

## ПРИМЕР РАСЧЕТА РЦФ

Проектируется РЦФ нижних частот на основе аналогово-цифровой трансформации по заданным требованиям к неравномерности АЧХ  $\varepsilon_n = 0,015$  в полосе пропускания с частотами от 0 до  $f_n = 4,8$  кГц, отклонению от нуля  $\varepsilon_n = 0,01$  в полосе задерживания (от граничной частоты  $f_3 = 9,6$  кГц до  $f = \infty$ ). Частота дискретизации  $f_d = 48$  кГц.

Коэффициенты фильтра должны быть квантованы до  $m = 24$  разрядов (предполагается, что фильтр будет реализован (после испытания на ПЭВМ) на базе микропроцессора DSP-56000). Разрядность входного сигнала ЦФ должна быть 16 (что соответствует использованию 16-ти разрядного АЦП на входе сигнального микропроцессора DSP-56000).

Определить порядок фильтра и системную функцию  $H(z)$ ; рассчитать и построить графики амплитудно-частотной (АЧХ), фазо-частотной (ФЧХ) и импульсной (ИХ) характеристик РЦФ.

**Решение.** 1. Расчёт нормированных "цифровых" граничных частот:

$$w_n = f_n / f_d = 4,8 / 48 = 0,1 \text{ и } w_3 = f_3 / f_d = 9,6 / 48 = 0,2.$$

2. Расчёт значений коэффициентов затухания:

$$\alpha_{max} = -20 \lg[(1 - \varepsilon_n)] = -20 \lg[1 - 0,015] \approx 0,1313 \text{ дБ};$$

$$\alpha_{min} = -20 \lg \varepsilon_3 = -20 \lg 0,01 = 40 \text{ дБ}.$$

3. Расчёт коэффициента  $\gamma$  билинейного преобразования:

$$\gamma = \operatorname{ctg}(\pi w_n) = \operatorname{ctg}(\pi \cdot 0,1) = 3,077684.$$

4. Определение граничной "аналоговой" частоты  $\Omega_3$  полосы задерживания АФ-прототипа:

$$\Omega_3 = \gamma \cdot \operatorname{tg}(\pi w_3) = 3,077684 \cdot \operatorname{tg}(\pi \cdot 0,2) = 2,236.$$

5. Определение передаточной функции  $H(p)$  аналогового нормированного фильтра-прототипа нижних частот требуемого типа.

а) Выбираем фильтр Чебышева типа  $T$  с равноволновыми колебаниями АЧХ в полосе пропускания и равномерным затуханием в полосе задерживания.

б) Расчёт модуля коэффициента отражения  $|p|\%$  по заданной величине  $\alpha_{max}$ :  $|p|\% = 100 \sqrt{1 - e^{-0,23026 \cdot 0,1313}} \approx 17,26\%$ .

При  $|p|\% \approx 17,26\%$  выбираем (см. табл. 1) ближайший меньший модуль коэффициента отражения, т. е.  $|p|\% = 15\%$ . Отметим, что величине  $|p|\% = 15\%$  соответствует  $\alpha_{max} = 0,0988$  дБ, т. е. неравномерность затухания в полосе пропускания рассчитываемого фильтра будет несколько лучше, чем требуется. Такой запас необходим, поскольку представление коэффициентов ЦФ с помощью конечного числа разрядов приводит к изменению характеристики затухания.

в) Определение вспомогательного параметра  $L$  по общей номограмме (рис. 12).

Для величин  $|p|\% = 15\%$  ( $\alpha_{max} = 0,0988$  дБ) и  $\alpha_{min} = 40$  дБ вспомогательный параметр  $L \approx 0,04$ .

г) Определение порядка  $N$  передаточной функции АФ-прототипа по номограммам (рис. 13, а и б) для фильтра Чебышева типа  $T$ . Для величин  $L \approx 0,04$  и  $\Omega_3 = 2,236$  из номограмм порядок  $4 < N < 5$ . Принимаем  $N = 5$ .

