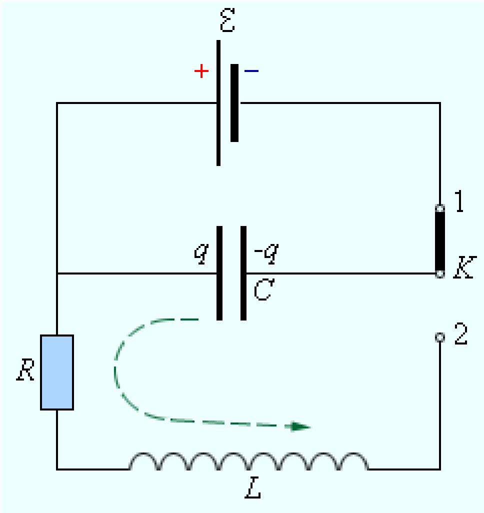
СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В RLC КОНТУРЕ. ФАЗОВЫЙ ПОРТРЕТ КОЛЕБАНИЙ.



Изначально, например, конденсатор заряжен.

В качестве параметра будем рассматривать заряд на конденсаторе.

Тогда напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{q}{c}$$

Напряжение на резисторе

$$U_R = I \cdot R = R \cdot \frac{dq}{dt}$$

Напряжение на катушке по закону ЭМИ Фарадея

$$U_L = L \cdot \frac{dI}{dt} = L \cdot \frac{d^2q}{dt^2}$$

По закону Кирхгоффа

$$U_C + U_R + U_L = 0$$

$$\frac{q}{c} + R \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$q + c \cdot R \cdot \frac{dq}{dt} + c \cdot L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{1}{LC} \cdot q + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

Назовём коэффициент

$$\frac{R}{L} = 2\gamma$$

Заметим, что если

$$q(t) = e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

То всё сходится, так как

$$\frac{dq(t)}{dt} = -e^{-\gamma t}(\gamma \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))$$

$$\frac{d^2 q(t)}{dt^2} = e^{-\gamma t}((\gamma^2 - \omega^2) \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + 2\gamma\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))$$

$$\left(e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)\right) + \left(-e^{-\gamma t}(\gamma \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))\right) + \left(e^{-\gamma t}((\gamma^2 - \omega^2) \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + 2\gamma\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))\right) = 0$$