

1. Двоичная куча с минимумом в корне на n элементах расположена в памяти в виде массива. По числу k найдите минимальные k элементов в куче за $O(k \log k)$.
2. В множество итеративно (онлайн) добавляются целые числа. После каждого запроса добавления сообщите медиану текущего множества. Каждый запрос нужно обработать за $O(\log n)$, где n — размер множества после добавления.
3. Рассмотрим такую процедуру построения кучи для данного массива длины n из различных элементов: для каждого элемента от n -го до 1-го вызываем `siftUp`. Верно ли, что построенная куча всегда будет корректной?
4. Пусть в массиве длины n располагается двоичная куча с минимумом в корне. За время $O(n)$ перестройте массив так, чтобы в нём была куча с максимумом в корне.
5. (Метод k -путевого слияния). Дано k массивов A_1, A_2, \dots, A_k , отсортированных по возрастанию. Предложите метод их слияния в один отсортированный массив за время $O((|A_1| + \dots + |A_k|) \cdot \log k)$.
6. Каждый элемент отсортированного массива длины n сдвинули не более чем на k позиций. Отсортируйте его за время $O(n \log k)$.

1. Поддерживайте профиль чисел, которые могут подходить на место i -го числа. Из них нужно некоторым образом найти минимум, удалить его и заменить число на двух сыновей в куче.
2. Поддерживайте кучу элементов, меньших медианы, непосредственно медиану, а также кучу элементов, больших медианы.
3. Существует контрпример для $n = 4$.
4. Это задача-шутка.
5. Храните кучу на k элементах.
6. Воспользуйтесь идеей скользящего окна. Какой элемент должен стоять на первом месте массива?