д) Запись передаточной функции  $H(p)$  в общем виде (см. (22)):

$$H(p) = 1 / [C(p - a_0) \prod_{i=1}^2 (p^2 - 2a_i p + a_i^2 + b_i^2)], \quad N = 5.$$

е) Определение численных значений коэффициентов передаточной функции  $H(p)$  из таблиц с учётом величин  $N$  и  $|p|\%$ .

Для Т05 (фильтр Чебышева типа  $T$  5-го порядка) и  $|p|\% = 15\%$  (см. табл. 2) (с округлением шестого знака после запятой):

$$C = 2,427464; -a_0 = 0,540249; -a_1 = 0,437071; \pm b_1 = 0,668079; \\ -a_2 = 0,166946; \pm b_2 = 1,080975.$$

ж) Запись передаточной функции  $H(p)$  аналогового нормированного ФНЧ с численными значениями коэффициентов.

Передаточная функция  $H(p)$  аналогового нормированного ФНЧ

$$H(p) = \frac{1}{2,427464 (p + 0,540249)} \cdot \frac{1}{[p^2 + 2 \cdot 0,437071 p + (0,437071^2 + 0,668079^2)]} \times \\ \times \left[ \frac{1}{p^2 + 2 \cdot 0,166946 p + (0,166946^2 + 1,080975^2)} \right] = 0,411953 \frac{1}{(p + 0,540249)} \times \\ \times \left[ \frac{1}{p^2 + 0,874142 p + 0,637361} \right] \cdot \left[ \frac{1}{p^2 + 0,333948 p + 1,196378} \right].$$

6. Расчёт и построение АЧХ  $H(\Omega)$  и коэффициента затухания  $\alpha(\Omega)$  АФ-прототипа.

Расчёт и построение АЧХ  $H(\Omega)$  и коэффициента затухания  $\alpha(\Omega)$  (после замены  $p = j\Omega$  и вычисления модуля  $|H(j\Omega)|$ ) АФ-прототипа выполняется на ПЭВМ в  $K$  (41...81) точках с шагом по частоте  $DF = (0,05...0,1)$ . Пользователь (после запуска программы DRF.exe и щелчка левой клавишей мыши на кнопке "Новый" на полосе инструментов, см. рис.14, вверху) последовательно вводит значения исходных данных:  $C$ ;  $\gamma$ ;  $N$ ;  $a_0$ ;  $a_i$ ;  $b_i$  и щёлкает на кнопке "Запомнить" в окне "Параметры РЦФ" (рис. 14, а). При щелчке мышью на соответствующей кнопке ("АЧХА" и "ЛАЧХА") на экран дисплея выводятся графики функций  $H(\Omega)$  и  $\alpha(\Omega)$  (рис. 14, б и в). Если значение коэффициента  $\alpha(\Omega)$  равно бесконечности (значение АЧХ равно нулю), то принимается значение  $\alpha(\Omega) = 200$  дБ.

