Uma introdução à econometria espacial

Walef Machado de Mendonça

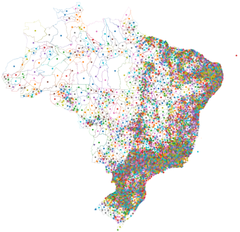
PPGEAB

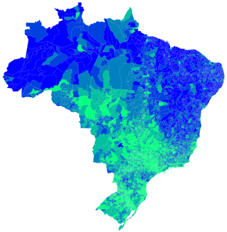
20 de Abril de 2021

Introdução

- A econometria espacial tem como objetivo **especificar**, **estimar**, **testar** e **prever** modelos teóricos influenciados pelos efeitos espaciais (ALMEIDA, 2012).

- Na econometria espacial as observações representam regiões. Ex.: bairros, distritos, setores censitários, regiões urbanas etc





Introdução

Geralmente a estrutura espacial contribui para a modelagem de duas formas:

1. O processo gerador dos dados é explicitamente espacial. (ex.: preços de casas) $\rightarrow$ a geografia é uma variável e contribui **diretamente** para o modelo.
2. Uma alternativa é utilizar a localização espacial como uma variável **instrumental**. (ex.: o erro é maior em algumas áreas do que em outras)

As hipóteses de Gauss-Markov

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{1}$$

1. **Lineariedade dos parâmetros**
2. **Não colinearidade perfeita**
3. **Média condicional zero**

$$\mathbb{E}(\varepsilon_i|X) = 0$$

4. **Homocedasticidade**

$$Var(\varepsilon|X) = \sigma^2$$

5. **Independência dos Erros**

$$\mathbb{E}(\varepsilon_i\varepsilon_j|X) = 0 \text{ para } i \neq j$$

Dependência espacial

- As unidades de corte transversal – domicílios, municípios, regiões – não são independentes entre si.
- O valor de uma variável numa região i, y_i, depende do valor dessa mesma variável nas regiões vizinhas j, y_j.

$$y_i = f(y_j, X), \quad i, j = 1, \ldots, n \quad \text{e} \quad i \neq j$$

$$y_1 = \rho_2 y_2 + \beta X_1 + \varepsilon_1$$

Efeitos espaciais

- **Heterogeneidade espacial**
  - Ocorre quando há instabilidade estrutural através das regiões $\rightarrow$ diferentes respostas dependendo da localidade.

$$y_i = f_i(X_i, \beta_i, \xi_i) \quad \xi_i \sim (0, \Omega)$$

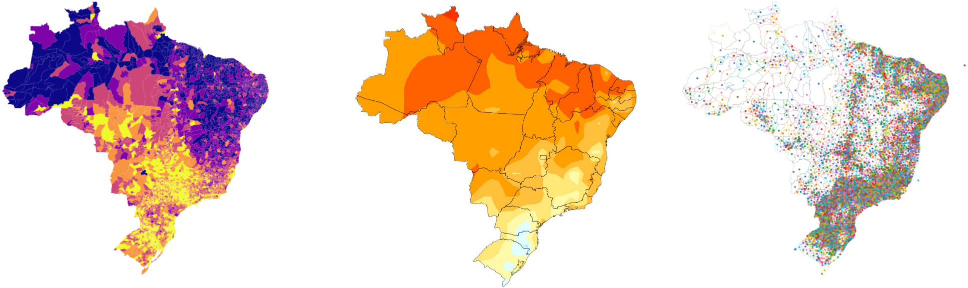
Os efeitos espaciais e as hipóteses de Gauss-Markov

1. **Lineariedade dos parâmetros**
   - Na presença de heterogeneidade espacial deve-se alterar a especificação do modelo para permitir que os coeficientes sejam variáveis de acordo com a localização do fenômeno.
2. **Não colinearidade perfeita**
   - Essa hipótese continua válida. Porém, ao se utilizar a defasagens espaciais a colnearidade pode aumentar.
3. **Homocedasticidade**
   - É comum que a variância não seja constante devido aos efeitos espaciais.

