

Formale Grundlagen der Informatik II - Blatt 05

Vincent Dahmen 6689845 Mirco
Tim Jammer 6527284

15. November 2015

5.3

1.

a)

$$\begin{aligned} f &= (AG(Error \Rightarrow E(ErrorU \neg Battery))) \wedge (\neg AF Active) \\ &\equiv (AG(Error \Rightarrow E(ErrorU \neg Battery))) \wedge (\neg \neg EG(\neg Active)) \\ &\equiv (AG(Error \Rightarrow E(ErrorU \neg Battery))) \wedge (EG(\neg Active)) \\ &\equiv (\neg EF(\neg(Error \Rightarrow E(ErrorU \neg Battery)))) \wedge (EG(\neg Active)) \\ &\equiv (\neg EF(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))) \wedge (EG(\neg Active)) \\ &\equiv \neg(\neg \neg EF(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))) \vee (\neg EG(\neg Active)) \\ &\equiv \neg(EF(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))) \vee (\neg EG(\neg Active)) \\ &\equiv \neg(E(trueU(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))) \vee (\neg EG(\neg Active)) \end{aligned}$$

Lang und ausführlich:

Der Algorithmus muss Alle Teilformeln Bearbeiten, dies sind (in Reihenfolge

der rekursiven Betrachtung durch den Algorithmus):

$$\neg (E(trueU(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))))) \vee (\neg EG(\neg Active)) \quad (1)$$

$$(E(trueU(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))))) \vee (\neg EG(\neg Active)) \quad (2)$$

$$(E(trueU(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))))) \quad (3)$$

$$true \quad (4)$$

$$(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))) \quad (5)$$

$$(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)) \quad (6)$$

$$\neg Error \quad (7)$$

$$Error \quad (8)$$

$$E(ErrorU \neg Battery) \quad (9)$$

$$Error \quad (10)$$

$$\neg Battery \quad (11)$$

$$Battery \quad (12)$$

$$(\neg EG(\neg Active)) \quad (13)$$

$$EG(\neg Active) \quad (14)$$

$$\neg Active \quad (15)$$

$$Active \quad (16)$$

Rekursionschritt 16 *Active*:

$$label(c_0) = \{\}$$

$$label(c_1) = \{\}$$

$$label(c_2) = \{\}$$

$$label(c_3) = \{Active\}$$

$$label(c_4) = \{\}$$

$$label(c_5) = \{\}$$

Rekursionschritt 15 ($\neg Active$):

$$label(c_0) = \{\neg Active\}$$

$$label(c_1) = \{\neg Active\}$$

$$label(c_2) = \{\neg Active\}$$

$$label(c_3) = \{Active\}$$

$$label(c_4) = \{\neg Active\}$$

$$label(c_5) = \{\neg Active\}$$

Rekusursionsschritt 14 ($EG(\neg Active)$):

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active))\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active))\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active))\} \\
label(c_3) &= \{Active\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active)\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active)\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 13 ($\neg EG(\neg Active)$):

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active))\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active))\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active))\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active))\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active))\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active))\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 12 *Battery*:

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active))\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 11 ($\neg Battery$):

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad (\neg Battery)\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 10 *Error*:

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, Error\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad (\neg Battery)\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 9 $E(ErrorU \neg Battery)$:

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, Error, E(ErrorU \neg Battery)\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad (\neg Battery), E(ErrorU \neg Battery)\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 8 $Error$:

kann entfallen, da $Error$ bereits überprüft wurde

Rekusursionsschritt 7 $(\neg Error)$:

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error)\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error)\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error)\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error)\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, Error, E(ErrorU \neg Battery)\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad (\neg Battery), E(ErrorU \neg Battery), (\neg Error)\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 6 ($\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)$):

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, Error, E(ErrorU \neg Battery), \\
&\quad (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad (\neg Battery), E(ErrorU \neg Battery), (\neg Error), \\
&\quad (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))\}
\end{aligned}$$

Rekusursionsschritt 5 $\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))$:

Alle Label beinhalten $(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))$, daher bleiben sie unverändert

Rekusursionsschritt 4 *true*:

Trivial: Jedes Label enthält zusätzlich *true*.

