

Presentación AA-1-2



Lección-1

Material preparado por: Daniel Boza

Descenso de gradiante para regresión mutiple

Anotación Anterior

parametros w_1, \dots, w_n
 b

modelo $f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = w_1 x_1 + \dots + w_n x_n + b$

función de costos $J(w_1, \dots, w_n, b)$

Notación de vector

$\vec{w} = [w_1 \quad \dots \quad w_n]$
 b

$f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$

$J(\vec{w}, b)$

Descenso de Gradiante

repetir {

$$w_j = w_j - \alpha \frac{\partial}{\partial w_j} J(w_1, \dots, w_n, b)$$

$$b = b - \alpha \frac{\partial}{\partial b} J(w_1, \dots, w_n, b)$$

}

repetir {

$$w_j = w_j - \alpha \frac{\partial}{\partial w_j} J(\vec{w}, b)$$

$$b = b - \alpha \frac{\partial}{\partial b} J(\vec{w}, b)$$

}

Gradiente de descenso

repetir { Una característica

$$\underline{w} = w - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\underline{w}, b}(\underline{x}^{(i)}) - y^{(i)}) \underline{x}^{(i)}$$

$$\frac{\partial}{\partial w} J(w, b)$$

$$b = b - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\underline{w}, b}(\underline{x}^{(i)}) - y^{(i)})$$

Actualizar simultáneamente w, b

}

n característica ($n \geq 2$)

repetir {

$$w_1 = w_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)}) x_1^{(i)}$$

:

$$\frac{\partial}{\partial w_1} J(\vec{w}, b)$$

$$w_n = w_n - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)}) x_n^{(i)}$$

$$b = b - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f_{\vec{w}, b}(\vec{x}^{(i)}) - y^{(i)})$$

Actualizar simultáneamente

w_j (for $j = 1, \dots, n$) and b

}

Presentación AA-1-2



Lección-2

Escalamiento de características

Material preparado por: Daniel Boza

Múltiples características (variables)

| Tamaño y alimentación | Número de dormitorios | Número de pisos | Edad de la casa en años | Precio (\$) en \$1000 |
|-----------------------|-----------------------|-----------------|-------------------------|-----------------------|
| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | |
| 2104 | 5 | 1 | 45 | 460 |
| 1416 | 3 | 2 | 40 | 232 |
| 1534 | 3 | 2 | 30 | 315 |
| 852 | 2 | 1 | 36 | 178 |
| ... | ... | ... | ... | ... |

- ▶ $x_j = j^{th}$ característica j
- ▶ n = cantidad de características
- ▶ $\bar{x}^{(i)}$ = características del ejemplo de entrenamiento i^{th}
- ▶ $x_j^{(i)}$ = valor de la característica j en el ejemplo de entrenamiento i^{th}

Modelo

Previamente: $f_{w,b}(x) = wx + b$

$$f_{w,b}(x) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + w_4 x_4 + b$$

$$f_{w,b}(x) = 0.1 \underset{\text{Tamaño}}{\downarrow} x_1 + 4 \underset{\text{\# de cuartos}}{\downarrow} x_2 + 10 \underset{\text{pisos}}{\downarrow} x_3 + -2 \underset{\text{años}}{\downarrow} x_4 + 80 \underset{\text{precio base}}{\downarrow}$$

$$f_{w,b}(x) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + b$$

$$f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + b$$

$$\vec{w} = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ \dots \ w_n]$$

b is a number

vector $\vec{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]$

$$f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + \dots + w_n x_n + b$$

regresión lineal multiple

PARAMETROS Y CARACTERISTICAS

$$\vec{w} = [w_1 \quad w_2 \quad w_3]$$

b is a number

$$\vec{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]$$

función

```
w = np.array([1.0,2.5,-3.3])
b = 4
x = np.array([10,20,30])
```

SIN VECTORIZACIÓN

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + b$$

```
f = w[0] * x[0] +
    w[1] * x[1] +
    w[2] * x[2] + b
```

SIN VECTORIZACIÓN

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = \left(\sum_{j=1}^n w_j x_j \right) + b$$

```
f = 0
for j in range(0,n):
    f = f + w[j] * x[j]
f = f + b
```

VECTORIZACIÓN

$$f_{\vec{w},b}(\vec{x}) = \vec{w} \cdot \vec{x} + b$$

```
f = np.dot(w,x) + b
```