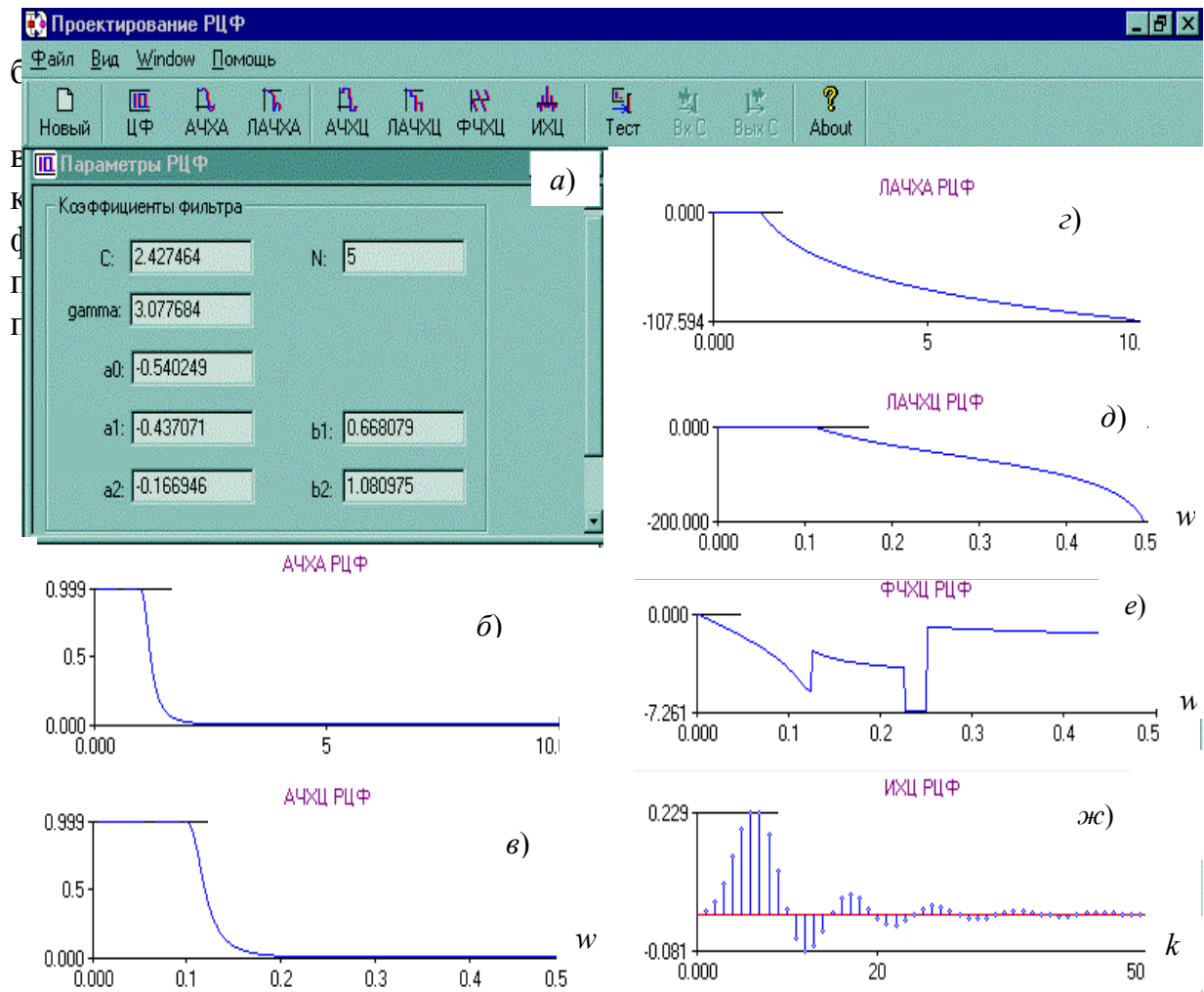


Рис. 14

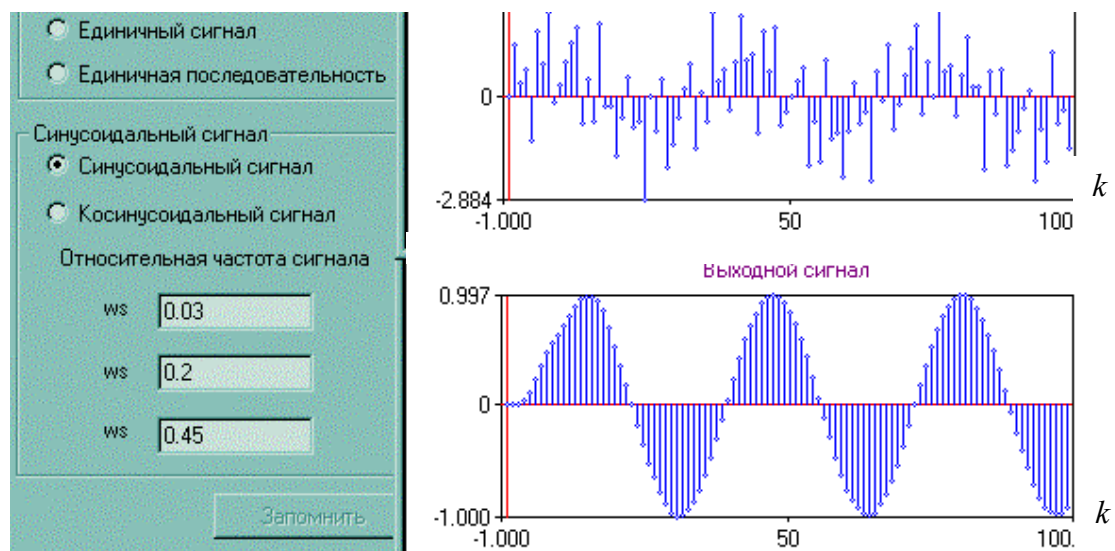


Рис 15

Системная функция  $H(z)$  цифрового фильтра нижних частот определяется с помощью подстановки

$$p = \gamma(1 - z^{-1}) / (1 + z^{-1}) = 3,077684 (1 - z^{-1}) / (1 + z^{-1})$$

в выражение  $H(p)$ :

$$H(z) = 0,411953 \frac{1}{\gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 0,540249} \cdot \frac{1}{\left[ \left( \gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^2 + 0,874142 \cdot \gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 0,637361 \right]} \times$$

$$\times \frac{1}{\left[ \left( \gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^2 + 0,333948 \cdot \gamma \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 1,196378 \right]} \cdot$$

$$H(z) = 0,411953 \frac{1+z^{-1}}{3,617933 - 2,537435z^{-1}} \times \frac{(1+z^{-1})^2}{12,799833 - 17,669556z^{-1} + 7,419167z^{-2}} \times$$

$$\times \frac{(1+z^{-1})^2}{11,696303 - 16,551522z^{-1} + 9,640731z^{-2}} = 0,000076 \frac{1+z^{-1}}{1 - 0,701349z^{-1}} \times$$

