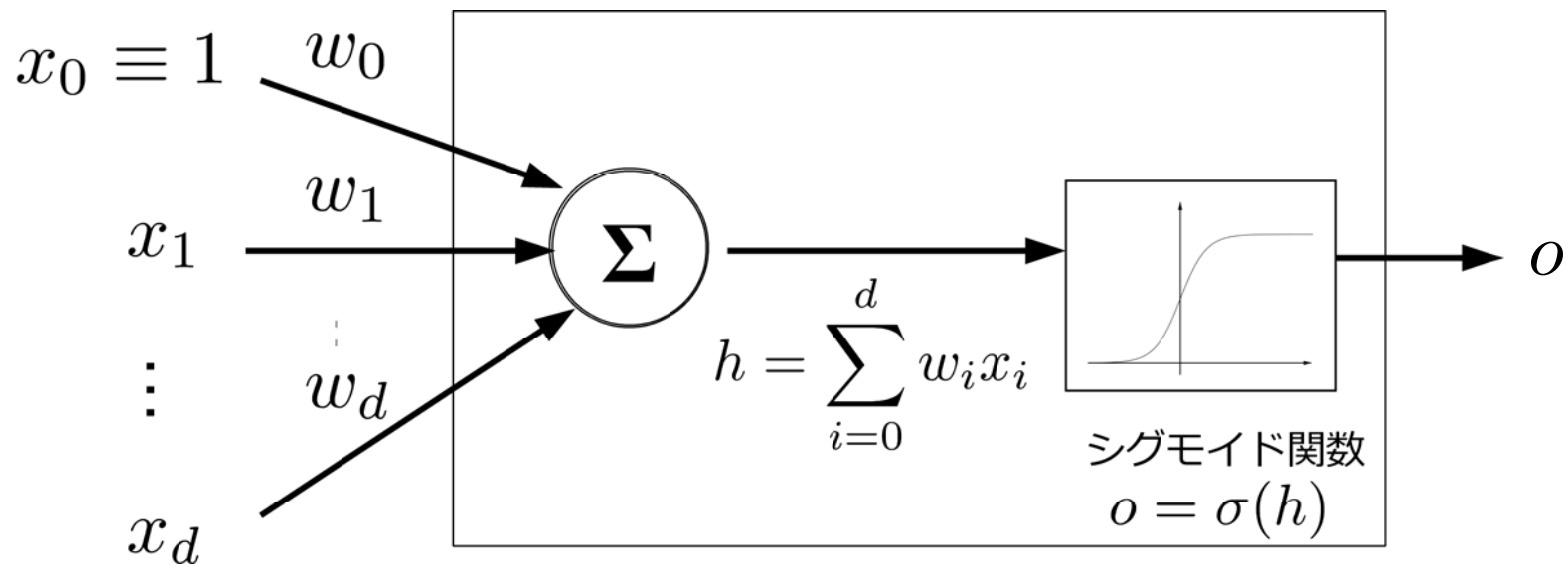


8. ニューラルネットワーク

8.1 ニューラルネットワークの計算ユニット

- ロジスティック識別と同じもの

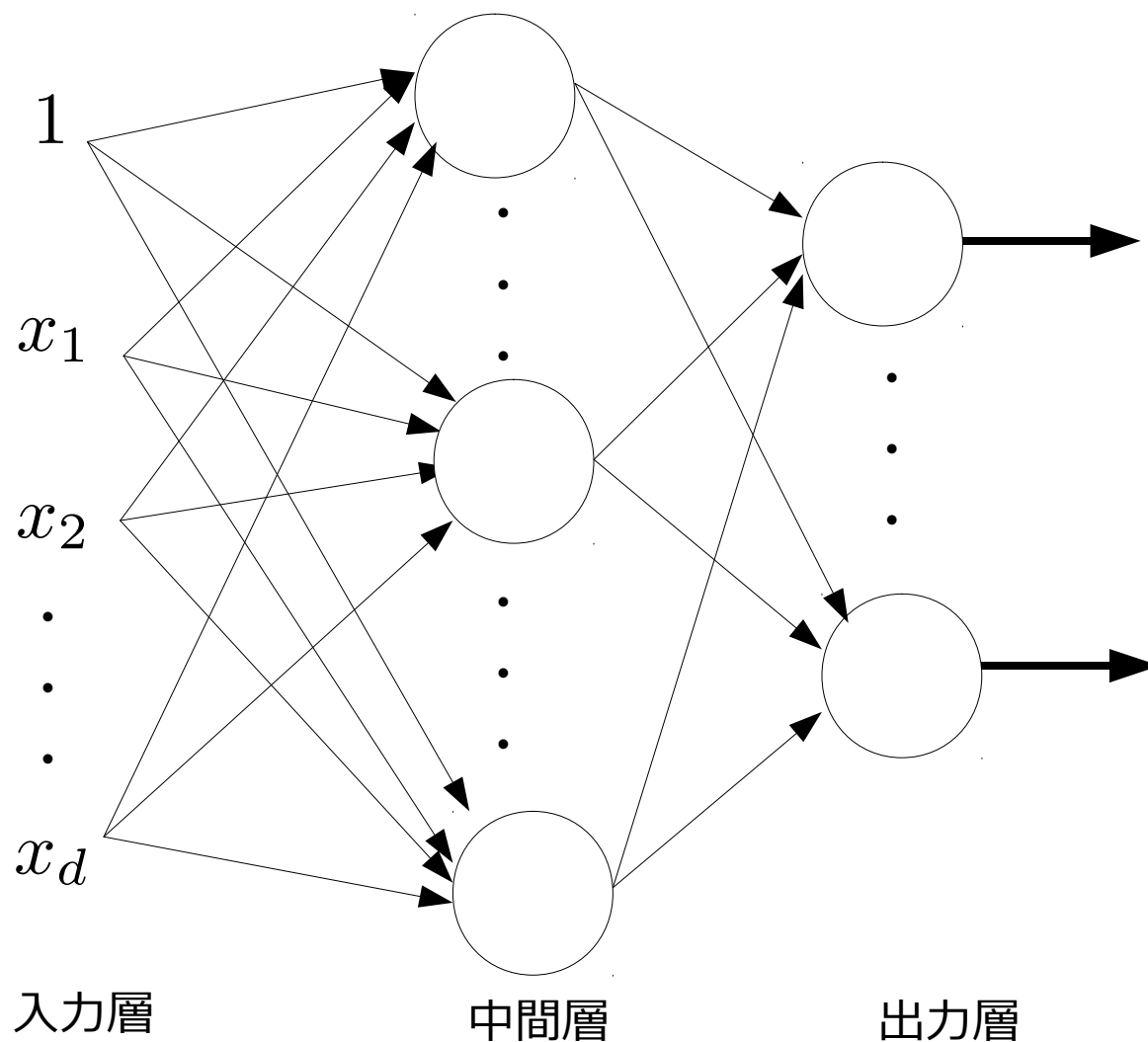


$$\sigma(h) = \frac{1}{1 + e^{-h}}$$

8.2 フィードフォワード型ニューラルネットワーク

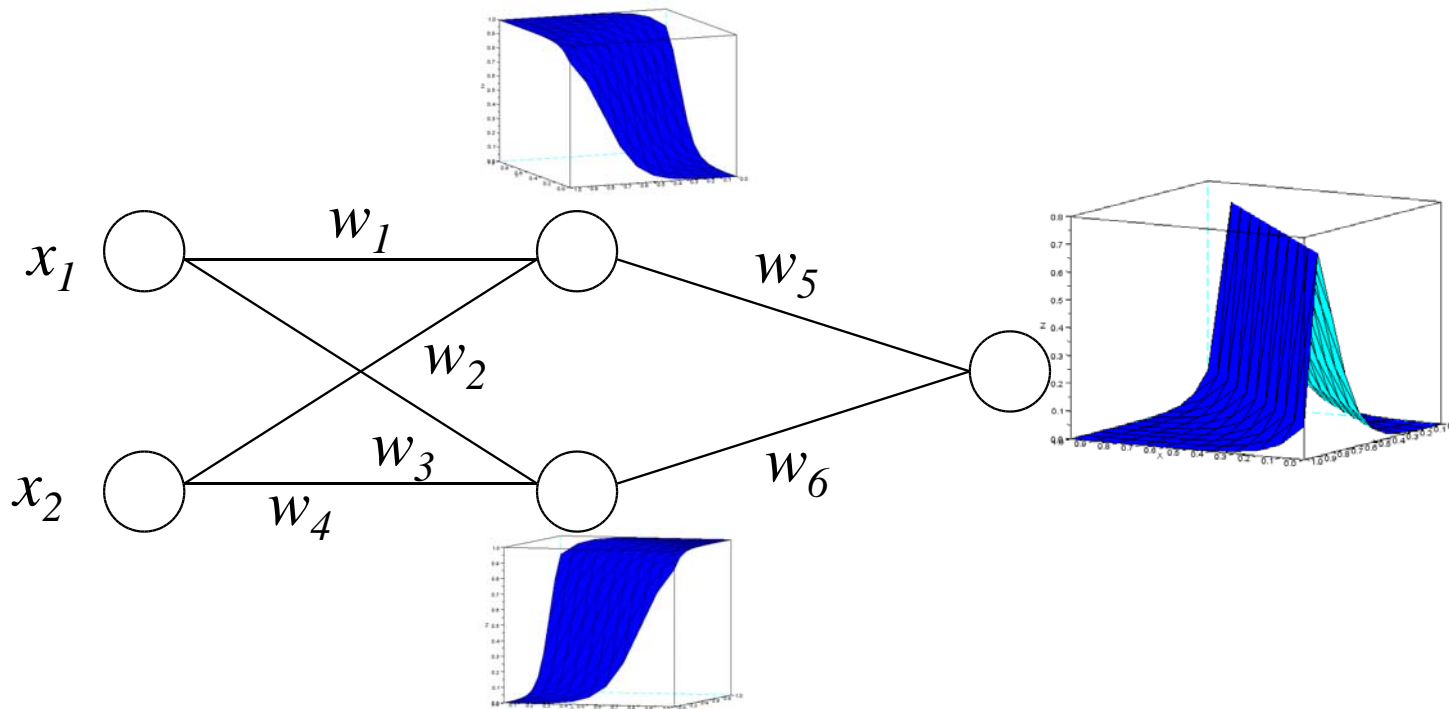
8.2.1 ニューラルネットワークの構成

- フィードフォワード型



8.2.1 ニューラルネットワークの構成

- 識別面の複雑さ
 - 中間層ユニットの個数に関する
 - シグモイド関数（非線形）を任意の重み・方向で足し合わせることで複雑な非線形識別面を構成



