# 算法课第1次作业

**作业得分（打印时请保留此项）：**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **题目1** | **题目2** | **题目3** | **题目4** | **题目5** | **总分** |
| **分数** |  |  |  |  |  |  |
| **阅卷人** |  |  |  |  |  |  |

**注意事项：**

1. 算法课作业均采用A4纸打印，**左上角装订**；
2. 不需要复制题目内容，直接在每一题的标题下填写解题过程即可；
3. 对于复杂公式或图形，可以留空白后手写完成，**文字部分应该打印**；
4. 注意填写页眉中的姓名、学号；
5. 打印时请保留第一页上方的“作业得分”表格。

## 题目1：

并不总是存在一对稳定的时间表。反例如下：

有2个黄金时段。A网节目及对应收视率绝对值为{A1: 10, A2: 30}，B网节目及对应收视率绝对值为{B1: 20, B2: 40}。

如果最后A给出自己节目表顺序为(A1, A2)，B给出节目表顺序为(B1, B2)，那么A网则可以通过改变其节目表顺序为(A2, A1)，使得A网能获得一个黄金节目时段（A网原来是没有黄金时段）。

如果最后A给出自己节目表顺序为(A1, A2)，B给出节目表顺序为(B2, B1)，那么B网则可以通过改变其节目表顺序为(B1, B2)，使得B网能获得全部黄金节目时段（B网原来只有一个黄金时段）。

## 题目2：

1小时该计算机能执行操作的次数为

1. ，即最多n为6,000,000

## 题目3：

1. 第一个瓶子依次从的倍数台阶处开始，即。加入第一个瓶子在处摔碎了，那么安全横档则处于至之间。则第二个瓶子从处依次向下一阶一阶放，直至破碎即可找到安全横档。如此的话，第一个瓶子我们最多次（由第一个瓶子找到了安全横档），第二个瓶子最多放次。此时满足，即满足
2. 归纳法。假设。

对于第一个瓶子，**以的倍数依次放**，这样这个瓶子做多被扔次。第一个瓶子碎的时候，至少可以把安全横档距离“压缩”至

对于余下的k-1个瓶子，递归的应用上述策略，根据假设，则每个瓶子最多扔次，再加上第一个瓶子最多扔，所以得到所有瓶子最多扔次。证毕！

## 题目4：

该命题为真！

反证法。

令G是有给定性质的图，并假设G不是连通的。那G至少含有两个连通分量，假设S是节点数最少的连通分量，那么。考虑S中任一节点i，它的所有邻接点均在S中，节点i的度数最多为。这与题设每个节点的度数不小于相矛盾。即原命题为真。

## 题目5：

该命题为假！存在图使得对于任意正的自然数c，满足。

这样的图G构建如下：

固定某一常数k，对于k个节点u1,u2,…,uk，依次连接每个节点。对于另外n-k个节点v1,v2,…,vn-k，将其全部连接到节点u1上。

那么，显然直径diam(G) = dist(v1, uk) = k。对于apd(G)，只讨论其上界。这样的图G中，有一个节点在节点集合{u1, u2, …, uk}中的节点对，最多有kn对，且这样的节点对的，剩余的节点对的距离不超过2。所以apd(G)有上界如下：

对于k与n之间的关系，这里选，则有。另外，对于图直径k的选值，选，则有。