SIN VECTORIZACIÓN

```
for j in range(0,16):  
    f = f + w[j] * x[j]
```

t_0 $f + w[0] * x[0]$
 t_1 $f + w[1] * x[1]$
...
 t_{15} $f + w[15] * x[15]$

CON VECTORIZACIÓN

```
np.dot(w,x)
```

t_0

| | | | |
|------|------|-----|-------|
| w[0] | w[1] | ... | w[15] |
| * | * | ... | * |

t_1

| | | | |
|------|------|-----|-------|
| x[0] | x[1] | ... | x[15] |
| | | ... | |

$$w[0]*x[0] + w[1]*x[1] + \dots + w[15]*x[15]$$

DESCENSO DE GRADIANTE

$$\vec{w} = (w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_{16})$$

$$\vec{d} = (d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_{16})$$

```
w = np.array([0.5, 1.3, ... 3.4])
d = np.array([0.3, 0.2, ..., 0.4])
```

Calcular $w_j = w_j - 0.1d_j$ for $j = 1 \dots 16$

SIN VECTORIZACIÓN

$$w_1 = w_1 - 0.1d_1$$

$$w_2 = w_2 - 0.1d_2$$

⋮

$$w_{16} = w_{16} - 0.1d_{16}$$

CON VECTORIZACIÓN

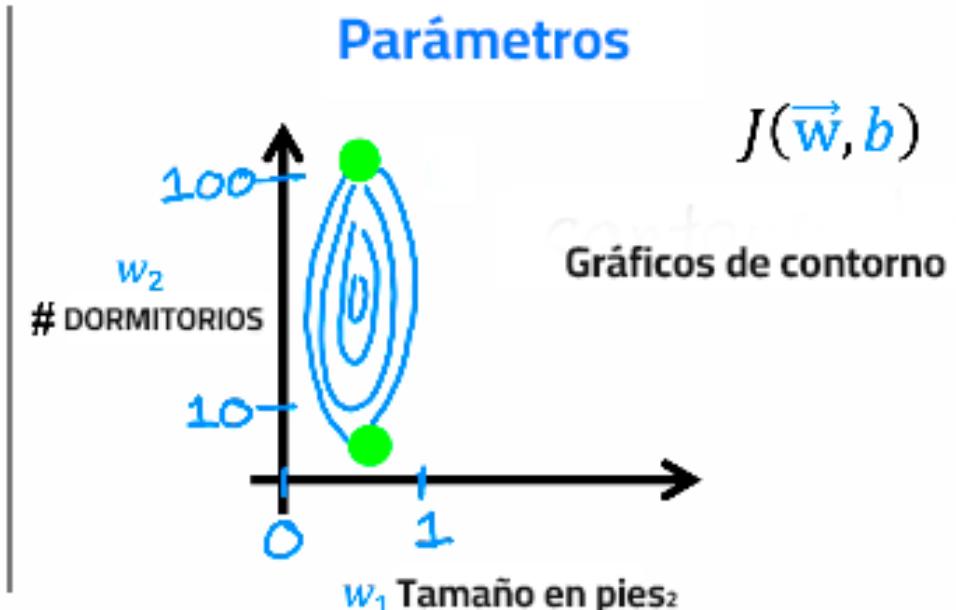
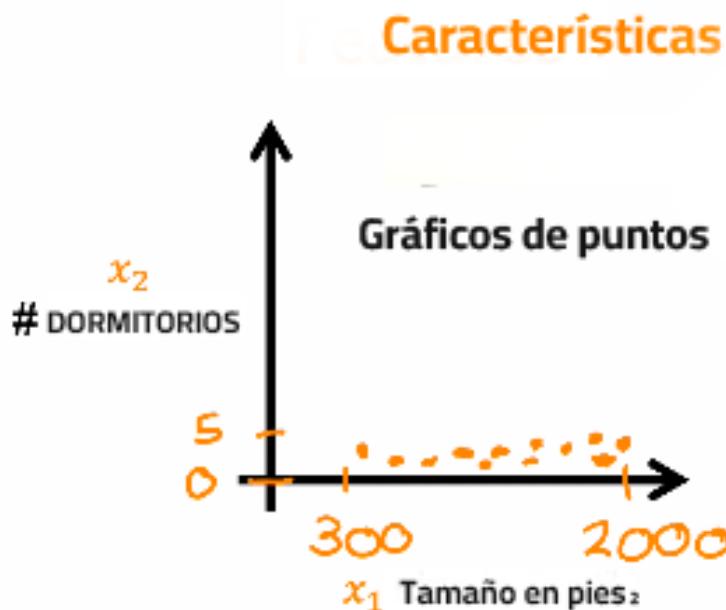
$$\vec{w} = \vec{w} - 0.1\vec{d}$$

```
w = w - 0.1 * d
```

