Mathématiques

Présentation des épreuves

Oral 1 de mathématiques (sans préparation)

L'épreuve consiste en un oral de trente minutes sans préparation. Le sujet est composé de trois questions de difficulté croissante. La première question consiste à énoncer un résultat de cours et éventuellement à en refaire une démonstration au tableau. La deuxième question demande davantage de réflexion mais reste de difficulté raisonnable. La dernière question est plus ardue et a vocation à tester les capacités d'analyse du candidat et son aptitude à dialoguer avec l'examinateur. Quels que soient les obstacles rencontrés par le candidat, l'examinateur lui fournit des indications pour l'aider à avancer. Il n'est pas nécessaire de traiter l'intégralité du sujet pour obtenir une excellente note et les indications données pour traiter une question difficile ne sont pas pénalisantes.

Oral 2 de mathématiques (avec `Python`)

L'épreuve consiste en un oral avec préparation de 30 minutes, suivi d'une présentation devant l'examinateur pendant 30 minutes. Pendant la phase de préparation, les candidats disposent d'un ordinateur équipé du logiciel `Python`. Le sujet comporte des questions d'informatique où les candidats sont invités à créer des programmes sur l'ordinateur fourni, ainsi que des questions mathématiques. Les candidats bénéficient également de fiches d'aide contenant des commandes `Python`. Les sujets sont assez longs, il n'est donc pas nécessaire de traiter toutes les questions pour obtenir une excellente note.

Analyse globale des résultats

L'évaluation a porté sur la connaissance des notions du programme et la capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes ainsi que sur la clarté de l'exposé et l'aptitude à dialoguer avec l'examinateur.

Dans leur grande majorité, les candidats ont montré une bonne connaissance des résultats de cours. En revanche, le fait de demander quelques preuves de résultats élémentaires et notamment de première année, s'est révélé discriminant.

Les notes les plus faibles concernent les candidats qui ont montré des lacunes importantes sur des notions de cours ou très proches du cours. Même si, à l'issue de l'oral, ils ont traité un nombre non négligeable de questions, ils sont pénalisés par l'aide que l'examinateur a dû leur fournir.

Les notes intermédiaires concernent les candidats qui connaissent les notions de cours mais qui ont, à des degrés divers, besoin d'indications pour avancer.

Les notes les plus élevées ont été attribuées à des candidats à la fois rapides et faisant preuve d'une grande autonomie. Le jury tient notamment à féliciter les quelques étudiants brillants, capables de résoudre sans aide l'intégralité de leur planche d'oral avec un exposé d'une grande clarté.

En ce qui concerne l'épreuve de mathématiques 2 en MPI, les candidats maitrisent globalement bien `Python`. À noter toutefois, certains candidats, en raison de lacunes en programmation et non d'un manque de pratique en `Python`, n'ont pas réussi à mettre en œuvre des programmes pourtant assez simples. Par exemple, un programme qui teste si un entier naturel est un nombre premier ou pas. Ces lacunes, surprenantes en filière MPI, ont très fortement influencé les examinateurs dans leur évaluation.

Quelques candidats n'ont pas su mettre à profit les commandes `Python` proposées sur le site du concours Centrale-Supélec : https ://www.concours-centrale-supelec.fr/CentraleSupelec/SujetsOral/MP. Il en résulte parfois des programmes maladroits, plus longs que nécessaire et qui, en plus de les freiner dans leur oral, montre un certain degré d'impréparation qui joue évidemment en leur défaveur. Il ne s'agit bien sûr pas d'apprendre par cœur toutes ces commandes, mais plutôt d'avoir une vue générale sur ce qui est faisable, comme par exemple la création de matrices aléatoires avec des coefficients compris entre 0 et 1.

Cette année encore, des candidats réalisent un excellent travail sur ordinateur et présentent une résolution remarquable des questions mathématiques.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Le jury propose ici quelques conseils afin de permettre aux candidats d'améliorer leur prestation.

Commençons par une remarque relative à l'aspect logistique. L'oral ne dure que trente minutes depuis l'appel du candidat jusqu'à son départ de la salle d'interrogation. On ne peut que recommander aux candidats d'arriver dans la salle avec leur convocation et leur pièce d'identité à la main. Ils éviteraient ainsi la perte de précieuses minutes en début d'oral.

Qualité de l'oral

L'épreuve est un oral et il n'est pas nécessaire de tout écrire au tableau. Par exemple réécrire le sujet est une perte de temps sauf si cela permet au candidat de mieux prendre possession du sujet. En revanche, il ne faut pas sacrifier la précision des arguments, les arguments donnés à l'oral doivent être convaincants et synthétiques. Le tableau est un outil essentiel de l'oral. Il ne s'agit ni d'un brouillon ni d'une copie. Il est apprécié que les éléments essentiels de logique s'y retrouvent : introduction des variables, symboles d'implication ou d'équivalence, quantificateurs, prédicat des récurrences...

On ne peut que conseiller aux candidats de structurer systématiquement le tableau, par exemple en le divisant en trois colonnes. Il est à noter que certains candidats gèrent encore de manière désorganisée leur présentation, commençant à écrire au centre du tableau et continuant ensuite là où l'espace est disponible. Cela augure mal des capacités d'organisation d'un futur ingénieur.

Dans l'épreuve de mathématiques 1, il est nécessaire de prendre connaissance de l'énoncé au début de l'oral et il n'est pas déraisonnable d'y consacrer quelques minutes. En revanche, après cette lecture, il faut engager la conversation avec l'examinateur. De trop nombreux candidats commencent silencieusement à écrire au tableau, jusqu'à une dizaine de lignes, avant que l'examinateur soit contraint de les informer que l'épreuve n'est pas d'un écrit au tableau.

