

LAPORAN PRAKTIKUM 3
ANALISIS ALGORITMA



DISUSUN OLEH

AHMAD IRFAN FADHOLI

140810180034

PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
2020

Worksheet 3

1. Untuk $T(n) = 2 + 4 + 6 + 8 + 16 + \dots + n^2$, tentukan nilai C , $f(n)$, n_0 , dan notasi Big-O sedemikian sehingga $T(n) = O(f(n))$ jika $T(n) \leq C$ untuk semua $n \geq n_0$

$$\begin{aligned}
 1) T(n) &= 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2^n \\
 \text{Dorok: } \frac{n(n+1)}{2} &= \frac{2(2^n-1)}{2-1} = 2^{n+1} - 2 \\
 \text{Notasi big O} &\rightarrow O(2^n) \\
 T(n) &\leq C \cdot 2^n \quad 2 - \frac{2}{2} \leq C \\
 2^{n+1} - 2 &\leq C \cdot 2^n \quad C \geq 1 \\
 2 - \frac{2}{2} &\leq C
 \end{aligned}$$

2. Buktikan bahwa untuk konstanta-konstanta positif p , q , dan r :
 $T(n) = pn^2 + qn + r$ adalah $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$, dan $\Theta(n^2)$

$$\begin{aligned}
 2) \text{ * Pembuktian Big-O} \quad & T(n) \leq C \cdot n^2 \\
 & pn^2 + qn + r \leq C \cdot n^2 \\
 & \frac{pn^2}{n^2} + \frac{qn}{n^2} + \frac{r}{n^2} \leq C \\
 & p + \frac{q}{n} + \frac{r}{n^2} \leq C \\
 \text{misal/kan } n=1 \text{ dan } p=q=r=1 & \quad 1 + 1 + 1 \leq C \\
 & 3 \leq C \\
 & C \geq 3 \\
 \text{* Pembuktian Big-}\Omega \text{ (}\Omega(n^2)\text{)} & T(n) \geq c \cdot n^2 \\
 & pn^2 + qn + r \geq c \cdot n^2 \\
 \text{misal/kan } n=1 \text{ dan } p=q=r=1 & \quad p + \frac{q}{n} + \frac{r}{n^2} \geq c \\
 & 1 + 1 + 1 \geq c \\
 & 3 \geq c \\
 & c \leq 3 \\
 \text{Big } \Theta & \text{ * } \\
 \text{Karena } \Theta(n^2) \text{ dan } \Omega(n^2) \text{ ter buktikan maka} & \\
 \Theta(n^2) \text{ juga benar} &
 \end{aligned}$$

3. Tentukan waktu kompleksitas asimptotik (Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ) dari kode program berikut:

```

for k ← 1 to n do
  for i ← 1 to n do
    for j ← 1 to n do
       $w_{ij} \leftarrow w_{ij}$  or  $w_{ik}$  and  $w_{kj}$ 
    endfor
  endfor
endfor

```

$$3) T(n) = O(n) + O(n) + O(n) + O(1) \\ = O(n^3) \rightarrow f(n)$$

$$\text{Big } O = O(f(n)) = O(n^3)$$

$$\text{Big } \Omega = \Omega(f(n)) = \Omega(n^3)$$

$$\text{Big } \Theta = \Theta(f(n)) = \Theta(n^3), \text{ karena } \text{Big } O = \text{Big } \Omega$$

4. Tulislah algoritma untuk menjumlahkan dua buah matriks yang masing-masing berukuran $n \times n$. Berapa kompleksitas waktunya $T(n)$? dan berapa kompleksitas waktu asimptotiknya yang dinyatakan dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ?

```

4) For i ← 1 to n do
  for j ← 1 to n do
    hasil[i,j] ← a[i,j] + b[i,j]
  endfor
endfor

```

$$T(n) = O(n) + O(n) + O(n^2) \rightarrow f(n)$$

$$\text{Big } O = O(n^2)$$

$$\text{Big } \Omega = \Omega(n^2)$$

$$\text{Big } \Theta = \Theta(n^2)$$

5. Tulislah algoritma untuk menyalin (copy) isi sebuah larik ke larik lain. Ukuran elemen larik adalah n elemen. Berapa kompleksitas waktunya $T(n)$? dan berapa kompleksitas waktu asimptotiknya yang dinyatakan dalam Big-O, Big-Ω, dan Big-Θ?

```

5) for i ← 1 to n do
   $a_i \leftarrow b_i$ 
endfor