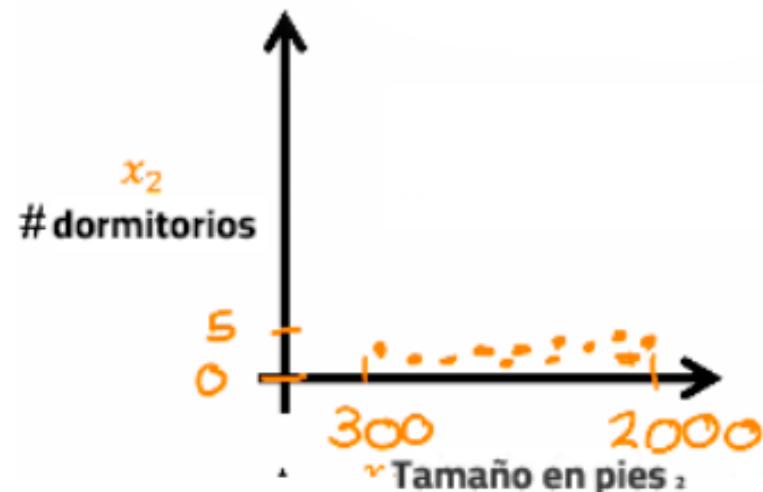
```
for j in range(0,16):
    w[j] = w[j] - 0.1 * d[j]
```

Tamaño de característica y tamaño de parámetro

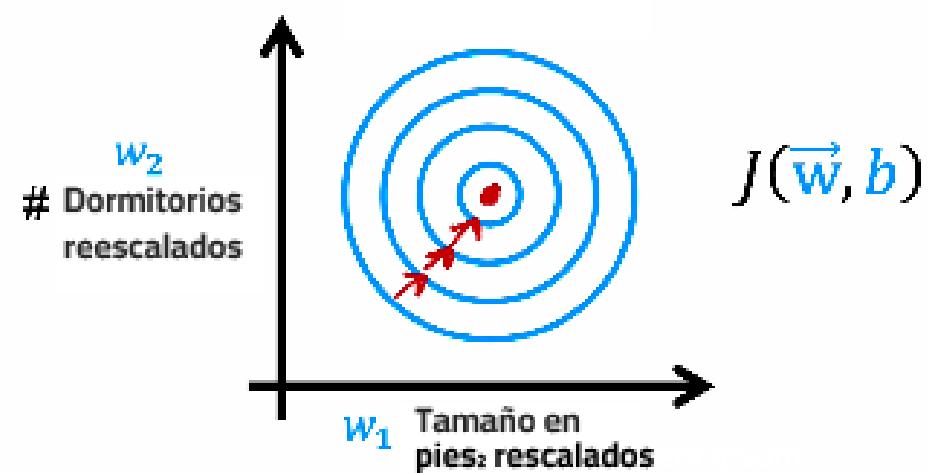
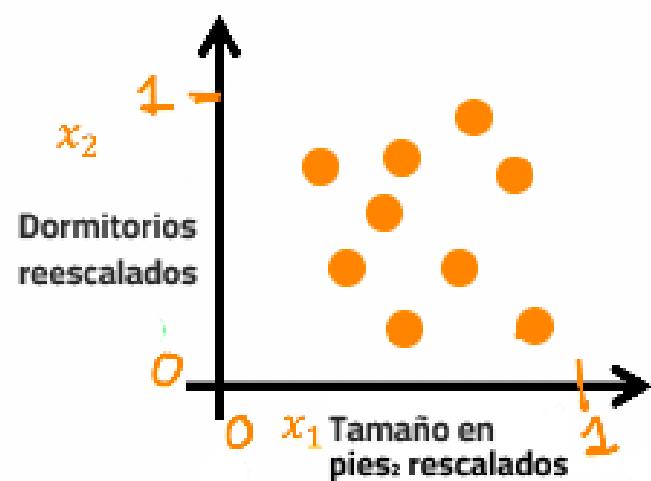
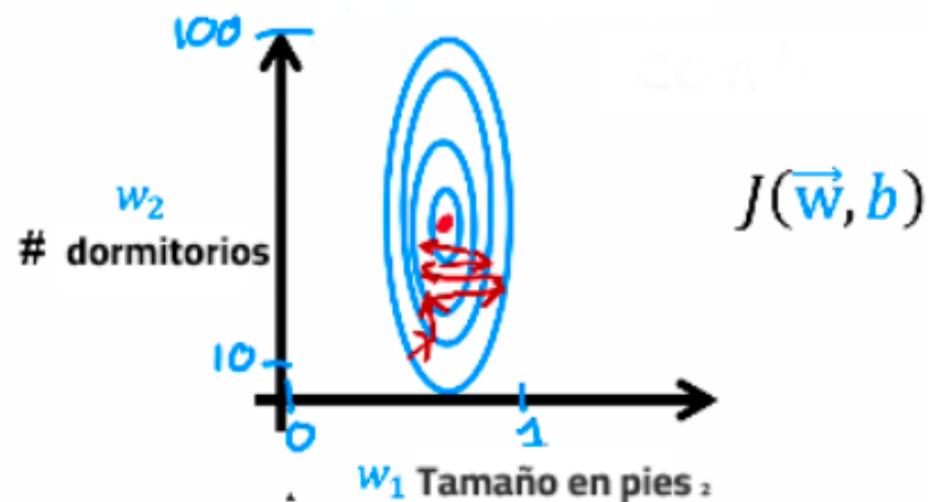
| | tamaño de la característica x_j | tamaño de parámetro w_j |
|-----------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| Tamaño en pies ₂ | ↔ | ↔ |
| # Dormitorios | ↔ | ↔ |