Os efeitos espaciais e as hipóteses de Gauss-Markov

1. **Média condicional zero**
   - Pressupõe-se que o erro da região i não esteja correlacionado com a variável explicativa na região i.
   - Omissão de defasagens espaciais relevantes
   - Multidirecionalidade e caráter endógeno da defasagem espacial $\rightarrow$ estimador MQO é viesado e inconsistente.
2. **Independência dos Erros**
   - Quando as observações são unidades geográficas é provável que essa hipótese seja violada. (Amostra aleatória de regiões?)
   - O erro de uma região i pode estar correlacionado linearmente com o erro de outra região j. $\rightarrow$ Ineficiência, viés e inconsistência do estimador MQO

Dados Espaciais



(a) Áreas com contagem e taxas agregadas

(b) Superfícies contínuas

(c) Eventos ou padrões pontuais

Figura: Exemplos de dados espaciais

Matriz de ponderação espacial

- É uma medida de proximidade entre as regiões.
- Para um conjunto de n áreas é definida como:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix},$$

Cada elemento w_{ij} representa uma medida de proximidade entre as áreas i e j.

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ e } j \text{ são contíguos} \\ 0, & \text{se } i \text{ e } j \text{ não são contíguos.} \end{cases}$$

Por convenção, $w_{ij} = 0, \quad \forall i = j$

- **Defasagem**

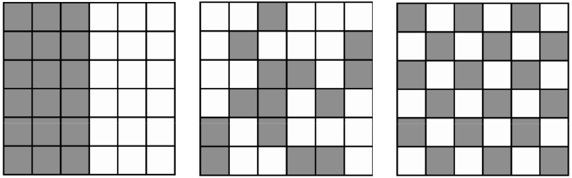
$$y_{ij} \to y_{i-1,j},\ y_{i,j-1},\ y_{i+1,j},\ldots$$

$$\boldsymbol{W} \times y = Wy$$

em que $\boldsymbol{W}$ é a matriz de pesos espaciais, y é o vetor da variável e Wy é a defasagem espacial da variável

- Wy é a média do valor da variável nas regiões vizinhas se a matriz de pesos for normalizada nas linhas.

- Um índice de autocorrelação espacial mede a associação espacial nos dados considerando o **local** e o **valor** da variável em estudo.
- Hipótese: Aleatoriedade na distribuição espacial da variável.



(a) Positiva **(b)** Nula **(c)** Negativa

Figura: Padrões de autocorrelação espacial

Fonte: Radil (2011)

- É necessário usar uma estatística de teste para a aleatoriedade da distribuição espacial global da variável.

I de Moran

O I de Moran mede a relação do desvio padronizado de uma variável z numa área i com o desvio padronizado das áreas vizinhas j para a mesma variável z (ALMEIDA, 2012).

$$I = \frac{n}{S_0} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} z_i z_j}{\sum_{i=1}^{n} z_i^2}. \tag{2}$$

em que $z_i = (x_i - \bar{x})$, w_{ij} é uma medida de contiguidade entre i e j, n é o número de regiões e S_0 é a soma dos pesos espaciais (w_{ij})

I de Moran

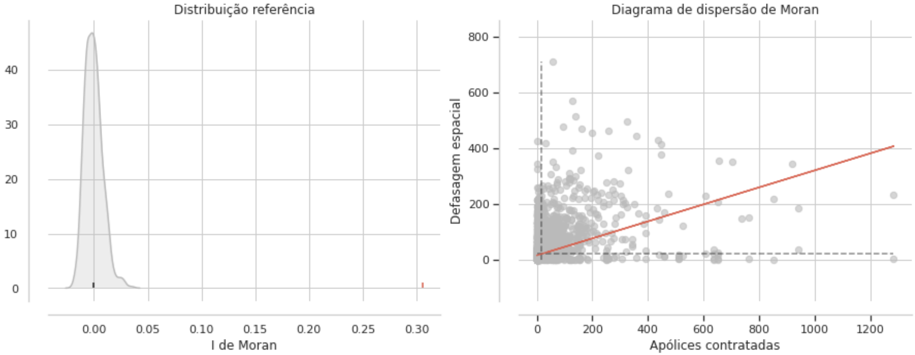


Figura: *I* de Moran para Apólices contratadas

Autocorrelação espacial local

- Estatísticas globais fornecem padrões de associação espacial em todo o conjunto de dados
- Medidas de autocorrelação local buscam identificar padrões no interior de uma região de estudo
- Podem informar a existência de um *cluster* de valores autocorrelacionados em nível local
- Podem informar sobre existência de *outliers* locais
- Para Anselin (1995), um indicador local de associação espacial (*LISA*) deve satisfazer a dois critérios:

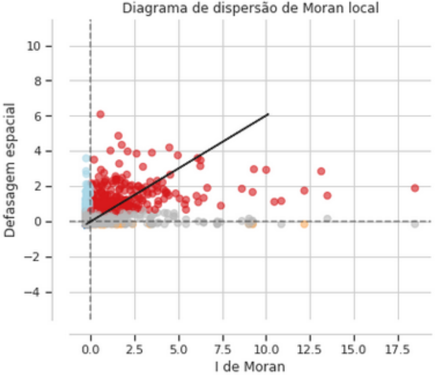
  1. Deve indicar clusters espaciais estatisticamente significativos;
  2. A soma dos indicadores locais deve ser levar ao indicador global.

I de Moran local

Um indicador local de associação espacial do tipo *LISA* é o I de Moran local que é expresso por:

$$I_i = z_i \sum_j w_{ij} z_j,$$

em que z_i e z_j são os valores da variável padronizada nas regiões i e j, w_{ij} é uma matriz de pesos espaciais.



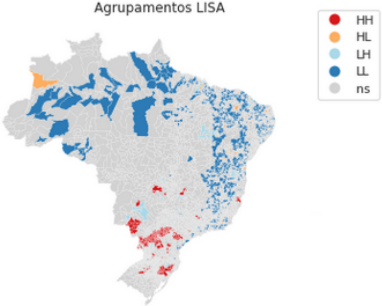
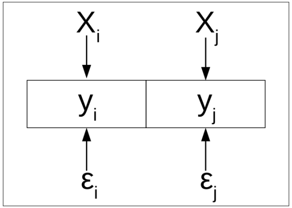


Figura: I de Moran local para Apólices contratadas

- **Modelo Clássico de Regressão Linear**

$$y = X\beta + \varepsilon \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

  - **Processo a-espacial:**

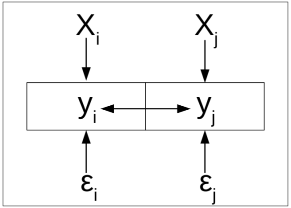


- **Modelo de defasagem espacial (SAR – Spatial Auto Regressive)**

$$y = \rho W y + \varepsilon \quad \text{ou} \quad y_i = \rho \sum_{j=1}^{n} w_{ij} y_j + \varepsilon_i$$

em que Wy é um vetor de defasagens espaciais (variável endógena) e ρ é o coeficiente auto-regressivo espacial.

- **Processo espacial:**



- **Modelo de defasagem espacial (SAR – Spatial Auto Regressive)**

Incluindo variáveis exógenas (SAR misto)

$$y = \rho W y + X\beta + \varepsilon \quad \text{ou} \quad y_i = \rho \sum_{j=1}^{n} w_{ij} y_j + \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\beta_j + \varepsilon_i$$

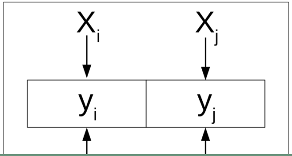
X é a matriz de variáveis explicativas exógenas

- **Modelo de erro auto-regressivo espacial (SEM – Spatial Error Model)**

$$y = X\beta + \xi \quad \text{ou} \quad y_i = \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\beta_j + \xi_i$$

$$\xi = \lambda W \xi + \varepsilon \quad \text{ou} \quad \xi_i = \lambda \sum_{j=1}^{n} w_{ij} u_j + \varepsilon$$

- **Processo espacial:**



- **Modelo de defasagem espacial com erro autorregressivo espacial (SAC – Spatial autoregressive combined)**

