

МФТИ

Алгоритмы и структуры данных, осень 2022

Семинар №09. Элементарная геометрия

1. Определите, лежит ли точка C на отрезке с концами в A и B .
2. По данному многоугольнику найдите его площадь.
3. По данному многоугольнику определите, является ли он а) строго выпуклым; б) нестрого выпуклым.
4. Опишите алгоритм, позволяющий находить (построить):
 - а) скалярное/векторное произведение векторов, поворот вектора на угол;
 - б) прямую по двум точкам, прямую по точке и направляющему вектору, прямую по точке и нормали;
 - в) расстояние между точкой и прямой, нахождение проекции точки на прямую, полуплоскость точки относительно прямой;
 - г) пересечение двух прямых;
 - д) расстояние от точки до отрезка;
 - е) расстояние между отрезками, наличие пересечения отрезков;
 - ж) пересечение окружности и прямой;
 - з) пересечение двух окружностей;
 - и) касательные из точки к окружности;
 - к) внешние и внутренние касательные к двум окружностям.

1. Векторное произведение должно быть равно нулю, а скалярное должно быть неположительно.
2. Воспользуйтесь методом треугольников: если v_i и v_{i+1} — две последовательные вершины, добавьте к ответу ориентированную площадь параллелограмма со сторонами v_i, v_{i+1} . В конце нужно взять абсолютное значение и поделить пополам.
3. Повороты от (v_{i-1}, v_i) к (v_i, v_{i+1}) должны быть одного знака.
4.
 - а) можно домножить столбец координат на матрицу поворота (слева);
 - б) если прямая задана уравнением $ax + by + c = 0$, то вектор (a, b) нормален к прямой, но может иметь неединичную длину;
 - в) подставьте координаты точки в (нормированное) уравнение прямой;
 - г) решите систему линейных уравнений методом Крамера;
 - д) нужно проверить, что основание перпендикуляра лежит на отрезке;
 - е) для начала определите, лежит ли один из концов одного из отрезков на другом, иначе они (если и пересекаются, то) пересекаются по внутренности, то есть нужно проверить, что A и B лежат по разные стороны от CD , а также C и D лежат по разные стороны от AB ;
 - ж) опустите перпендикуляр из центра окружности на прямую и отступите от него нужное расстояние в обе стороны;
 - з) вычтите уравнение одной окружности из другой, сведите задачу к предыдущему пункту;
 - и) проведите окружность на PO как на диаметре;
 - к) на прямой O_1O_2 найдите две точки, выступающие центрами гомотетии, переводящей одну окружность в другую, затем из этой точки нужно провести касательные.