

フーリエ級数展開における有限項近似の誤差

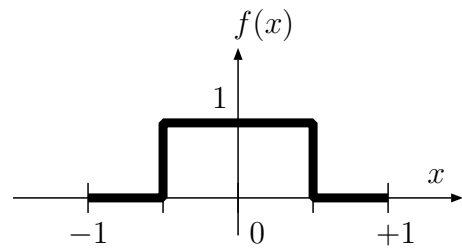
関数 $f(x)$ の有限区間の複素フーリエ級数展開を以下で定義する。

$$f(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{k_m} e^{ik_m x} \quad (1)$$

$$F_{k_m} = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} f(x) e^{-ik_m x} dx, \quad k_m = \frac{m\pi}{l} \quad (2)$$

以下の関数 $f(x)$ について区間 $[-1, +1]$ でのフーリエ級数表現を示しなさい。
(F_{k_m} を解析的 (数学的) に求める)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| < 1/2) \\ 0 & (1/2 \leq |x| < 1) \end{cases} \quad (3)$$



フーリエ級数展開の第 M 次項までの有限項で打ち切った近似関数関数を $f'_M(x)$ とする。

$$f'_M(x) = \sum_{m=-M}^{+M} F_{k_m} e^{ik_m x} \quad (4)$$

打ち切り次数 M が $M = 0, 1, \dots, 10$ のそれぞれの場合について、 $f'_M(x)$ を図示しなさい。

※レポート作成上の注意

- レポートは考え方が判るように書くこと (数式のみ図のみは不可)
- 出題者がこの課題を解かせた意図 (あえて伏せています) を考え、その結果から何が判るかを示すこと
- 指示されたこと以外に拡大して記すことは、もちろん可 (理解度を積極的にアピールする)