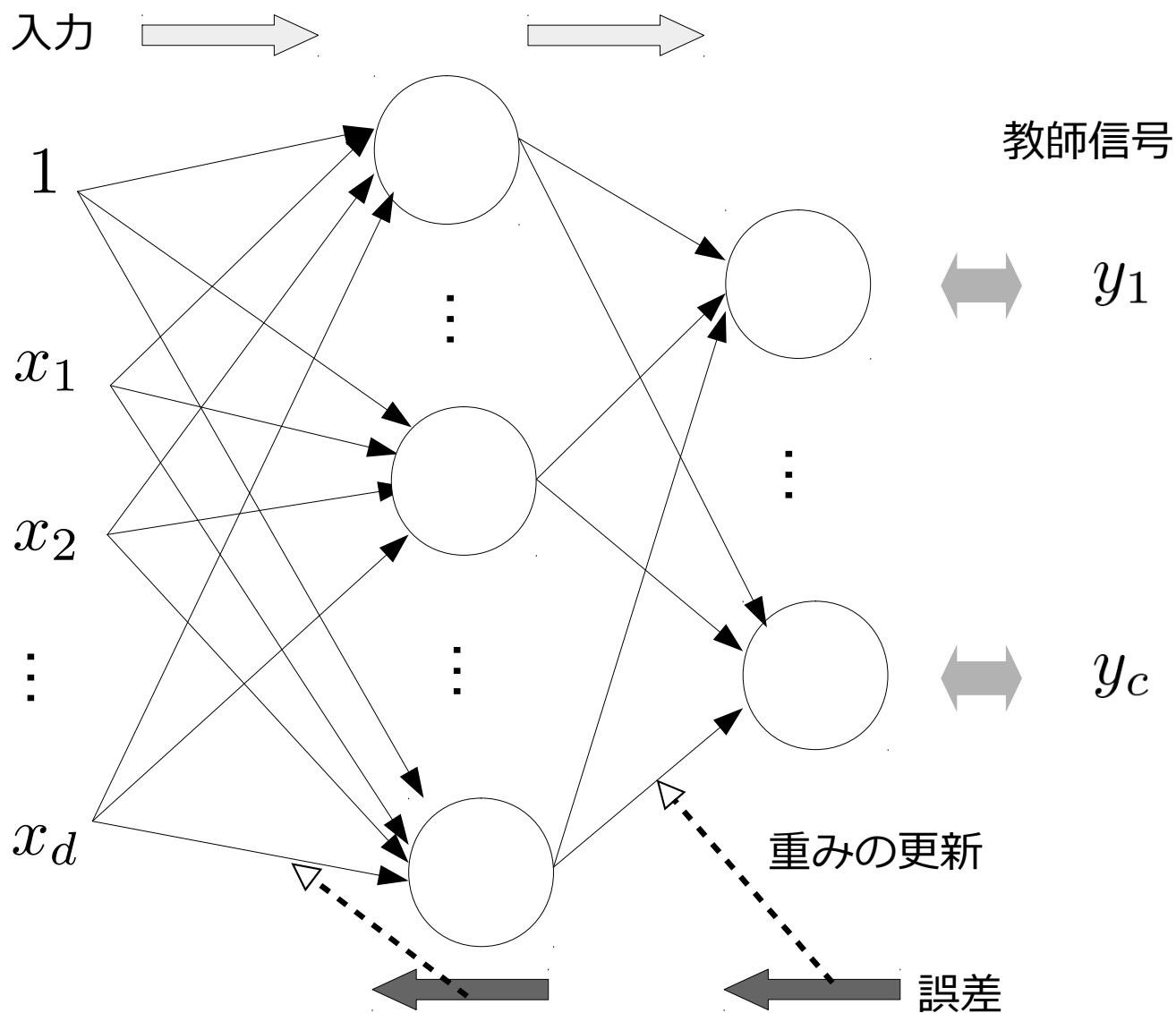
8.2.1 ニューラルネットワークの構成

- フィードフォワードネットワークのユニット
 - 中間層の活性化関数：シグモイド関数
 - 出力層の活性化関数：シグモイド関数または softmax 関数

$$f(h_i) = \frac{\exp(h_i)}{\sum_{j=1}^c \exp(h_j)}$$

8.2.2 誤差逆伝播法による学習

- 誤差逆伝播法の名前の由来



8.2.2 誤差逆伝播法による学習

- 誤差関数

$$E(\boldsymbol{w}) \equiv \frac{1}{2} \sum_{\boldsymbol{x}_i \in D} (y_i - o_i)^2$$

- 重みの調整式

$$w_j \leftarrow w_j - \eta \frac{\partial E}{\partial w_j}$$

ユニット j の重み
が変化すれば、
誤差も変化する


8.2.2 誤差逆伝播法による学習

- 誤差の変化量の計算

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w_i} &= \frac{\partial}{\partial w_i} \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}_j \in D} (y_j - o_j)^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}_j \in D} \frac{\partial}{\partial w_i} (y_j - o_j)^2 \\ &= \sum_{\mathbf{x}_j \in D} (y_j - o_j) \frac{\partial}{\partial w_i} (y_j - o_j)\end{aligned}$$

8.2.2 誤差逆伝播法による学習

- 出力値の微分の計算

$$\frac{\partial o_j}{\partial w_i} = \frac{\partial o_j}{\partial h_j} \frac{\partial h_j}{\partial w_i}$$

$$\frac{\partial o_j}{\partial h_j} = o_j(1 - o_j)$$
$$\frac{\partial h_j}{\partial w_i} = x_{ij}$$