L'attitude générale est un critère déterminant dans l'évaluation d'un oral et notamment la qualité de l'interaction avec l'examinateur. Un candidat dynamique et pugnace, qui expose à l'oral ses tentatives, qui ne se laisse pas démobiliser par la première difficulté rencontrée est en pratique bien plus rapidement aidé qu'un candidat qui reste regarder le tableau sans rien communiquer de ses réflexions. À l'issue d'un oral où le temps joue un rôle important, la différence est grande. Ne pas oublier non plus qu'il s'agit de communiquer avec l'examinateur et qu'il convient donc de le regarder et de lui parler suffisamment fort et distinctement pour qu'il n'ait pas à faire répéter. Dans le même ordre d'idée, il faut éviter les silences et ne pas craindre d'exposer les idées qui passent par la tête quand la réponse n'est pas immédiate. Pour un exercice sans préparation, il n'y a pas de mauvaises idées et toute tentative est intéressante si elle est analysée et expliquée. Ce sont ces moments de difficulté qui permettent d'évaluer la capacité de prise d'initiative, de réactivité et d'inventivité des candidats.

Compétences mathématiques

Concernant le cours, le théorème spectral, les théorèmes de régularité des suites, séries de fonctions et intégrales à paramètres sont globalement bien maitrisés. En revanche, énoncer la formule de Taylor avec reste intégral est problématique pour de nombreux candidats. Compte tenu de l'importance de cette formule, c'est profondément regrettable.

Le théorème de Cauchy linéaire, seul résultat ou presque sur les équations différentielles, devrait être parfaitement connu, mais il a, cette année encore, donné lieu a des interprétations chaotiques avec entre autres, l'oubli quasi-systématique du coefficient égal à 1 devant la dérivée de plus haut degré.

La notion de différentielle et la preuve de son unicité ont aussi posé des difficultés avec des confusions entre l'ouvert U sur lequel une fonction est différentiable et la différentielle en un point qui est une application linéaire définie sur l'espace vectoriel normé tout entier.

Les développements limités et notamment la notion de $o\left(\|h\|\right)$ ont aussi, et de manière surprenante, posé des problèmes.

Attention aux ensembles de définition et d'arrivée des applications. Cela a déjà été mentionné pour la différentielle, cela a aussi été confus dans la définition de variable aléatoire discrète. Par ailleurs, dans la définition de cette dernière, les candidats oublient l'hypothèse de « mesurabilité » , à savoir que l'image réciproque d'un singleton de l'ensemble d'arrivée est un événement, c'est-à-dire un élément de la tribu intervenant dans la définition de l'espace probabilisé ambiant.

Il ne faut pas hésiter à en donner un peu plus que demandé dans l'énoncé, mais sans excès, par exemple si on est amené à manipuler une série entière, donner quelques informations sur son rayon de convergence, ou encore justifier rapidement qu'un objet est bien défini, qu'il s'agisse d'une fonction définie par une intégrale, de l'exponentielle d'une matrice, d'un supremum...

Le jury a parfois demandé des démonstrations de résultats de cours. Il interroge également sur le programme de première année, et le jury a pu s'étonner de la lenteur avec laquelle certains candidats retrouvent la démonstration du théorème de Rolle ou encore des résultats sur les fonctions convexes, ou la définition d'un morphisme de groupes. On ne peut que conseiller aux futurs candidats de travailler ces démonstrations élémentaires, dont les idées sont souvent source d'inspiration pour des questions plus difficiles.

Il est tout à fait possible, et même parfois souhaitable, de donner des arguments à l'oral pour gagner du temps, mais la précision doit être de rigueur. L'exemple typique est celui des « croissances comparées », pour lequel on est en droit de demander précisément quel est l'énoncé utilisé et en quoi il peut s'appliquer.

Quelques passages calculatoires relativement simples, par exemple le calcul du degré de la composée de deux polynômes, ont donné lieu à d'interminables développements au tableau, souvent interrompus par l'examinateur, proposant d'admettre le résultat. On ne peut que conseiller aux futurs candidats de travailler leurs réflexes en calcul, toute lenteur dans ce domaine étant pénalisante pour un oral d'une demi-heure.

Les questions de dénombrement, même relativement complexes ont dans l'ensemble été traitées de façon satisfaisante. En revanche, les questions pour lesquelles il est utile d'avoir une représentation géométrique du problème se sont révélées discriminantes, en particulier les questions de topologie (convexité) et de calcul différentiel, comme par exemple la question du calcul du plan tangent à une surface d'équation cartésienne $f\left(x, y, z\right) = 0$ passant par le point de coordonnées $\left(a, b, c\right)$ à l'aide du gradient.

L'énoncé du théorème de projection sur un sous-espace vectoriel F de dimension finie dans un espace préhilbertien est souvent connu, mais la démonstration du fait que F et son orthogonal sont supplémentaires a posé de grandes difficultés.

On rappelle enfin que les suites convergentes dans un espace vectoriel normé sont bornées. Ce qui peut s'avérer utile dès qu'un problème de bornes apparait.

Conclusion

Les candidats de la filière MPI ont réalisé dans l'ensemble des prestations de qualité, tant sur le plan de la présentation orale que sur celui des connaissances et de la rigueur mathématiques, le jury tient à les féliciter pour le sérieux de leur travail et leur niveau général très satisfaisant. Il espère que ces quelques remarques permettront aux futurs candidats d'aborder les oraux mathématiques en ayant une vision plus précise des attendus du jury.