Rekusursionsschritt 3 ($E(trueU(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))))$):

Kein Label beinhaltet $(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery))$, daher bleiben alle Label unverändert (Es Kann gar nichts Markiert werden, wovon ausgehend man Rückwärts suchen müsste)

Rekusursionsschritt 2

$$(E(trueU(\neg(\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)))))) \vee (\neg EG(\neg Active)) = f_2:$$

$$\begin{aligned} label(c_0) = \{ & (\neg Active), (EG(\neg Active)), \\ & Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\ & true \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} label(c_1) = \{ & (\neg Active), (EG(\neg Active)), \\ & Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\ & true \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} label(c_2) = \{ & (\neg Active), (EG(\neg Active)), \\ & Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\ & true \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} label(c_3) = \{ & Active, (\neg EG(\neg Active)), \\ & Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\ & true, f_2 \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} label(c_4) = \{ & (\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\ & Battery, Error, E(ErrorU \neg Battery), \\ & (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\ & true, f_2 \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} label(c_5) = \{ & (\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\ & (\neg Battery), E(ErrorU \neg Battery), (\neg Error), \\ & (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\ & true, f_2 \} \end{aligned}$$

Rekursionsschritt 1 $f = \neg f_2$:

$$\begin{aligned}
label(c_0) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\
&\quad true, f\} \\
label(c_1) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\
&\quad true, f\} \\
label(c_2) &= \{(\neg Active), (EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\
&\quad true, f\} \\
label(c_3) &= \{Active, (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, (\neg Error), (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\
&\quad true, f_2\} \\
label(c_4) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad Battery, Error, E(ErrorU \neg Battery), \\
&\quad (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\
&\quad true, f_2\} \\
label(c_5) &= \{(\neg Active), (\neg EG(\neg Active)), \\
&\quad (\neg Battery), E(ErrorU \neg Battery), (\neg Error), \\
&\quad (\neg Error \vee E(ErrorU \neg Battery)), \\
&\quad true, f_2\}
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
g &= AGEF(Active) \\
&\equiv \neg EF \neg EF(Active) \\
&\equiv \neg E(trueU(\neg E(trueU(Active))))
\end{aligned}$$

Kurzform:

$Active$ Gilt nur in c_3 Daher gilt auch $E(trueU(Active))$ nur in c_3
 $\neg E(trueU(Active))$ Gilt daher in allen Zuständen Außer c_3

$E(trueU(\neg E(trueU(Active))))$ Gilt daher in Allen zuständen (von c_3 aus kann man ja nach c_4)

$\neg E(trueU(\neg E(trueU(Active))))$ Gilt also in keinem Zustand.

2.

a)

Für Alle Pfade Gilt, dass wenn es einen Fehler gab solange Fehler gilt, bis nicht Batterie Gilt. Und es gilt nicht für alle Pfade das irgendwann in der Zukunft Active gilt.

b)

Für Alle Pfade gilt In jedem Punkt, das es einen Pfad gibt, auf dem irgendwann Active gilt.

3.

$$Sat(a) = \{c_0, c_1, c_2\}$$

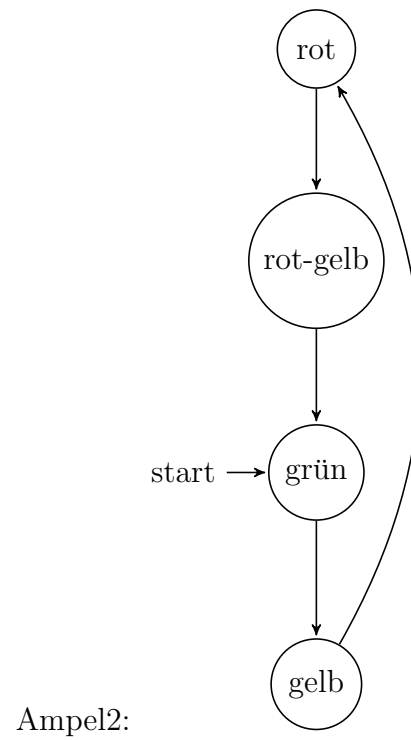
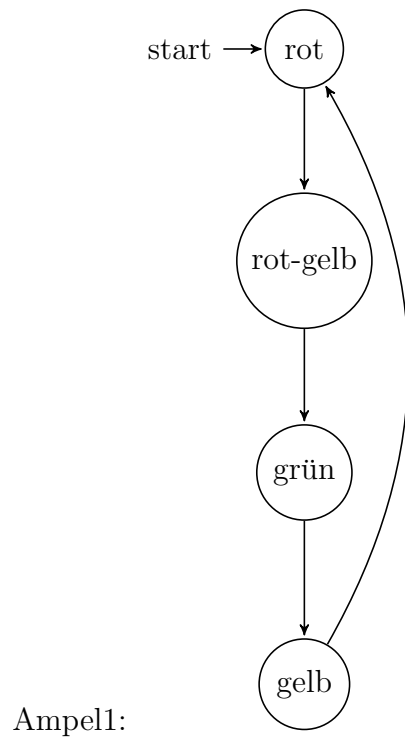
$$Sat(b) = \emptyset$$

4.

