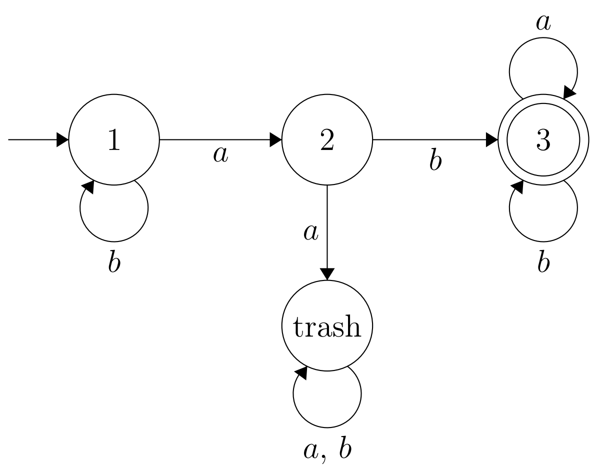
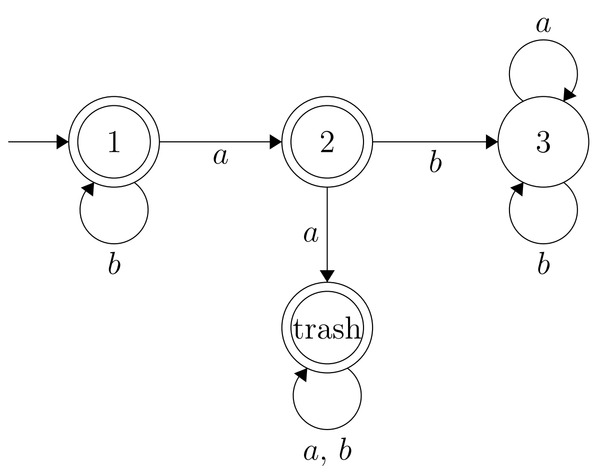
ТРЯП 3

Ковалев Алексей

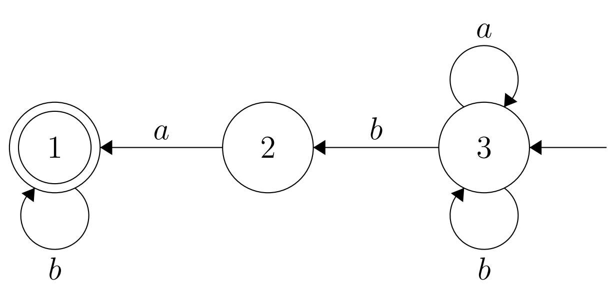
1. Построим сначала пополнение автомата, задающего язык L:



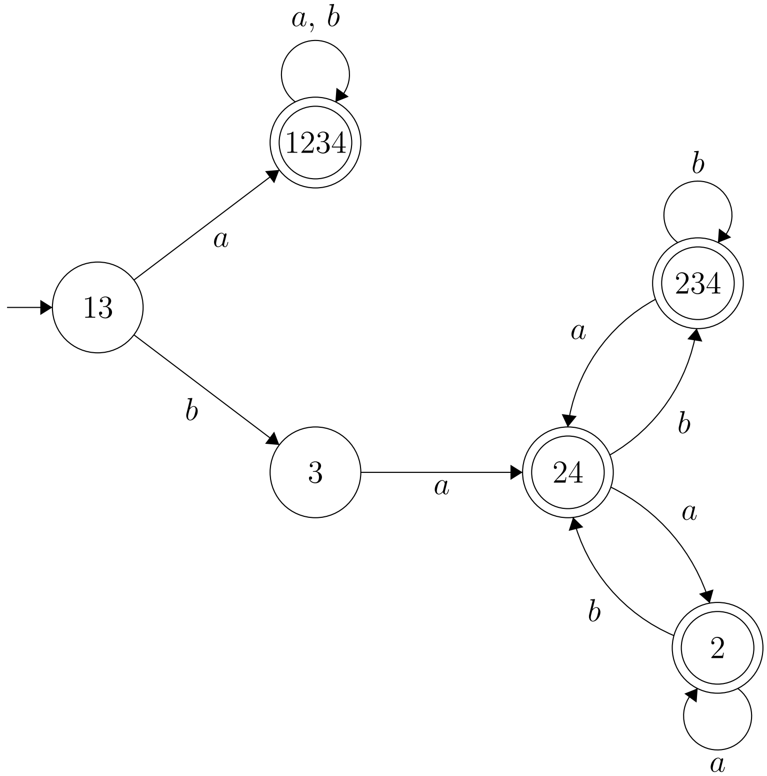
Тогда ДКА для $\overline{L}$ имеет вид:



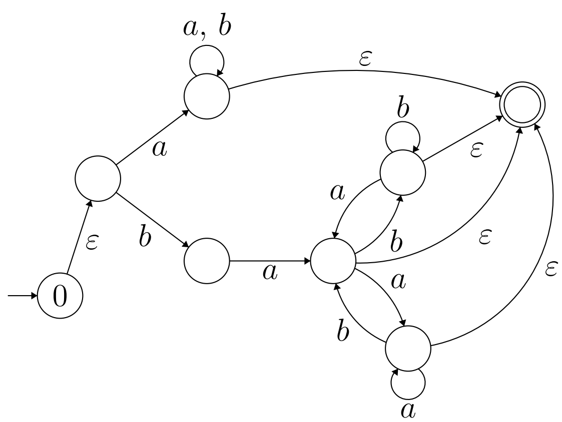
НКА для L^R:

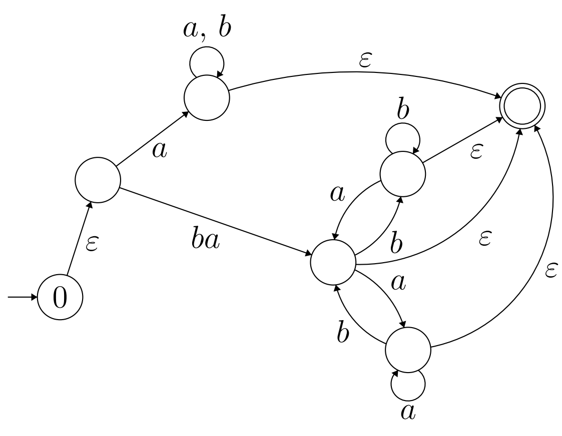


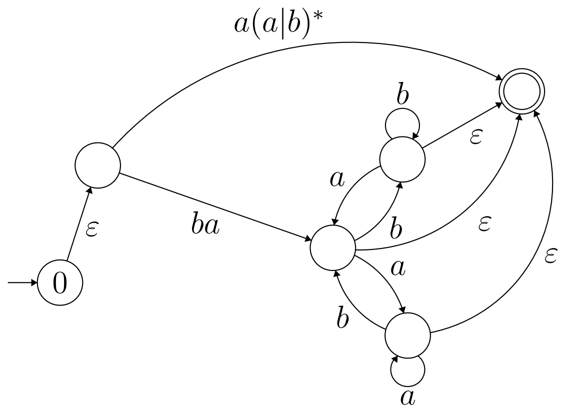
2. Построим сначала ДКА, эквивалентный данному НКА:

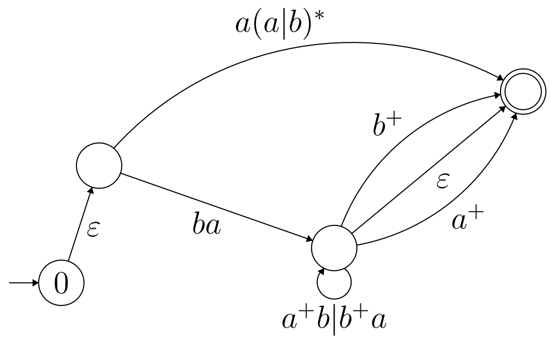


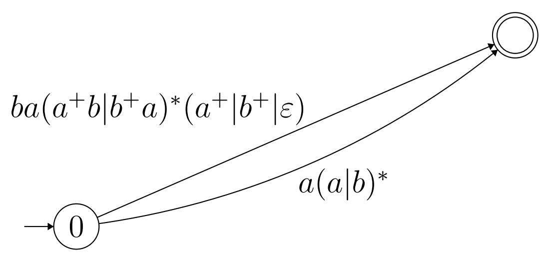
Теперь будем сводить его к обобщенному НКА, чтобы получить эквивалентное ему РВ:









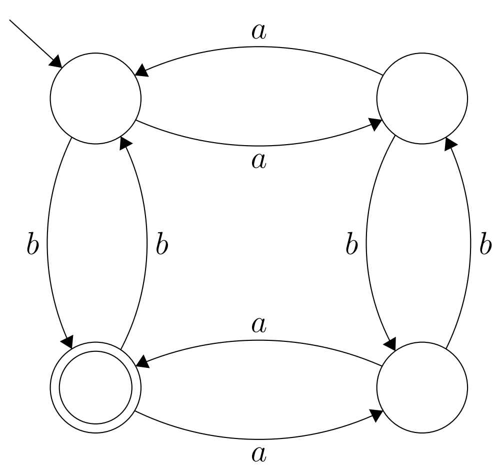


РВ, эквивалентное данному НКА – $ba(a^+b|b^+a)^*(a^+|b^+|\varepsilon)|a(a|b)^*$.

3. Пусть $\overline{B}$ – автомат, который принимает язык $\overline{L(B)}$. Тогда

$$L(A) \setminus L(B) = L(A) \cap \overline{L(B)} = L(A) \cap L(\overline{B})$$

То есть для того чтобы построить автомат, распознающий разность языков $L(A) \setminus L(B)$, нужно лишь построить автомат $A \times \overline{B}$.
Для автоматов A и B из условия $A \times \overline{B}$ имеет вид



4. Для того чтобы проверить, что языки $L(A)$ и $L(B)$ совпадают, достаточно проверить, что $L(A) \triangle L(B) = \varnothing$. При этом автомат для $L(A) \triangle L(B)$ может быть построен за полиномиальное время, так как

$$L(A) \triangle L(B) = (L(A) \setminus L(B)) \cup (L(B) \setminus L(A)) = (L(A) \cap L(\overline{B})) \cup (L(B) \cap L(\overline{A}))$$

где $\overline{A}$, $\overline{B}$ – автоматы, принимающие языки $\overline{L(A)}$, $\overline{L(B)}$ соответственно.
Пусть в автоматах A и B над алфавитом Σ не более n состояний в каждом. Тогда автоматы $\overline{A}$, $\overline{B}$ могут быть построены за $O\big(n|\Sigma|\big)$, так как нужно пополнить автоматы A и B, добавив $O\big(n|\Sigma|\big)$ переходов, и изменить множество принимающих состояний за $O(n)$. Затем нужно построить произведения $A \times \overline{B}$ и $\overline{A} \times B$, что также можно сделать за полномиальное время, так как оба эти автомата содержат $O\big(n^2\big)$ состояний и $O\big(n^2|\Sigma|\big)$ переходов. После этого нужно построить автомат, принимающий язык $L(A \times \overline{B}) \cup L(\overline{A} \times B)$, что можно сделать за $O(1)$.
Если в получившемся автомате принимающие состояния недостижимы из начального состояния автомата, то он принимает $\varnothing$, и языки $L(A)$ и $L(B)$ совпадают, иначе языки $L(A)$ и $L(B)$ не совпадают. Проверить, достижимы ли принимающие состояния из начального можно за линейное от размера получившегося автомата время с помощью поиска в глубину, то есть за $O\big(n^2|\Sigma|\big)$. Итоговая сложность алгоритма – $O\big(n^2|\Sigma|\big)$, где $n = \max(|Q_A|, |Q_B|)$.