

Belajar uas tepel

Monday, 02 December 2024 13:42

Soal 1

Diketahui p.a. X dan Y mempunyai fungsi massa peluang bersama berikut

y/x	1	2	3	$\sum_{x=1}^3$
1	$2/36$	$2/36$	$3/36$	$7/36$
2	$1/36$	$10/36$	$3/36$	$14/36$
3	$4/36$	$5/36$	$6/36$	$15/36$

$$\sum_{x=1}^3 = \frac{7}{36} + \frac{14}{36} + \frac{15}{36}$$

Tentukan $p(x)$ dan $p(y)!$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{7}{36}, x=1 \\ \frac{14}{36}, x=2 \\ \frac{15}{36}, x=3 \end{cases}$$

$$f(y) = \begin{cases} \frac{7}{36}, y=1 \\ \frac{14}{36}, y=2 \\ \frac{15}{36}, y=3 \end{cases}$$

Soal 2

Misalkan X dan Y masing-masing adalah p.a. yang menunjukkan jumlah mobil dan bus yang berbaris di lampu lalu lintas pada suatu titik waktu tertentu, dan misalkan fmp. diberikan oleh tabel berikut ini:

y/x	0	1	2	3	4	5
0	0.025	0.050	0.125	0.150	0.100	0.050
1	0.015	0.030	0.080	0.090	0.060	0.040
2	0.010	0.020	0.050	0.060	0.040	0.020

$$0.19 + 0.12 + 0.09 = 0.32$$

$$\begin{matrix} 0.09 \\ 0.12 \\ 0.09 \end{matrix}$$

$$0.32$$

Hitunglah peluang berikut:

- Ada tepat empat mobil dan tidak ada bus. 0.1
- Ada tepat lima mobil. 0.1
- Ada tepat satu bus. 0.11
- Paling banyak ada tiga mobil dan paling sedikit satu bus.

$$P(x \leq 3, y \geq 1) = 0.32$$

$$\begin{matrix} P(0,0) \\ P(0,1) \\ P(1,0) \\ P(1,1) \\ P(2,0) \\ P(2,1) \\ P(3,0) \\ P(3,1) \end{matrix}$$

Sebuah perguruan tinggi memiliki 90 profesor pria dan 30 profesor wanita. Sebuah komite ad hoc terdiri dari lima orang dipilih secara acak untuk menulis visi dan misi perguruan tinggi.

Misalkan X dan Y masing-masing adalah jumlah pria dan wanita dalam komite ini.

- Tentukan fungsi massa peluang bersama bagi X dan Y
- Tentukan fungsi massa peluang marginal p_X dan p_Y

$$f(x,y) = \frac{\binom{90}{x} \binom{30}{y}}{\binom{120}{5}}, x+y=5$$

$$g(x) = \frac{\binom{90}{x} \binom{30}{5-x}}{\binom{120}{5}}, x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$h(y) = \frac{\binom{90}{5-y} \binom{30}{y}}{\binom{120}{5}}, y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\frac{\binom{90}{5} \binom{30}{0}}{\binom{120}{5}}, x=5$$

$$\frac{\binom{90}{4} \binom{30}{1}}{\binom{120}{5}}, x=4$$

$$\frac{\binom{90}{3} \binom{30}{2}}{\binom{120}{5}}, x=3$$

$$\frac{\binom{90}{2} \binom{30}{3}}{\binom{120}{5}}, x=2$$

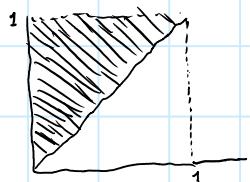
$$\frac{\binom{90}{1} \binom{30}{4}}{\binom{120}{5}}, x=1$$

$$\frac{\binom{90}{0} \binom{30}{5}}{\binom{120}{5}}, x=0$$

Diketahui fungsi kepekatan peluang bersama bagi X dan Y berikut

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda xy^2 & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}$$

- Tentukan nilai λ
- Tentukan fkp marginal bagi X dan Y
- Hitung $E(X)$ dan $E(Y)$



$$\int_0^1 \int_0^y \lambda xy^2 dx dy = 1$$

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{2} x^2 y^2 \lambda \right)_0^y dy = 1$$

$$\int_0^1 \frac{1}{2} y^4 \lambda dy = 1$$

$$\left(\frac{1}{10} y^5 \lambda \right)_0^1 = 1$$

$$\frac{1}{10} \lambda = 1$$

$$\lambda = 10$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 10xy^2, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

fkp marginal y :

$$\int_0^y 10xy^2 dx = 10y \left(\frac{1}{2} x^2 \right)_0^y$$

$$= 10y \cdot \frac{1}{2} y^2$$

$$= 5y^3, \quad 0 \leq y \leq 1$$

fkp marginal x :

$$\int_x^1 10xy^2 dy = 10x \left(\frac{1}{3} y^3 \right)_x^1$$

$$= 10x \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} x^3 \right)$$

$$= \frac{10}{3} x (1 - x^3), \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Diberikan fkp bagi Y_1 dan Y_2 sebagai

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} e^{-y_1}, & 0 \leq y_2 \leq y_1 \leq \infty \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

3.1. Tentukan fungsi marginal bagi Y_1 dan Y_2

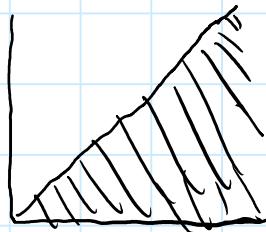
3.2. Tentukan fungsi kepekatan bersyarat bagi Y_1 jika diberikan bahwa $Y_2 = y_2$

3.3. Tentukan $P(Y_1 > 1 | Y_2 = 2)$

Jawaban dikerjakan di kertas bergaris, dikumpulkan hari kamis, 31 Oktober 2024 maksimal pukul 11.59 WIB di ruang TU departemen statistika dan sains data IPB (lantai 1 gedung FMIPA deparatemen statistika)

$$y_1 = x, \quad y_2 = y$$

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 \leq y \leq x \leq \infty \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$



Fungsi marginal $x (y_1)$:

$$\begin{aligned} \int f(x, y) dy &= \int_0^x e^{-x} dy \\ &= e^{-x} (y) \Big|_0^x \\ &= x e^{-x} \\ &= y_1 e^{-y_1}, \quad y_1 > 0 \end{aligned}$$

Fungsi marginal $y (y_2)$

$$\begin{aligned} \int f(x, y) dx &= \int_y^\infty e^{-x} dx \\ &= (-e^{-x}) \Big|_y^\infty \\ &= -e^{-\infty} - (-e^{-y}) \\ &= e^{-y} - 0 \\ &= e^{-y_2}, \quad y_2 > 0 \end{aligned}$$

$$p(Y_1 | Y_2 = y_2) = \frac{f(y_1, y_2)}{h(y_2)} = \frac{e^{-y_1}}{e^{-y_2}} = e^{y_2 - y_1}, \quad 0 \leq y_2 \leq y_1$$

$$p(Y_1 > 1 | Y_2 = 2) = e^{2 - y_1}$$

$$\begin{aligned} p(Y_1 > 1 | Y_2 = 2) &= \int_1^\infty e^{2 - y_1} dy_1 \\ &= e^2 \int_1^\infty e^{-y_1} dy_1 \\ &= e^2 (-e^{-y_1}) \Big|_1^\infty \\ &= e^2 (0 + e^{-1}) \\ &\approx e^{-1} \end{aligned}$$

$$p(Y_1 > 1)$$