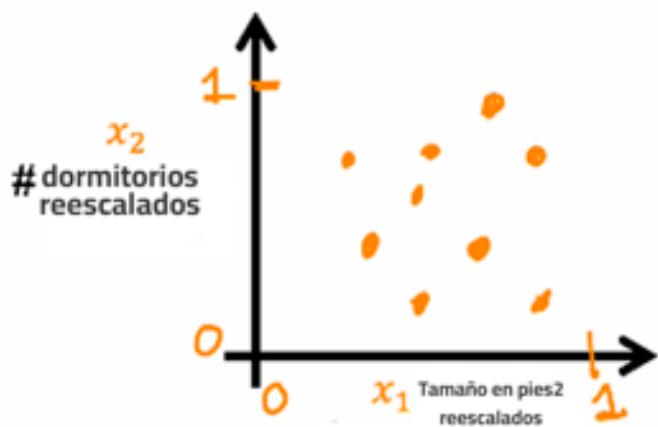
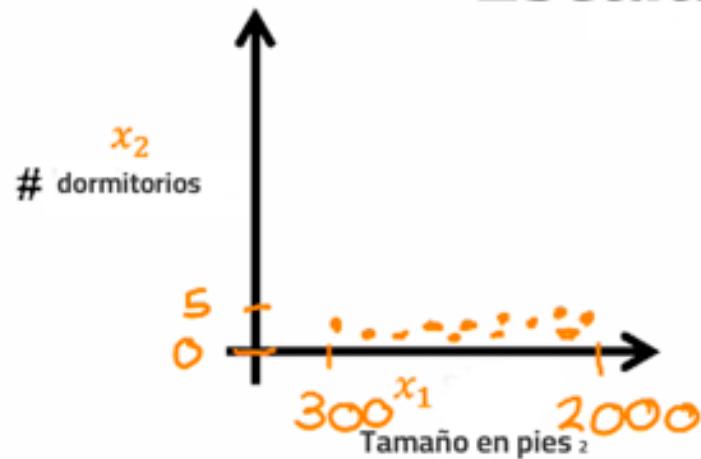
Características