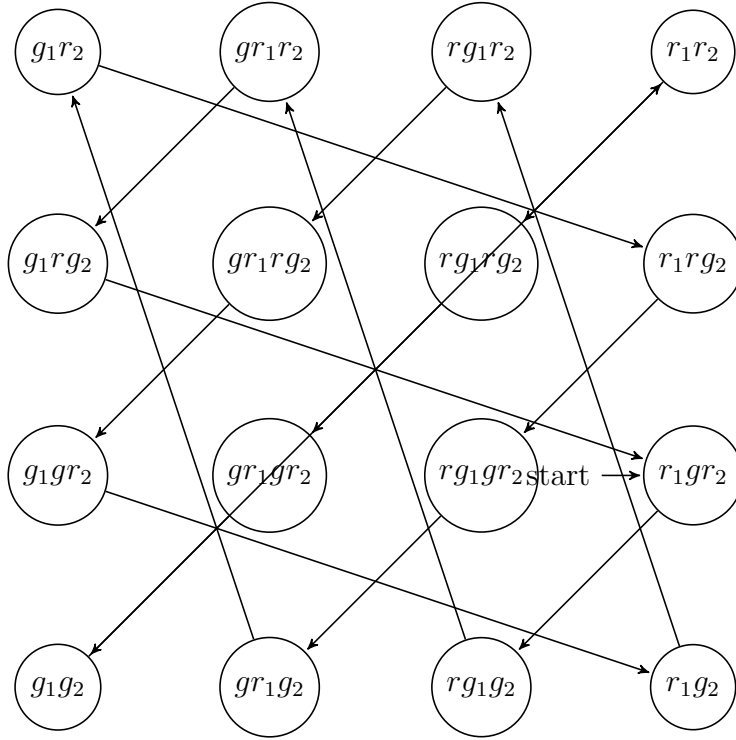
Ja, da $c_0 \in Sat(f)$ gilt.

5.4

1.

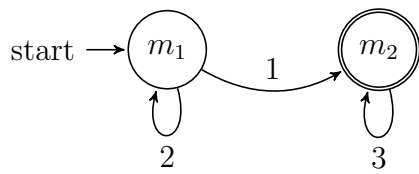


2.



3.

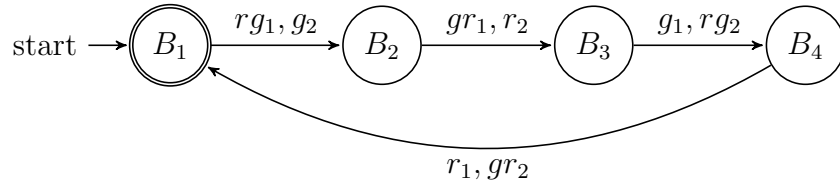
$$\begin{aligned}
 \phi &= G\neg(gr_1 \wedge gr_2) \\
 \neg\phi &= \neg G\neg(gr_1 \wedge gr_2) \\
 &\equiv \neg\neg F\neg\neg(gr_1 \wedge gr_2) \\
 &\equiv F(gr_1 \wedge gr_2)
 \end{aligned}$$



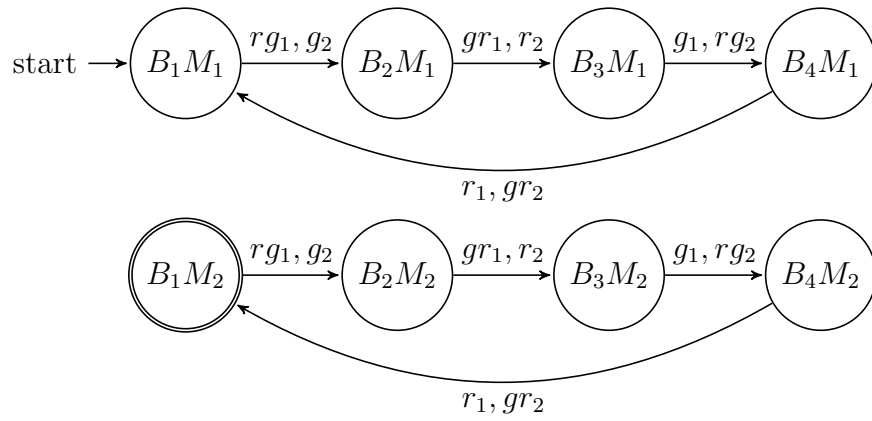
Kantenbeschriftung:

- 1: $Obermengen(\{gr_1, gr_2\})$
- 2: $AP/Obermengen(\{gr_1, gr_2\})$
- 3: AP

4.



5.



6.

Da es Im Automaten keine Möglichkeit gibt, vom Start- zum Endzustand zu kommen, ist $L^\omega(B) \cap L^\omega(M) = \emptyset$ Damit ist die spezifikation erfüllt.