```

$$T(n) = n$$

$O(n)$	$\Omega(n)$
$n \leq cn$	$n \geq cn$
$c \geq 1$	$c \leq 1$

$$O(n) = \Omega(n) \rightarrow \Theta(n)$$

6. Diberikan algoritma Bubble Sort sebagai berikut:

```

procedure BubbleSort(input/output  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ; integer)
{ Mengurut tabel integer TabInt[1..n] dengan metode pengurutan bubble-
sort
  Masukan:  $a_1, a_2, \dots, a_n$ 
  Keluaran:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (terurut menaik)
}
Deklarasi
  k : integer    { indeks untuk traversal tabel }
  pass : integer { tahapan pengurutan }
  temp : integer { peubah bantu untuk pertukaran elemen tabel }
Algoritma
  for pass  $\leftarrow 1$  to  $n - 1$  do
    for k  $\leftarrow n$  downto pass + 1 do
      if  $a_k < a_{k-1}$  then
        { pertukarkan  $a_k$  dengan  $a_{k-1}$  }
        temp  $\leftarrow a_k$ 
         $a_k \leftarrow a_{k-1}$ 
         $a_{k-1} \leftarrow temp$ 
      endif
    endfor
  endfor

```

- Hitung berapa jumlah operasi perbandingan elemen-elemen tabel!
- Berapa kali maksimum pertukaran elemen-elemen tabel dilakukan?
- Hitung kompleksitas waktu asimptotik (Big-O, Big- Ω , dan Big- Θ) dari algoritma Bubble Sort tersebut!

6a.

Pass	Jumlah operasi
1	$n - 1$
2	$n - 2$
3	$n - 3$
\vdots	\vdots
n	1

$T(n) = (n-1) + (n-2) + \dots + 1$
 $= \frac{n(n-1)}{2}$

b. Maksimum pertukaran elemen = $\frac{n(n-1)}{2}$

c. Kompleksitas waktu

- Big-O = $O(n^2)$
- Big- Ω = $\Omega(n^2)$
- Big- Θ = $\Theta(n^2)$

7. Untuk menyelesaikan problem X dengan ukuran N tersedia 3 macam algoritma:

- Algoritma A mempunyai kompleksitas waktu $O(\log N)$
- Algoritma B mempunyai kompleksitas waktu $O(N \log N)$
- Algoritma C mempunyai kompleksitas waktu $O(N^2)$

Untuk problem X dengan ukuran $N=8$, algoritma manakah yang paling cepat? Secara asimptotik, algoritma manakah yang paling cepat?

- 7) a. Algoritma A $\rightarrow O(\log n)$
 b. Algoritma B $\rightarrow O(n \log n)$
 c. Algoritma C $\rightarrow O(n^2)$

$$N = 10^6$$

$$A \rightarrow O(\log 10^6) = O(\log 2^{\log 2})$$

$$B \rightarrow O(10^6 / \log 10^6) = O(2^{\log 2} / \log 2)$$

$$C \rightarrow O(10^{12}) = O(10^{12})$$

A merupakan algoritma ter cepat dan karena semakin kecil nilainya semakin sedikit operasinya

8. Algoritma mengevaluasi polinomial yang lebih baik dapat dibuat dengan metode Horner berikut:

$$p(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + x(a_3 + \dots + x(a_{n-1} + a_n x)))) \dots)$$

function p2(input x : real) \rightarrow real

(Mengembalikan nilai p(x) dengan metode Horner)

Deklarasi

k : integer

b₁, b₂, ..., b_n : real

Algoritma

b_n \leftarrow a_n

for k \leftarrow n - 1 downto 0 do

 b_k \leftarrow a_k + b_{k+1} * x

endfor

return b₀

Hitunglah berapa operasi perkalian dan penjumlahan yang dilakukan oleh algoritma diatas, Jumlahkan kedua hitungan tersebut, lalu tentukan kompleksitas waktu asimptotik (Big-O)nya. Manakah yang terbaik, algoritma p atau p2?

1) Algoritma P
 Jumlah = n kali
 Kali = n kali

$$T(n) = n + n = 2n$$

Jadi keduanya setara yaitu sama-sama bagus namun P2 lebih baik karena kompleksitas waktunya lebih kecil

Algoritma P2
 $T_2(n) = 1 + n$