Parámetros



Escalado de características

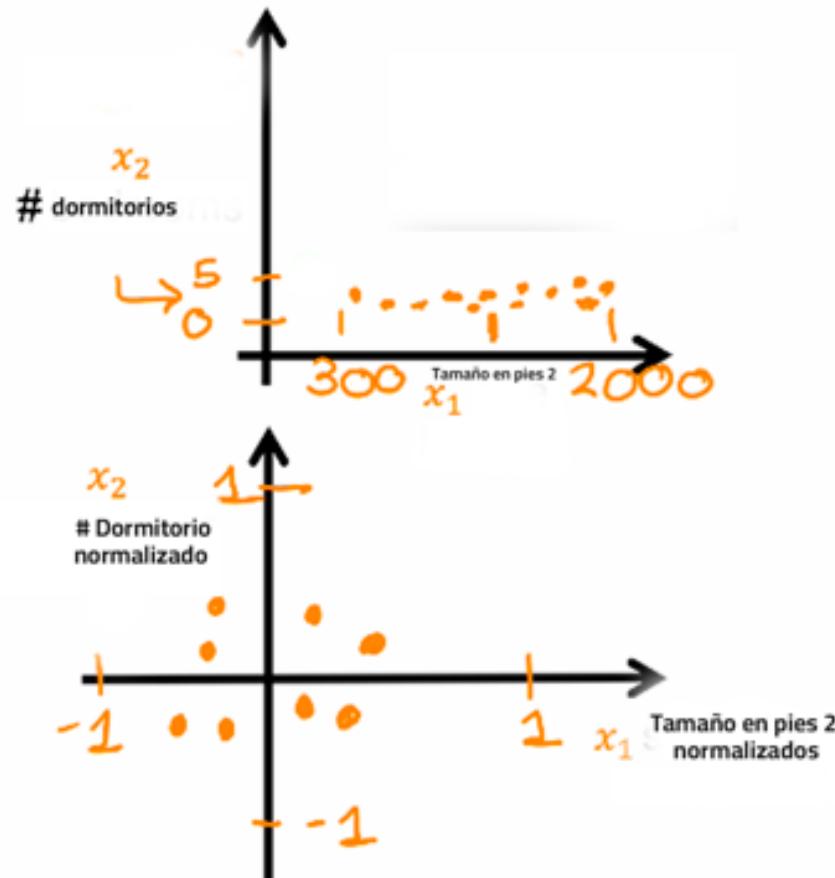


$$300 \leq x_1 \leq 2000 \quad 0 \leq x_2 \leq 5$$

$$x_{1,scaled} = \frac{x_1}{2000} \quad x_{2,scaled} = \frac{x_2}{5}$$

$$0.15 \leq x_{1,scaled} \leq 1 \quad 0 \leq x_{2,scaled} \leq 1$$

Normalización de la media

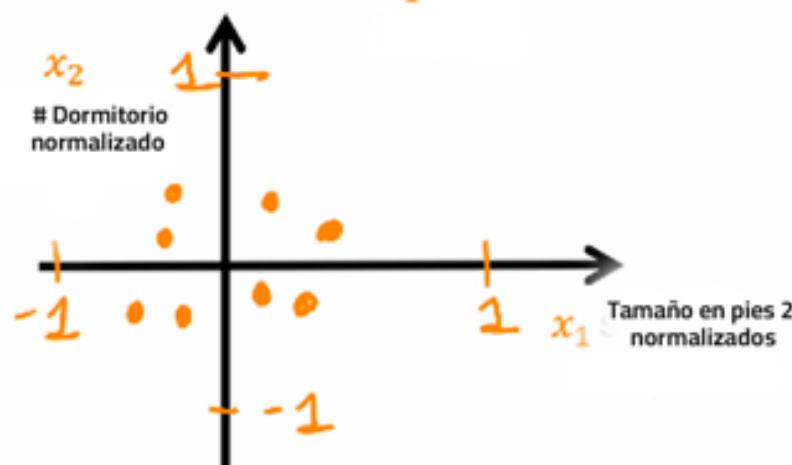


$$300 \leq x_1 \leq 2000 \quad 0 \leq x_2 \leq 5$$

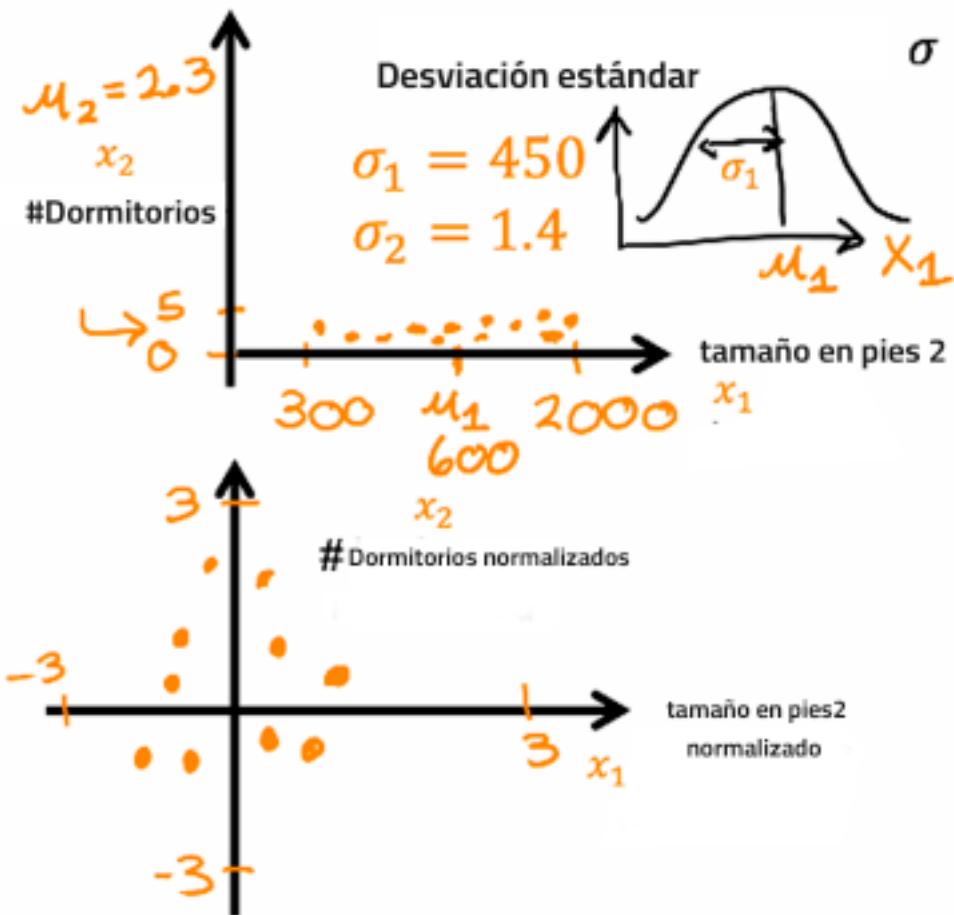
$$x_1 = \frac{x_1 - \mu_1}{2000 - 300}$$