$$\times \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,380452z^{-1} + 0,579630z^{-2}} \times \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,415107z^{-1} + 0,824255z^{-2}}.$$

#### 8. Контрольная проверка устойчивости рассчитанного РЦФ.

Полюсы функции  $H(z)$  устойчивого РЦФ должны располагаться внутри единичного круга  $z$ -плоскости с центром  $z = 0$ , т. е. модули полюсов функции  $H(z)$  должны быть меньше единицы:

$$z_1 \approx 0,701 < 1; |z_{2,3}| \approx |0,69 \pm j0,332| \approx 0,76 < 1; |z_{4,5}| \approx |0,708 \pm j0,57| \approx 0,91 < 1.$$

Итак, спроектированный цифровой фильтр устойчив.

Условие устойчивости РЦФ накладывает **ограничения** на коэффициенты  $b_1$  и  $b_2$  знаменателя функции  $H(z)$  звеньев 1-го и 2-го порядка:

- для РЦФ 1-го порядка  $H(z) = (a_0 + a_1z^{-1}) / (1 + b_1z^{-1})$ ,  $|b_1| < 1$ ;
- для РЦФ 2-го порядка  $H(z) = (a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}) / (1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2})$ ,  
 $|b_1| < 2\sqrt{b_2} < 2$  и  $0 < b_2 < 1$ .



