

# Belajar uas tepel

Monday, 02 December 2024 13:42

## Soal 1

Diketahui p.a.  $X$  dan  $Y$  mempunyai fungsi massa peluang bersama beriku

$y \backslash x$	1	2	3	
1	2/36	2/36	3/36	$7/36$
2	1/36	10/36	3/36	$14/36$
3	4/36	5/36	6/36	$15/36$
	$7/36$	$17/36$	$12/36$	

Tentukan  $p(x)$  dan  $p(y)$ !

$$f(x) = \begin{cases} 7/36, & x=1 \\ 17/36, & x=2 \\ 12/36, & x=3 \end{cases} \quad f(y) = \begin{cases} 7/36, & y=1 \\ 14/36, & y=2 \\ 15/36, & y=3 \end{cases}$$

## Soal 2

Misalkan  $X$  dan  $Y$  masing-masing adalah p.a. yang menunjukkan jumlah mobil dan bus yang berbaris di lampu lalu lintas pada suatu titik waktu tertentu, dan misalkan fmp. diberikan oleh tabel berikut ini:

$y \backslash x$	0	1	2	3	4	5
0	0.025	0.050	0.125	0.150	0.100	0.050
1	0.015	0.030	0.075	0.090	0.060	0.030
2	0.010	0.020	0.050	0.060	0.040	0.020

Hitunglah peluang berikut:

- Ada tepat empat mobil dan tidak ada bus.  $0,1$
- Ada tepat lima mobil.  $0,1$
- Ada tepat satu bus.  $0,215$
- Paling banyak ada tiga mobil dan paling sedikit satu bus.  $0,32$

$$p(x \leq 3, y \geq 1) = 0,32$$

$$p(0,0) \quad p(1,0) \quad p(2,0) \quad p(3,0)$$

$$p(0,1) \quad p(1,1) \quad p(2,1) \quad p(3,1)$$

Sebuah perguruan tinggi memiliki 90 profesor pria dan 30 profesor wanita. Sebuah komite ad hoc terdiri dari lima orang dipilih secara acak untuk menulis visi dan misi perguruan tinggi.

Misalkan  $X$  dan  $Y$  masing-masing adalah jumlah pria dan wanita dalam komite ini.

- Tentukan fungsi massa peluang bersama bagi  $X$  dan  $Y$
- Tentukan fungsi massa peluang marginal  $p_X$  dan  $p_Y$

$$p(x,y) = \frac{\binom{90}{x} \binom{30}{y}}{\binom{120}{5}}, \quad x+y=5$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\binom{90}{5} \binom{30}{0}}{\binom{120}{5}}, & x=5 \\ \frac{\binom{90}{4} \binom{30}{1}}{\binom{120}{5}}, & x=4 \\ \frac{\binom{90}{3} \binom{30}{2}}{\binom{120}{5}}, & x=3 \\ \frac{\binom{90}{2} \binom{30}{3}}{\binom{120}{5}}, & x=2 \\ \frac{\binom{90}{1} \binom{30}{4}}{\binom{120}{5}}, & x=1 \\ \frac{\binom{90}{0} \binom{30}{5}}{\binom{120}{5}}, & x=0 \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{\binom{90}{x} \binom{30}{5-x}}{\binom{120}{5}}, \quad x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$h(y) = \frac{\binom{90}{5-y} \binom{30}{y}}{\binom{120}{5}}, \quad y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

Diketahui fungsi kepadatan peluang bersama bagi  $X$  dan  $Y$  berikut

$$f(x,y) = \begin{cases} \lambda xy^2 & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}$$

- Tentukan nilai  $\lambda$
- Tentukan fkp marginal bagi  $X$  dan  $Y$
- Hitung  $E(X)$  dan  $E(Y)$



$$\int_0^1 \int_0^y \lambda xy^2 dx dy = 1$$

$$\int_0^1 \left( \frac{1}{2} x^2 y^2 \lambda \right)_0^y dy = 1$$

$$\int_0^1 \frac{1}{2} y^4 \lambda dy = 1$$

$$\left( \frac{1}{10} y^5 \lambda \right)_0^1 = 1$$

$$\frac{1}{10} \lambda = 1$$

$$\lambda = 10$$

$$f(x,y) = \begin{cases} 10xy^2, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

fkp marginal  $y$ :

$$\begin{aligned} \int_0^y 10xy^2 dx &= 10y \left( \frac{1}{2} x^2 \right)_0^y \\ &= 10y \cdot \frac{1}{2} y^2 \\ &= 5y^3, \quad 0 \leq y \leq 1 \end{aligned}$$

fkp marginal  $x$ :

$$\begin{aligned} \int_x^1 10xy^2 dy &= 10x \left( \frac{1}{3} y^3 \right)_x^1 \\ &= 10x \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3} x^3 \right) \\ &= \frac{10}{3} x (1 - x^3), \quad 0 \leq x \leq 1 \end{aligned}$$

3. Diberikan fkp bagi  $Y_1$  dan  $Y_2$  sebagai

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} e^{-y_1}, & 0 \leq y_2 \leq y_1 \leq \infty \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

3.1. Tentukan fungsi marginal bagi  $Y_1$  dan  $Y_2$

3.2. Tentukan fungsi kepekatan bersyarat bagi  $Y_1$  jika diberikan bahwa  $Y_2 = y_2$

3.3. Tentukan  $P(Y_1 > 1 | Y_2 = 2)$

Jawaban dikerjakan di kertas bergaris, dikumpulkan hari kamis, 31 Oktober 2024 maksimal pukul 11.59 WIB di ruang TU departemen statistika dan sains data IPB (lantai 1 gedung FMIPA departemen statistika)

$$y_1 = x, \quad y_2 = y$$

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 \leq y \leq x \leq \infty \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$



Fungsi marginal  $x (y_1)$ :

$$\begin{aligned} \int f(x, y) dy &= \int_0^x e^{-x} dy \\ &= e^{-x} (y)_0^x \\ &= x e^{-x} \\ &= y_1 e^{-y_1}, \quad y_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Fungsi marginal  $y (y_2)$

$$\begin{aligned} \int f(x, y) dx &= \int_y^\infty e^{-x} dx \\ &= (-e^{-x})_y^\infty \\ &= -e^{-\infty} - (-e^{-y}) \\ &= e^{-y} - 0 \\ &= e^{-y_2}, \quad y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$p(Y_1 | Y_2 = y_2) = \frac{f(y_1, y_2)}{h(y_2)} = \frac{e^{-y_1}}{e^{-y_2}} = e^{y_2 - y_1}, \quad 0 \leq y_2 \leq y_1$$

$$p(Y_1 | Y_2 = 2) = e^{2 - y_1}$$

$$p(Y_1 > 1)$$

$$\begin{aligned} p(Y_1 > 1 | Y_2 = 2) &= \int_1^\infty e^{2 - y_1} dy_1 \\ &= e^2 \int_1^\infty e^{-y_1} dy_1 \\ &= e^2 (-e^{-y_1})_1^\infty \\ &= e^2 (0 + e^{-1}) \\ &= e \end{aligned}$$