$$x_2 = \frac{x_2 - \mu_2}{5 - 0}$$

$$-0.18 \leq x_1 \leq 0.82 \quad -0.46 \leq x_2 \leq 0.54$$



Normalización Z-score



$$300 \leq x_1 \leq 2000 \quad 0 \leq x_2 \leq 5$$

$$x_1 = \frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \quad x_2 = \frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2}$$

$$-0.67 \leq x_1 \leq 3.1 \quad -1.6 \leq x_2 \leq 1.9$$

Redimensionar características

Apunte aproximadamente $-1 \leq x_j \leq 1$ para cada característica x_j

$$\left. \begin{array}{l} -3 \leq x_j \leq 3 \\ -0.3 \leq x_j \leq 0.3 \end{array} \right\}$$
 rangos aceptables

$0 \leq x_1 \leq 3$ okey, no redimensionar

$-2 \leq x_2 \leq 0.5$ okey, no redimensionar

$-100 \leq x_3 \leq 100$ demasiado largo → redimensionar

$-0.001 \leq x_4 \leq 0.001$ demasiado pequeño → redimensionar

$98.6 \leq x_5 \leq 105$ demasiado largo → redimensionar

Presentación AA-1-2



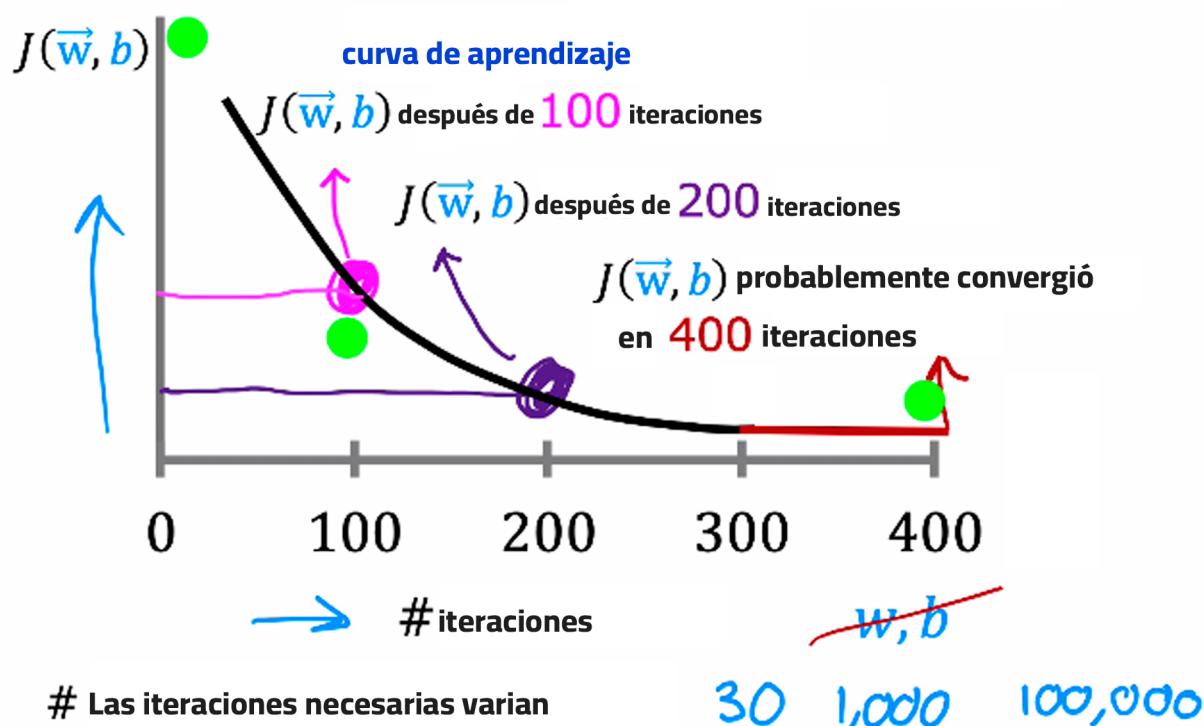
Lección-3

Tips prácticos para regresión lineal

Material preparado por: Daniel Boza

Asegúrese que el desenso de gradiante funcione correctamente

Objetivos : $\min_{\vec{w}, b} J(\vec{w}, b)$ $J(\vec{w}, b)$ debería disminuir después de cada iteración.



