

Série n° 2

Exercice 1: Cycle d'un gaz de Van der Waals

Une mole d'un gaz de Van der Waals a pour équation d'état

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

On fait subir à cette mole de gaz le cycle suivant :

- détente à pression extérieure constante $A(P_0, V_0) \rightarrow A_1$ qui double son volume;
- compression réversible isotherme $A_1 \rightarrow A_2$ qui la ramène à son volume initial;
- un refroidissement isochore $A_2 \rightarrow A_0$.

- 1- Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
- 2- Déterminer en fonction de P_0 , V_0 , a et b le travail reçu par le gaz dans chacune des transformations du cycle.
- 3- En déduire le travail total et la quantité de chaleur totale reçus au cours du cycle.

Exercice 2: Cycle de Carnot d'un gaz parfait

Une masse m d'un gaz parfait monoatomique décrit un cycle constitué par les transformations réversibles suivantes :

- une transformation adiabatique $A(P_A, V_A, T_2) \rightarrow B(P_B, V_B, T_1)$ avec $T_1 > T_2$.
- une détente à température constante $B \rightarrow C(P_C, V_C, T_1)$;
- une transformation adiabatique $C \rightarrow D(P_D, V_D, T_2)$;
- une compression à température constante $D \rightarrow A$.

On admettra que la capacité calorifique

à volume constant du gaz est indépendante de la température.

- 1- a/ Représenter le cycle dans le plan $(P; V)$ (diagramme de Clapeyron).
b/ Démontrer les relations $P_A P_C = P_B P_D$ et $V_A V_C = V_B V_D$.

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

2- a/ Déterminer les travaux W_{AB} , W_{BC} , W_{CD} et W_{DA} reçus par le gaz dans chacune des transformations constituant le cycle, en fonction des coordonnées des états initial et final correspondants.

b/ Quelle est la relation entre W_{AB} et W_{CD} ? Retrouver directement cette relation en appliquant le premier principe de la Thermodynamique et en tenant compte du fait que le gaz est parfait.

3- a/ Déterminer, en fonction des coordonnées des sommets du cycle, les quantités de chaleur Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} et Q_{DA} reçues par le gaz dans les quatre transformations du cycle et en préciser les signes.

b/ Établir une relation entre Q_{BC} et Q_{DA} .

4/ Déterminer le travail total W reçu par le gaz au cours du cycle. Montrer que l'on pouvait prévoir son signe et le vérifier.

5/ Donner la définition générale du rendement relatif à un cycle et déterminer le rendement η du cycle considéré ici.

6/ Déterminer les coordonnées des états C et D de telle sorte que Q_{BC} ait une valeur Q_1 fixée à l'avance.

Série n° 2 (Suite)

Exercice 1:

On effectue de 3 manières différentes une compression qui amène un mélange air-essence de l'état 1 à l'état 2 avec:

état 1 : $P_1 = 1$ bar et $V_1 = 3$ litres

état 2 : $P_2 = 3$ bars et $V_2 = 1$ litres

La première évolution est isochore puis isobare, la deuxième est isobare puis isochore, la troisième est isotherme ($P.V = Cte$);

- 1- Représenter graphiquement ces évolutions.
- 2- Calculer ΔU (variation d'énergie interne entre les états 1 et 2).
- 3- Calculez les travaux dans les 3 cas.
- 4- Déduisez-en les chaleurs échangées : sont-elles reçues ou évacuées ?

Exercice 2:

Une mole d'un gaz parfait est contenue dans un cylindre vertical comportant un piston mobile, de masse négligeable en contact avec une atmosphère extérieure à pression constante $P_o = 1,0$ bar et à la température $T_o = 300$ K. Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$;

On réalise la compression isotherme de ce gaz parfait. La température T_o du gaz est maintenue constante grâce à l'atmosphère. On note $P_1 = 2,0$ bars la pression finale.

- 1- Déterminer le travail W des forces de pression lors de cette évolution.

On réalise maintenant cette compression brutalement, en posant sur le piston de section S une masse M calculée de telle sorte que la pression finale à l'équilibre thermodynamique soit P_1 à la température T_o .

- 2- Déterminer le travail W' des forces de pression lors de cette évolution.
- 3- Représenter le travail fourni dans ces deux situations en traçant $y = W/(nRT_o)$ et $y' = W'/(nRT_o)$ en fonction de $x = P_1/P_o$. On vérifiera que le travail fourni au gaz dans la transformation brutale, décrite ici, est toujours supérieur au travail fourni dans la compression isotherme.
- 4- Quelle est la chaleur échangée avec l'air dans les deux cas.

20 C. Quelle est la variation d'entropie de l'ensemble vase + liquide + cuivre. Quelle est la variation d'entropie de l'ensemble vase + liquide + cuivre + milieu extérieur. Conclure

Exercice 3:

On considère un cylindre d'axe vertical, de section intérieure $S = 100 \text{ cm}^2$. Dans ce cylindre peut coulisser un piston de masse $M = 51 \text{ kg}$. La pression atmosphérique extérieure est $P^0 = 10^5 \text{ Pa}$. Dans tout le problème, on néglige les pertes d'énergie par frottements. Tous les corps à l'état gazeux pourront être modélisés comme des gaz parfaits.

Dans un état initial A un opérateur maintient le piston de telle sorte qu'il limite dans le cylindre un espace libre de hauteur $h_0 = 1 \text{ m}$, rempli de gaz parfait monoatomique à la température $t_0 = 0$ et à la pression $P^0 = 10^5 \text{ Pa}$. On prendra : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

On revient à l'état initial A, le cylindre ne contenant plus que le gaz parfait monoatomique. Sans se préoccuper, maintenant, du mode opératoire, on réalise le cycle de transformations réversibles suivant : compression adiabatique permettant d'atteindre une pression de $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; puis refroidissement à pression constante jusque $t_0 = 0$: enfin, détente isotherme permettant de retrouver l'état A.

- 1- Représenter, aussi exactement que possible, le cycle dans un plan de coordonnées (P, V) .
- 2- Calculer le travail total échangé entre le gaz et le milieu extérieur au cours d'un cycle. Ce cycle pouvant être réalisé avec la seule source de chaleur à la température t_0 , montrer que le signe de ce travail satisfait au second principe de la thermodynamique quant à l'existence de machines monothermes.
- 3- On envisage le cycle décrit dans le sens inverse du sens précédent. Calculer le rendement thermique de la machine fonctionnant réversiblement selon ce cycle. Si l'on voulait réaliser ce cycle à l'aide de deux sources de chaleur ; quelles seraient nécessairement les températures de ces deux sources ?

Quel serait le rendement de Carnot correspondant ?