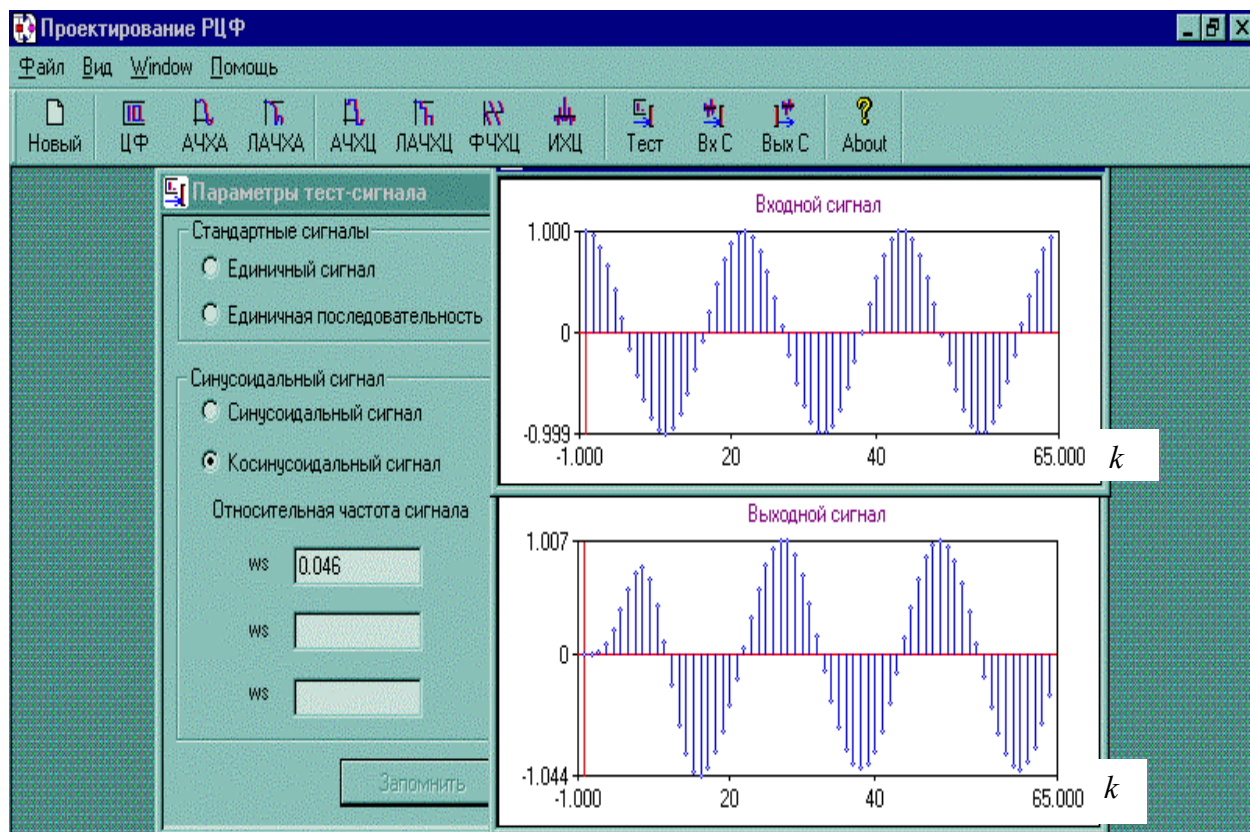


Рис. 16

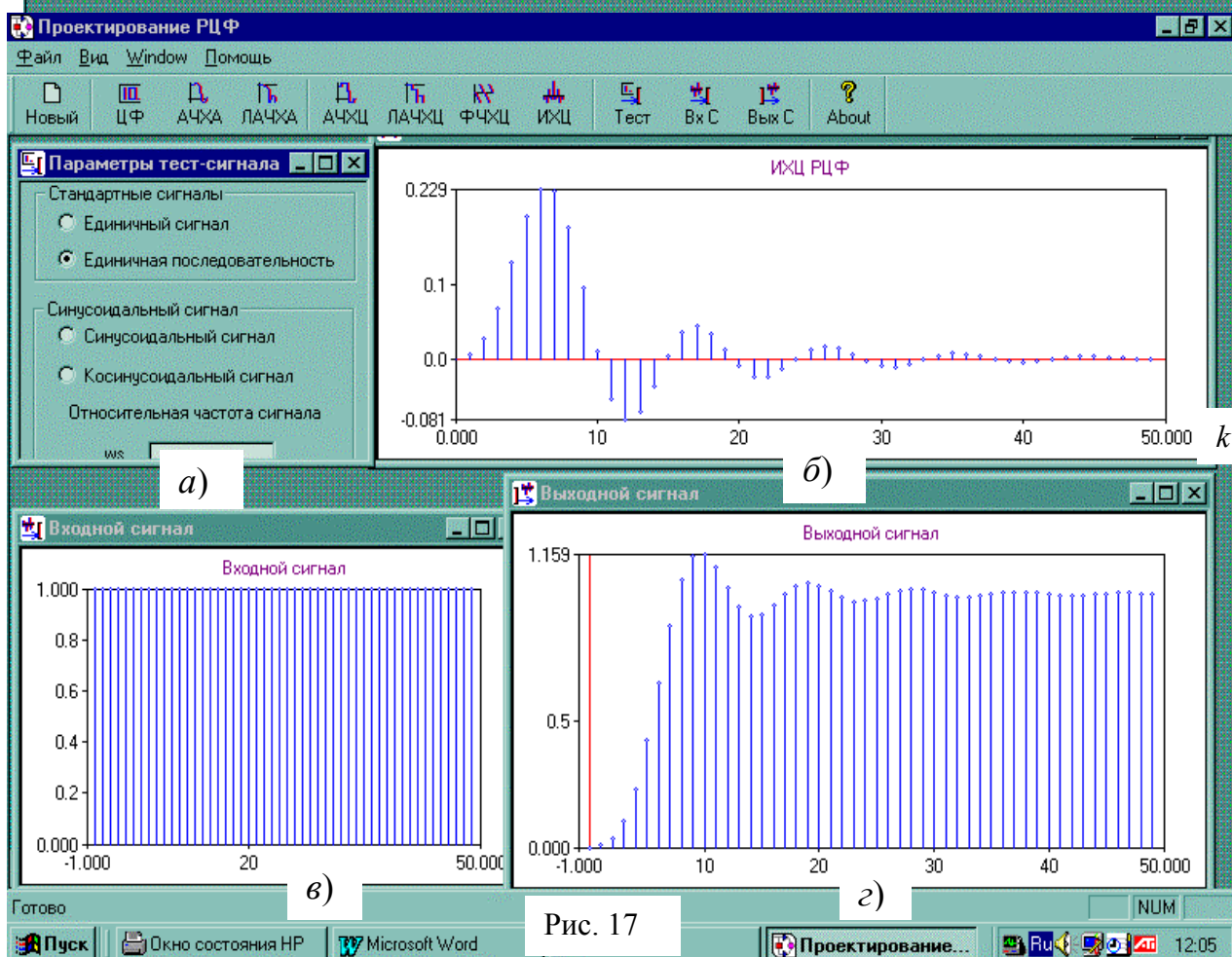


Рис. 17

9. Для вычисления АЧХ и ФЧХ РЦФ классическим методом переходят от системной функции  $H(z)$  к комплексному коэффициенту передачи  $H(e^{j2\pi w})$ , подставляя  $z = e^{j\omega\Delta t} = e^{j2\pi w}$ ,

$$H(e^{j2\pi w}) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{-j2\pi wn} \left/ \left( \sum_{m=0}^{M-1} b_m z^{-j2\pi wm} \right) \right. = H(w) e^{\Psi(w)}, \text{ где } b_0 = 1.$$

Здесь  $a_n$  и  $b_m$  - коэффициенты фильтра;  $H(w)$  - АЧХ РЦФ;  $\Psi(w)$  - его ФЧХ.

