

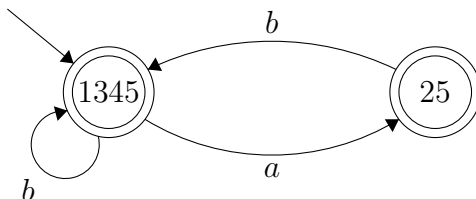
ТРАП 2

Ковалев Алексей

1. Для РВ $(ab|b)^*(\varepsilon|a)$ вычислим followpos. Занумеруем буквы в РВ $(a_1b_2|b_3)^*(\varepsilon|a_4)\#_5$.

| | followpos |
|---|------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 1, 3, 4, 5 |
| 3 | 1, 3, 4, 5 |
| 4 | 5 |

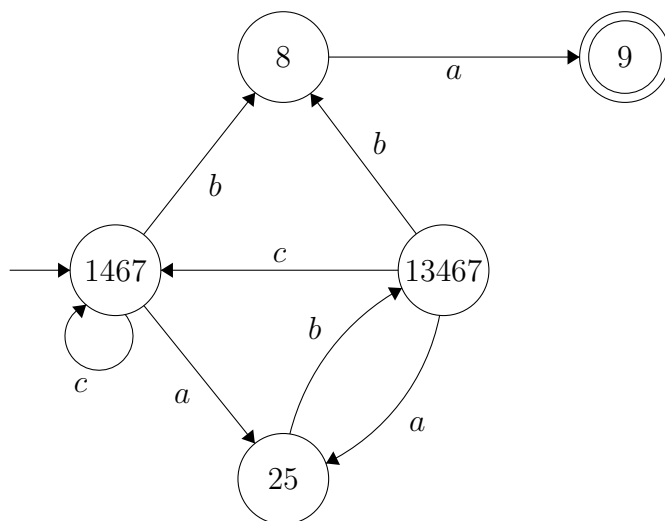
Потроим теперь ДКА по followpos. Любой ДКА является НКА, то есть построенный автомат также является НКА.



2. Для РВ $(abc|(ab|c)^*)^*ba$ вычислим followpos. Занумеруем буквы в РВ $(a_1b_2c_3|(a_4b_5|c_6)^*)^*b_7a_8\#_9$.

| | followpos |
|---|------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 1, 4, 6, 7 |
| 4 | 5 |
| 5 | 1, 4, 6, 7 |
| 6 | 1, 4, 6, 7 |
| 7 | 8 |
| 8 | 9 |

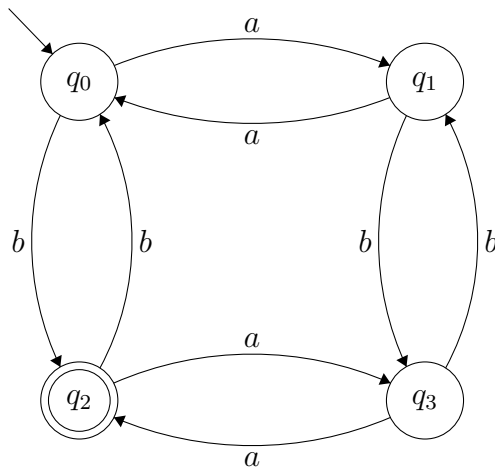
Потроим теперь ДКА по followpos.



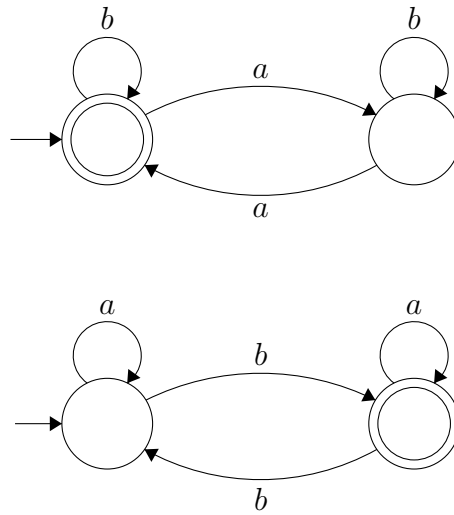
3. Пусть язык из условия – L , а язык, распознаваемый автоматом – L_1 . Покажем включения в обе стороны.

Соблюдается следующий инвариант: переход между состояниями q_0, q_2 и q_1, q_3 зависит только от четности числа букв a , а переход между состояниями q_0, q_1 и q_2, q_3 зависит только от четности числа букв b . Иными словами, переходы между левой и правой частями зависят только от a , а переходы между верхней и нижней частями зависят только от b . То есть левые состояния соответствуют четному числу букв a , правые – нечетному; верхние состояния соответствуют четному числу букв b , нижние – нечетному.

1. Пусть некоторое слово w было принято автоматом, то есть он оказался в конфигурации (q_2, ε) . В силу инварианта это означает, что в слове было четное число букв a и нечетное число букв b . Поэтому $L_1 \subset L$.
2. Рассмотрим слово $w \in L$. В слове w четное число букв a , значит $(q_0, w) \vdash^* (q_0, \varepsilon)$ или $(q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon)$. С другой стороны в слове w нечетное число букв b , значит $(q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon)$ или $(q_0, w) \vdash^* (q_3, \varepsilon)$. Автомат является детерминированным и полным, значит $(q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon)$. Тогда слово w принято автоматом и $L \subset L_1$.



Также этот автомат можно получить как прямое произведение автомата A , распознающего язык из слов с четным числом букв a , и автомата B , распознающего язык из слов с нечетным числом букв b . A сверху, B снизу.



4. Регулярное выражение для этого языка – $ab(a|b|c)^*(b|c)ab$. Для доказательства покажем, что язык L из условия и язык L_1 , задаваемый РВ совпадают. Покажем включения в обе стороны.

1. Ясно, что слова, задаваемые РВ начинаются с ab и заканчиваются на b или c , то есть не на a . Поэтому $L_1 \subset L$.
2. Рассмотрим слово $w \in L$. Оно начинается на ab и заканчивается на b или c . Если $|w| = 2$, то $w = ab$ и задается РВ. Если же $|w| > 2$, то $w = abub$ или $w = abuc$, где $u \in \Sigma^*$. В этом случае w тоже задается РВ, так как u задается частью РВ $(a|b|c)^*$. Значит $L \subset L_1$.

То есть $ab(a|b|c)^*(b|c)ab$ – РВ для языка слов над алфавитом $\Sigma = \{a, b, c\}$, начинающихся на ab и заканчивающихся не на a . Занумеруем в нем буквы: $(a_0b_1(a_2|b_3|c_4)^*(b_5|c_6)|a_7b_8)\#_9$.

| | followpos |
|---|---------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 2, 3, 4, 5, 6 |
| 2 | 2, 3, 4, 5, 6 |
| 3 | 2, 3, 4, 5, 6 |
| 4 | 2, 3, 4, 5, 6 |
| 5 | 9 |
| 6 | 9 |
| 7 | 8 |
| 8 | 9 |

Потроим теперь ДКА по followpos.

