي

الى هتو  $3x^2$  ودى ليا قانون لومشت فاكرو اوجع الصخر

٧٧

→  $y' = \sinh(3x^2) \cdot 6x$

بست كنه خالصا

فت حاجه بعض مخرج لازم نفوضها مع بعض:

لو قالى مثلاً  $y = \sinh^2 x$  او عى تقولى اشتقاقها

$\cosh^2 x$  اشتقاقها على منك والى كى وكمان هتو على منك

أمال هتشتقوا ازااى! يا قلب الصخر وهتفهمك



$$\rightarrow \sinh^2 x$$

← احنا عندنا أس  $\sinh x$  اللى هو الـ  $\sinh x$  زى ما بعد

فى الاشتقاق العادى هنزل الأس ٢ وهنربيه فى الـ  $\sinh x$

وأنقص من الأس ٢ هنحصل منه واحد وهيبقى هو الأس

الجديد يبقى الناتج عندنا هيبقى  $2 \sinh x$

← الناتج ده بعد كده هنضربيه فى مشتقه الـ  $\sinh x$

عادى يبقى الناتج الزايش هيبقى  $2 \sinh x \cdot \cosh x$

← تعالى ناخذ مثال تانى بس مش هشرح وحاول انت

تفهم بنفسك :

$$\rightarrow \text{ex: } y = \cosh^3 x$$

$$\rightarrow y' = 3 \cosh^2 x \cdot \sinh x$$

أكبر فوحتها أنا متأكد



تعالي على الـ Level شوية:

$$\rightarrow \text{ex: } y = \sinh^2 x^2$$

$$\rightarrow y' = 2 \sinh \cdot \cosh x^2 \cdot 2x$$

لو كنت غني الـ فانت هتقدموا ولو مفيتمواش  
يبتى روح عينا عن بابا وما او متخرفنيش مال

٧ - القسم السابع وهو اشتقاق الدوال المثلثية العكسية:

هو غني البداية كره يعني ايه دوال مثلثية عكسية؟

بإختصار شديد وبالبلدي كره او حينا أس 1 - على الدالة

المثلثية كره بقت دالة مثلثية عكسية حبيب زينا ايسيه ! :

$$\rightarrow \sin^{-1} x \quad \cos^{-1} x \quad \tan^{-1} x$$

وهكذا





← اعتبر الضلع الفاضل ده هيساوي  $\sqrt{(1)^2 - (x)^2}$

يجب الناتج النهائي  $\sqrt{1 - x^2}$

← يجب اشتقاق الـ  $\sin^{-1} x$  بـ  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

← عارفين سؤالين دماغك محير بيك دالوقت وعارفك

يقول: ١- هي السالب في  $\sqrt{1 - x^2}$  جت من

٢- مشت الناتج النهائي بـ  $\sqrt{1 - x^2}$  ليه سينا  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

← متفادش هنردك كل ده رفقك الله

← فاجر لما حولتك وان الـ  $x = \sin y$  هنشتق المرفق

← اعتبرها هتكون بـ  $1 = \cos y$

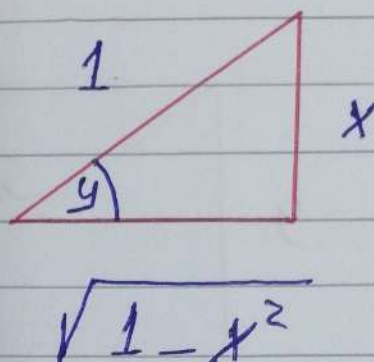
← يجب اعتبرها الـ  $y' = \frac{1}{\cos}$

← الـ  $y'$  ده الـ هو الـ اشتقاق.



٩.

← حبيب ال  $\cos$  مشتق يساوي مجاور وتر



←  
هذه المثلث  
التي رسمناه  
من اشويه

$$\frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1} \quad \leftarrow \text{يخفى ال } \cos \text{ يساوي}$$

$$y' = \frac{1}{\cos} \quad \leftarrow \text{واحتاجوا لنا ان ال}$$

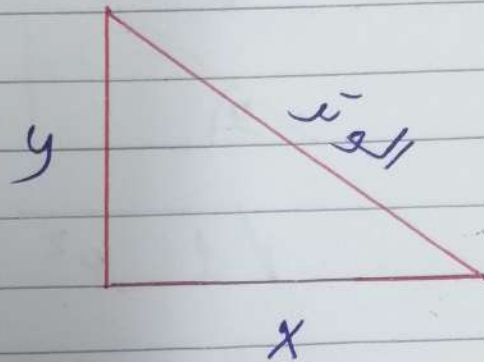
$$\rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

كده يا احنا جاوبنا على السؤال الثاني



← حبيب المسالك جيت منين! تعالى أقولك:

← واحنا لما كنا بنحيب الوتر كنا بتقول دايه:



← الوتر =  $\sqrt{x^2 + y^2}$

← لكن، احنا في المسألة هنا عاوزين أحد أفلاك القارئ

مش الوتر علشان كده حرجنا وكده بقى ردنا على السؤال

الأول.