Prueba de convergencia automática

Siendo ε "epsilon" 10^{-3} .
 0.001

Sí $J(\vec{w}, b)$ disminuye en $\leq \varepsilon$ una interación, declara convergencia

Presentación AA-1-2



Lección-4

Escogiendo la tasa de aprendizaje

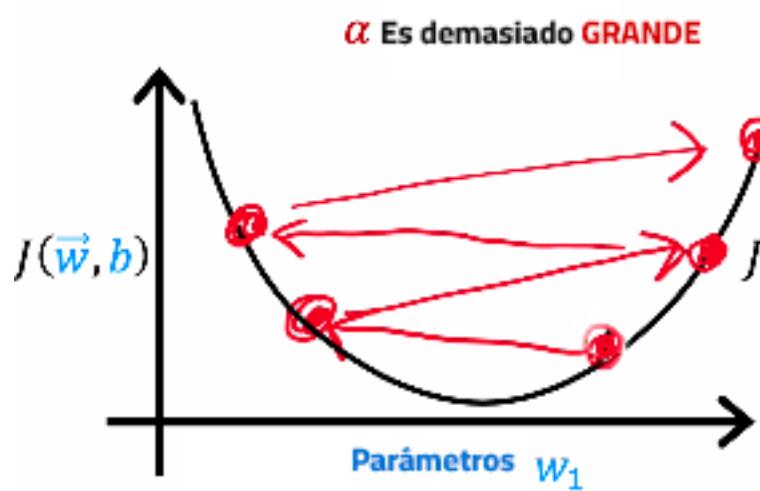
Material preparado por: Daniel Boza

Identificar el problema con el descenso de gradiante



La tasa de aprendizaje es demasiado grande

Ajustar tasa de aprendizaje



Utilice más pequeño α

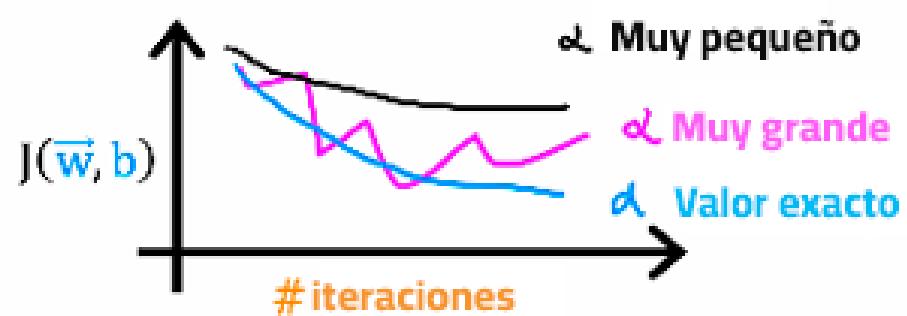
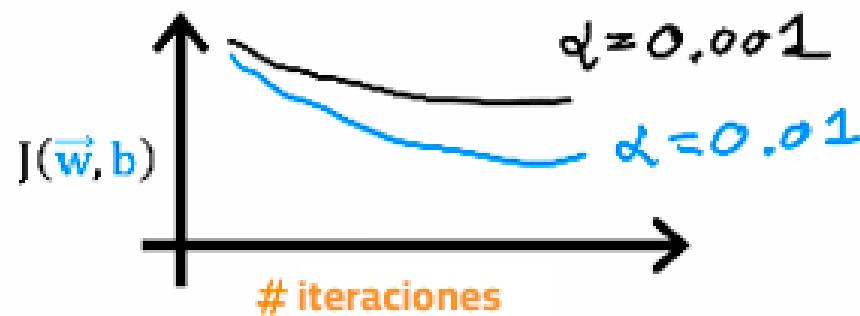
Si es suficientemente pequeño α , $J(\vec{w}, b)$ debería disminuir en cada iteración.

Si α es demasiado pequeño, el descenso del gradiante requiere muchas más iteraciones para converger.

Valores de α a intentar:

... 0.001 0.003 0.01 0.03 0.1 0.3 1 ...

