

1. На плоскости даны n прямых, не проходящих через $(0, 0)$. Какое наибольшее число прямых может пересекать луч, выходящий из $(0, 0)$? Асимптотика: $O(n \log n)$.
2. На плоскости даны n прямых. За $O(n^2)$ найдите количество частей, на которые они разбивают плоскость.
3. Даны три выпуклых многоугольника-города. В каждом из них можно поставить по алтарю. Тогда церковь должна располагаться в точке, равной центру масс этих трёх точек-алтарей. Для q запросов определите, можно ли так поставить алтари, чтобы церковь находилась в заданной точке. Асимптотика: $O(n + q \log n)$, где n — суммарное число вершин в многоугольниках.
4. Даны два выпуклых многоугольника A и B . За $O(n + q)$ ответьте на q запросов вида: найти площадь $(A \cdot u + B \cdot v)$ с данными параметрами u и v , где n — суммарное число вершин в многоугольниках.
5. Аэропорт и туча представляют собой два выпуклых пересекающихся многоугольника. Определите, за какое минимальное время (при фиксированной скорости движения) туча может очистить небо над аэропортом. Асимптотика: $O(n)$, где n — суммарное число вершин в многоугольниках.
6. Постройте дерево квадратов (стороны которых параллельны осям координат): на плоскости дано семейство квадратов, любые два из которых либо не пересекаются, либо вложены один в другой. Постройте иерархическую систему, отражающую все вложенности квадратов. Асимптотика: $O(n \log n)$, где n — число квадратов.
7. Золотой снитч летит по заданной ломаной с заданной скоростью. Гарри Поттер начинает свой полёт в данной точке с данной скоростью (последняя не меньше скорости снитча). Определите минимальное время, в которое Поттер может поймать снитч. Асимптотика: $O(n \log \frac{1}{\varepsilon})$, где n — число звеньев ломаной, а ε — требуемая точность.
8. На плоскости даны несколько попарно непересекающихся многоугольников и несколько точек. Для каждой точки определите, лежит ли она в каком-либо из многоугольников (если да, то в каком). Асимптотика: $O(n \log n)$, где n — суммарное число точек.

1. Для прямой с направляющим вектором (u, v) проведите из $(0, 0)$ два вектора: (u, v) и $(-u, -v)$. Отсортируйте векторы по углу. Воспользуйтесь двумя указателями, поддерживайте, сколько прямых пересекается.
2. Пусть $(i + 1)$ -я прямая в пересечении с предыдущими i даёт k различных точек. Тогда ответ увеличивается на $k + 1$.
3. Если A, B, C — точки алтарей, то церковь стоит в точке $O = \frac{1}{3}(A + B + C)$. Значит, нужно найти сумму Минковского трёх многоугольников и разделить все координаты на 3.
4. Площадь такого многоугольника имеет вид $\alpha u^2 + \beta uv + \gamma v^2$. Найти коэффициенты можно, рассмотрев некоторые простые пары (u, v) .
5. Нужно вычесть один многоугольник из другого (по Минковскому) и найти кратчайшее расстояние от $(0, 0)$ до какой-либо из сторон.
6. Воспользуйтесь сканирующей прямой, поддерживайте дерево отрезков. Нужно делать присвоение на отрезке и запрос в точке.
7. Можно воспользоваться бинарным поиском по ответу, ведь если Гарри Поттер может долететь до снитча в момент t , то в любой больший момент он также может его догнать. Если время фиксировано, можно определить положение снитча и понять, лежит ли он на данном расстоянии от стартовой точки Гарри. На самом деле, вместо бинарного поиска можно решить квадратное уравнение.
8. Воспользуйтесь сканирующей прямой, от каждого многоугольника будет несколько отрезков, которые можно хранить в `set`'е. Каждый отрезок либо открывает (при движении сверху) свой многоугольник, либо закрывает его.