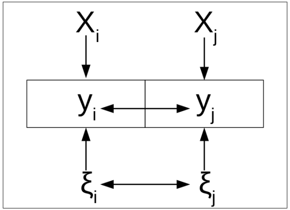
  Há interação na variável de interesse y e no erro ξ.

$$y = \rho W_1 y + X\beta + \xi \quad \text{ou} \quad y_i = \rho \sum_{j=1}^{n} w_{1_{ij}} y_i + \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\beta_j + \xi_i$$

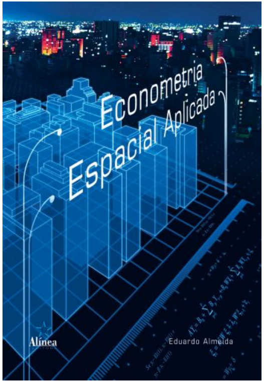
$$\xi = \lambda W_2 \xi + \varepsilon \quad \text{ou} \quad \xi_i = \lambda \sum_{j=1}^{n} w_{2_{ij}} u_j + \varepsilon_1$$

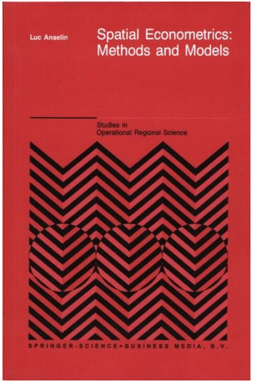
$|\rho| < 1$ e $|\lambda| < 1$.

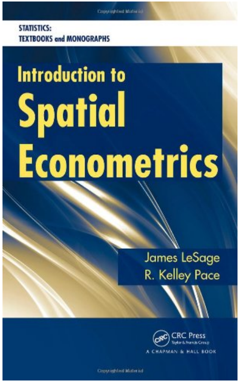
- **Modelo de defasagem espacial com erro autorregressivo espacial (SAC – Spatial autoregressive combined)**
  - **Processo espacial:**

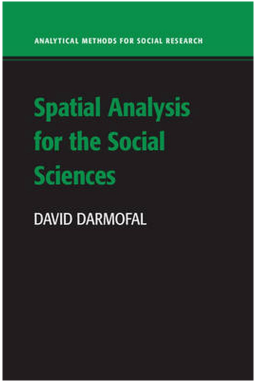


Livros


Econometria
Espacial Aplicada
Eduardo Almeida
Alínea


Luc Anselin
Spatial Econometrics:
Methods and Models
Studies in
Operational Regional Science
SPRINGER-SCIENCE+BUSINESS MEDIA, B.V.


STATISTICS:
TEXTBOOKS and MONOGRAPHS
Introduction to
Spatial
Econometrics
James LeSage
R. Kelley Pace
CRC Press
A CHAPMAN & HALL BOOK


ANALYTICAL METHODS FOR SOCIAL RESEARCH
Spatial Analysis
for the Social
Sciences
DAVID DARMOFAL

Links

- https://darribas.org/gds_scipy16/
- https://spatial.uchicago.edu/
- https://www.youtube.com/user/GeoDaCenter
- https://geopandas.org/index.html
- https://geodacenter.github.io/index.html
- https://pysal.org/packages/
- https://www.liverpool.ac.uk/geographic-data-science/
- https://geographicdata.science/book/intro.html
- **Repositório da apresentação no GitHub:** https://github.com/walefmachado/spreg_rural_insurance

Referências

ALMEIDA, E. **Econometria Espacial Aplicada**. Campinas-SP: Alínea, 2012.

ANSELIN, L. Local indicatos of spatial association - LISA. **Geographical analysis**, v. 27, p. 93-115, 1995.

JORDAHL, K. **GeoPandas**: Python tools for geographic data. 2014. Disponível em: `github.com/geopandas/geopandas`, Acesso em: 28 jul. 2020.

PYTHON. **The Python programming language**. Disponível em: `github.com/python/cpython` Acesso em: 18 jul. 2017.

REY, S. J.; ANSELIN, L. PySAL: A Python library of spatial analytical methods. **Review of Regional Studies**, v. 37, n. 1, p. 5–27, 2007.