Случайные величины играют центральную роль в теории вероятностей и её приложениях. Они позволяют математически описывать количественные характеристики случайных явлений, упрощая анализ и делая его более системным. Под случайной величиной понимается функция, которая каждому исходу случайного эксперимента сопоставляет число. Это позволяет перейти от описания отдельных исходов к работе с числовыми значениями, которые можно анализировать, сравнивать и обрабатывать.

Случайные величины бывают двух типов: дискретные и непрерывные. Дискретная случайная величина принимает конечное или счётное множество значений. Например, количество орлов при трёхкратном подбрасывании монеты является дискретной случайной величиной, так как возможные значения — ноль, один, два или три. Непрерывная случайная величина может принимать любые значения на некотором интервале. Примером может служить измерение температуры воздуха, где возможные значения образуют непрерывный диапазон.

Каждая случайная величина характеризуется распределением вероятностей, которое описывает, с какой вероятностью она принимает те или иные значения. Для дискретных случайных величин используется понятие функции распределения вероятностей, которая задаёт вероятность каждого возможного значения. Например, при броске игрального кубика вероятность каждого из шести возможных исходов равна одной шестой. В случае непрерывных случайных величин распределение задаётся с помощью функции плотности вероятности. Плотность показывает, как распределена вероятность по значениям случайной величины, но конкретные значения плотности не являются вероятностями. Вероятность попадания величины в определённый интервал вычисляется через интеграл от функции плотности на этом интервале.

Функция распределения случайной величины показывает вероятность того, что её значение не превысит заданного числа. Она непрерывна и возрастает по мере увеличения аргумента, начиная с нуля и достигая единицы. Для дискретных величин она состоит из отдельных скачков, соответствующих вероятностям конкретных значений, а для непрерывных выглядит как плавная кривая.

Характеристики случайных величин позволяют количественно описывать их основные свойства. Математическое ожидание определяет среднее значение случайной величины при большом числе повторений эксперимента. Оно вычисляется как взвешенная сумма всех возможных значений случайной величины, где весами служат их вероятности. Для непрерывных величин аналогичное значение находится через интеграл. Дисперсия показывает, насколько сильно значения случайной величины отклоняются от её среднего. Она является мерой разброса и определяется как среднее квадратичное отклонение от математического ожидания.

Распределения случайных величин делятся на несколько типичных типов, которые часто встречаются в практике. Для дискретных величин наиболее известными являются биномиальное и Пуассоновское распределения. Биномиальное описывает число успехов в серии независимых испытаний, например, при подбрасывании монеты. Пуассоновское распределение используется для описания редких событий, таких как количество звонков в службу спасения за единицу времени. Среди непрерывных распределений наиболее распространённым является нормальное, которое описывает множество природных явлений, таких как рост или вес людей. Его график имеет форму колокола, симметричен относительно среднего значения, а отклонения от него уменьшаются по мере удаления от центра.

Случайные величины и их распределения находят широкое применение в анализе данных, прогнозировании, статистике и моделировании сложных систем. Они позволяют формализовать случайные процессы и находить закономерности в их поведении. Понимание основных принципов работы со случайными величинами помогает лучше ориентироваться в анализе неопределённости и работать с большими объёмами данных, что делает этот инструмент незаменимым в современном мире.