- (出力層の) 重みの更新式

$$w_i \leftarrow w_i + \eta \sum_{x_j \in D} (y_j - o_j) o_j (1 - o_j) x_{ij}$$

8.2.2 誤差逆伝播法による学習

- 誤差逆伝播法

1. リンクの重みを小さな初期値に設定

2. 個々の学習データ (x_i, y_i) に対して以下繰り返し

- 入力 x_i に対するネットワークの出力 o_i を計算

- a) 出力層の k 番目のユニットに対してエラー量 δ 計算

$$\delta_k \leftarrow o_k(1 - o_k)(y_k - o_k)$$

- b) 中間層の h 番目のユニットに対してエラー量 δ 計算

$$\delta_k \leftarrow o_k(1 - o_k) \sum_{k \in \text{outputs}} w_{kh} \delta_k$$

- c) 重みの更新

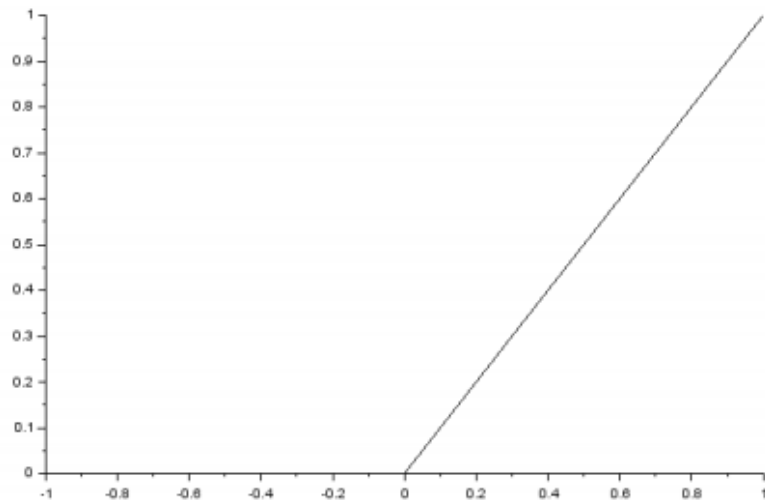
$$w'_{ji} \leftarrow w_{ji} + \eta \delta_j x_{ji}$$

8.3 ニューラルネットワークの深層化

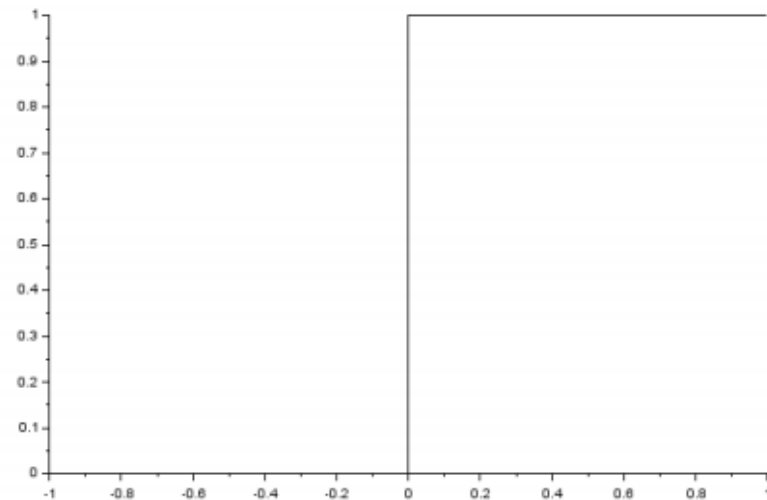
- 勾配消失問題
- 多階層ネットワークの学習の難しさ
 - 誤差逆伝播法による多層ネットワークの学習は、重みの修正量が層を戻るにつれて小さくなってゆく