← تعالى ناخذ مثال ثاني :-

$$\rightarrow \text{ex: } \cos^{-1} x = y$$

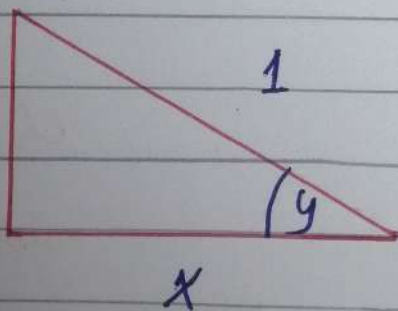
$$\rightarrow \frac{x}{1} = \cos y$$

← هاشتق الطرفين

$$\rightarrow 1 = -\sin y$$

$$\rightarrow y' = -\frac{1}{\sin}$$

← شافيف  $\cos y$  الى فوق الى  $\cos$  عبارة عن مجاور وتر



$$\sqrt{1-x^2} = \sqrt{(1)^2 - (x)^2}$$

يبقى المثلث الناقص هيساوي



9<sup>th</sup>

1

← يُبقَى اشتقاق  $\cos^{-1} x$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

→  $\text{ex: } y = \tan^{-1} x$

→  $\frac{x}{1} = \tan y$

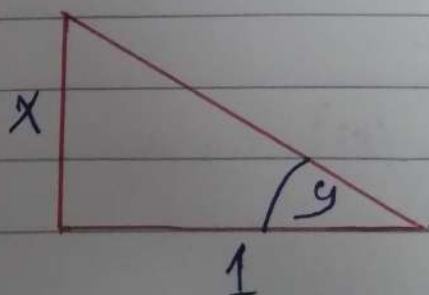
← اشتقاق الطرفين

→  $1 = \sec^2 y'$

→  $y' = \frac{1}{\sec^2}$

← الـ  $\tan$  عبارة عن مقابل

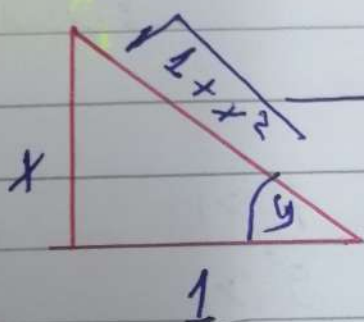
جوار





← الخالق الناقص ده هو الوتر بيقب هيساوي  $\sqrt{1+x^2}$

← مشتق ال  $y = \frac{1}{\sec^2}$  وال  $\frac{1}{\sec^2}$  هيساوي  $\cos^2$



← وال  $\cos$  هيساوي مجاور وتر

← بيقب ال  $\cos^2$  هيساوي  $\left( \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)^2$

$$\frac{1}{1+x^2} = \left( \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)^2$$

← بيقب اشتقاق ال  $\tan^{-1} x$   $\frac{1}{1+x^2}$

« فيجب ألا يخرج منه حافة الزاوية: -

→ L'Hopital's Rule :-

« قاعدة لوبيتال :-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

« القاعدة دي تقولك إن لو عومت بقيمة  $x$  وخلع الناتج

بـ  $\frac{0}{0}$  أو  $\frac{\infty}{\infty}$  - اعتنا هستخدم قاعدة أوبتال فيب

بجعل إيه! ببساطة هنشق الدالة في البسط وهنشق

الدالة في المقام بس كده.

« تعالى ناخذ أمثلة كتير علشان نفهم :-

واقليب الصفحة



$$\rightarrow \text{ex: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

لو عوضنا مكان الـ  $x$  الناتج هيكون  $\frac{0}{0}$

اعتقاه نستخدم قاعدة أوبيال وهنشتف البسط والمقام

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2}$$

هنحذف عن  $x$  بـ صفر اعتقاه الناتج هيكون  $\frac{1}{2}$  وبس كره

$$\rightarrow \text{ex: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

لو عوضنا مكان الـ  $x$  بـ صفر الناتج هيكون  $\frac{0}{0}$  اعتقاه نستخدم قاعدة أوبيال

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

لو عوضنا مكان الـ  $x$  بـ صفر الناتج هيكون  $\frac{0}{0}$  يبقى نستخدم قاعدة أوبيال تاني

٩٧

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$


---

← ملاحظة مهمة :-

← لو الناتج فضل يطلع مال  $\frac{0}{0}$  أو  $\frac{\infty}{\infty}$  افضل

و استخدم قاعدة أوبينال كز امرة لحد ما نوصل لناتج محدد.

---

← تعالى ناخد مثال ه جاربس مشاه شرح و افهمي انت

بنفسه :-

$$\text{ex: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{5x^2 - 6x + 7}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 3}{10x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



٩٨

أَقُولُكَ عَمَّ حَاجَةٌ هَتَحِيرُكَ شَوِيهِ الْمَثَالُ إِلَى فَاتٍ دَهِيَتُكَ

بِمَجَرَّدِ الْبُخْرِ  $\frac{2}{5}$  هَتَقُولِي إِذَا يَ هَتَقُولُكَ إِرْجِعْ لِمَفْحَةٍ

٦٠ وَ يَأْتِ تَفْهِمٌ.

لَوْ خَافَ مِنْهُ أَمَّا حَاجَةٌ غَيْرُ رِضَا يَجِيءُ

وَأَزْمُ تَرَاوُجٍ إِيْمَانُكَ كَوَيْسٍ