$\xrightarrow{3x}$ $\approx 3x$ $\xrightarrow{3x}$ $\approx 3x$ $\xrightarrow{3x}$ $\approx 3x$



Presentación AA-1-2



Lección-5

Ingeniería de características

Material preparado por: Daniel Boza

Ingeniería de las características

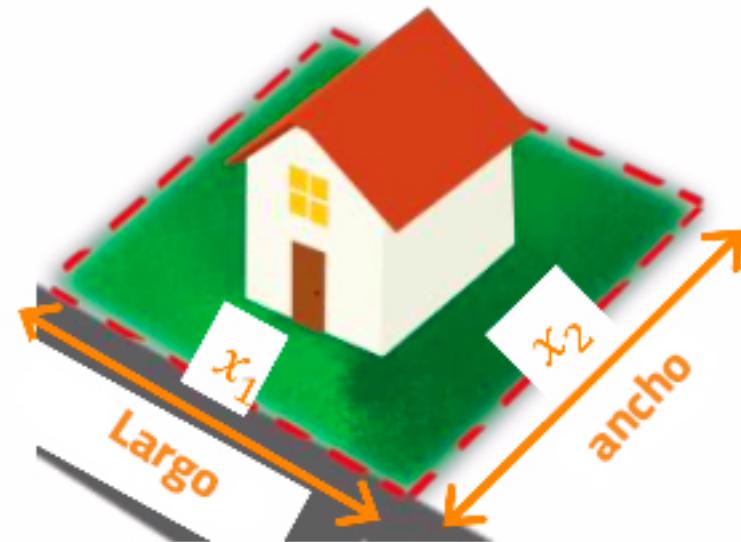
$$f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = w_1 \underbrace{x_1}_{\text{Largo}} + w_2 \underbrace{x_2}_{\text{Ancho}} + b$$

$$\text{area} = \text{Largo} \times \text{Ancho}$$

$$x_3 = x_1 x_2$$

Nueva característica

$$f_{\vec{w}, b}(\vec{x}) = \underbrace{w_1}_{\text{Largo}} x_1 + \underbrace{w_2}_{\text{Ancho}} x_2 + \underbrace{w_3}_{x_3} x_3 + b$$



Ingenierías de la características

Utilizar la **intuición** para diseñar **nuevos**
elementos transformando o combinando
elementos originales.

Presentación AA-1-2

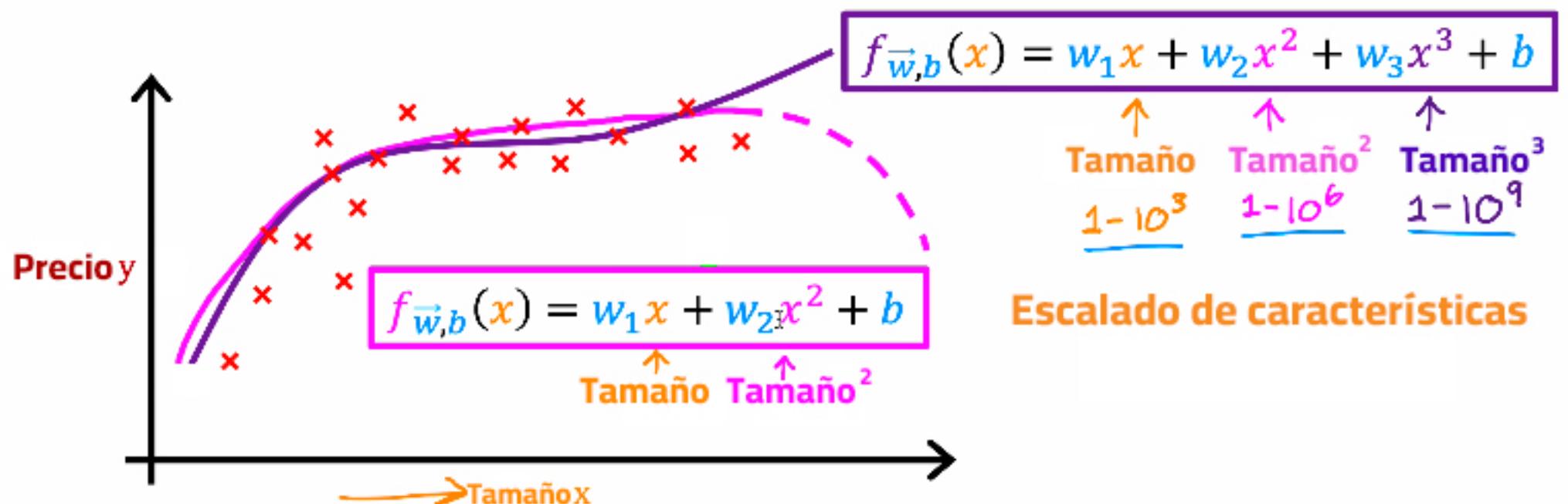


Lección-6

Regresión Polinomial

Material preparado por: Daniel Boza

Regresión Polinomial



Escoger características