8.3 ニューラルネットワークの深層化

- さまざまな活性化関数
- 微分によって大きく値が減らない関数
- ReLu $f(x) = \max(0, x)$



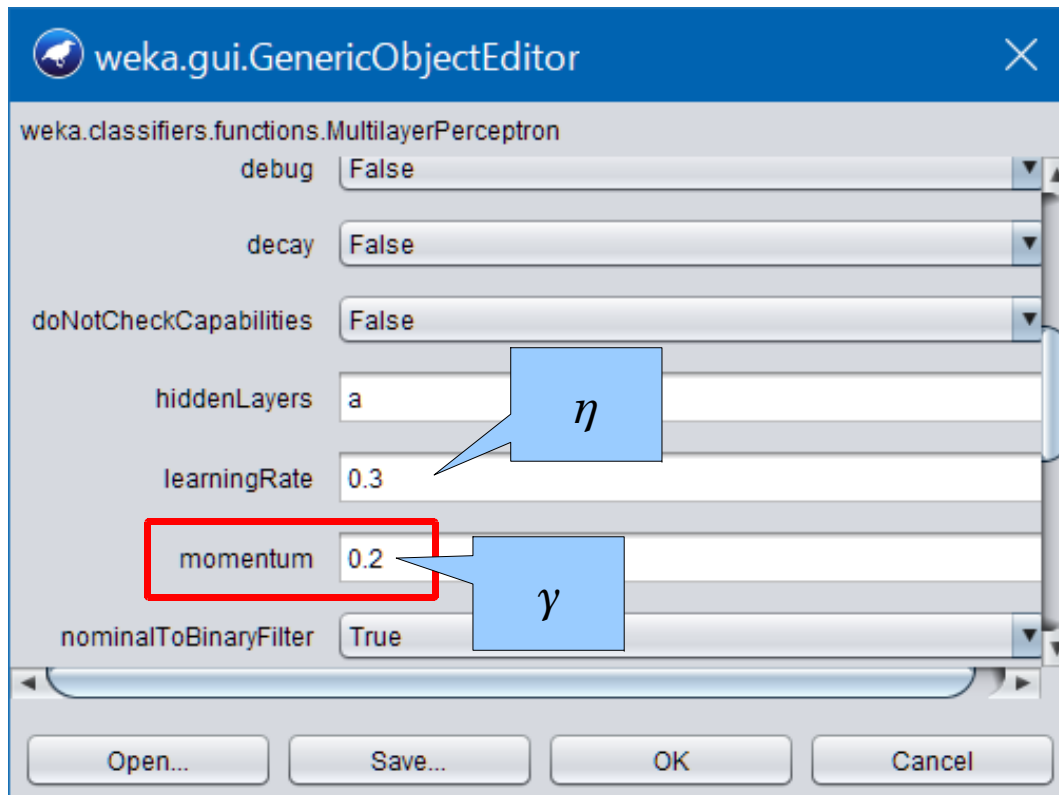
(a) rectified linear 関数



(b) (a)の導関数

学習時のパラメータ

- Weka でのパラメータ調整
 - モーメンタム（慣性） v
 - 更新の方向に勢いを付けることで収束を早め、振動を抑制する



$$v_t = \gamma v_{t-1} + \eta \frac{\partial E}{\partial w}$$

$$w' = w - v_t$$

学習時のパラメータ

- sklearn の学習パラメータ (1/2)

```
MLPClassifier(  
    activation='relu', alpha=0.0001, batch_size='auto', beta_1=0.9,  
    beta_2=0.999, early_stopping=False, epsilon=1e-08,  
    hidden_layer_sizes=(100,), learning_rate='constant',  
    learning_rate_init=0.001, max_iter=200, momentum=0.9,  
    nesterovs_momentum=True, power_t=0.5, random_state=None,  
    shuffle=True, solver='adam', tol=0.0001, validation_fraction=0.1,  
    verbose=False, warm_start=False)
```

- activation: 活性化関数
 - 'identity': 同一値関数 $f(x) = x$
 - 'logistic': シグモイド関数 $f(x) = 1 / (1 + \exp(-x))$
 - 'tanh': 双曲線正接 $f(x) = \tanh(x)$
 - 'relu': ランプ関数 $f(x) = \max(0, x)$

学習時のパラメータ

- sklearn の学習パラメータ (2/2)
- solver: 最適化手法
 - 'lbfgs': 準ニュートン法
 - 2 次微分を更新式に加える
 - 'sgd': 確率的最急降下法
 - 'adam': Adaptive Moment Estimation
 - モーメントの改良: 直前の値だけではなく、これまでの指数平滑移動平均を用いる
 - モーメントの拡張: 分散に関するモーメントも用いる
 - まれに観測される特徴軸に対して大きく更新する効果

データ数が多いときは adam 、
少ないときは lbfgs が
勧められている