Для последовательной каскадной структуры РЦФ коэффициент

$$H(e^{j2\pi w}) = \prod_{i=1}^M \frac{a_{0i} + a_{1i} e^{-j2\pi w} + a_{2i} e^{-j4\pi w}}{1 + b_{1i} e^{-j2\pi w} + b_{2i} e^{-j4\pi w}}.$$

В соответствии с формулой Эйлера для комплексных чисел

$$e^{\pm j2\pi w} = \cos 2\pi w \pm j \sin 2\pi w$$

преобразуем комплексный коэффициент передачи РЦФ

$$H(e^{j2\pi w}) = \prod_{i=1}^M \frac{a_{0i} + a_{1i} \cos 2\pi w - ja_{1i} \sin 2\pi w + a_{2i} \cos 4\pi w - ja_{2i} \sin 4\pi w}{1 + b_{1i} \cos 2\pi w - jb_{1i} \sin 2\pi w + b_{2i} \cos 4\pi w - jb_{2i} \sin 4\pi w}.$$

Откуда

$$H(w) = \prod_{i=1}^M \sqrt{\frac{(a_{0i} + a_{1i} \cos 2\pi w + a_{2i} \cos 4\pi w)^2 + (a_{1i} \sin 2\pi w + a_{2i} \sin 4\pi w)^2}{(1 + b_{1i} \cos 2\pi w + b_{2i} \cos 4\pi w)^2 + (b_{1i} \sin 2\pi w + b_{2i} \sin 4\pi w)^2}};$$

$$\Psi(w) =$$

$$= \sum_{i=1}^M \left[ -\operatorname{arctg} \frac{a_{1i} \sin 2\pi w + a_{2i} \sin 4\pi w}{a_{0i} + a_{1i} \cos 2\pi w + a_{2i} \cos 4\pi w} + \operatorname{arctg} \frac{b_{1i} \sin 2\pi w + b_{2i} \sin 4\pi w}{1 + b_{1i} \cos 2\pi w + b_{2i} \cos 4\pi w} \right].$$

Расчёт и построение АЧХ  $H(w)$ , ФЧХ  $\Psi(w)$  и коэффициента затухания  $\alpha(w) = -20 \lg[H(w)]$  РЦФ выполняется на ПЭВМ (программы "АЧХЦ", "ФЧХЦ" и "ЛАЧХЦ"). Расчёт осуществляется в  $K$  (41...81) точках в диапазоне нормированных частот  $w \in [0; 0,5]$ . Если значение коэффициента затухания равно бесконечности (значение АЧХ равно нулю), то выводится значение  $\alpha(w) = 200$ .

После щелчка мышью на соответствующей кнопке панели инструментов на экран дисплея выводятся значения нормированной частоты  $w$  и графики АЧХЦ  $H(w)$ , ФЧХЦ  $\Psi(w)$ , коэффициента затухания  $\alpha(w)$  (см. рис.14, в, е и д).

10. Расчёт и построение импульсной характеристики РЦФ (см. рис. 14, ж) осуществляется с помощью программы "ИХЦ".

11. Анализ качественных характеристик программной реализации РЦФ выполняется с помощью программы "Тесты". В качестве входных сигналов были выбраны: единичный импульс  $\bar{\delta}(k)$  (на выходе - импульсная функция  $g(k)$  фильтра, рис. 17, б); единичная последовательность  $\bar{1}(k)$

рис. 17, в (на выходе - переходная функция  $h(k)$  фильтра, рис. 17, г); дискретизированные синусоидальный и косинусоидальный сигналы (рис. 16), вещественный полигармонический сигнал

$$x(k) = \sum_{i=1}^3 A_i \sin(2\pi w_i k \Delta t),$$

где  $A_i = 1$  - амплитуды;  $w_i$  нормированные частоты гармонических составляющих, вводимые с клавиатуры в окне "Параметры тест-сигнала" (рис. 15, слева).

На рис.15 (справа) показаны графики полигармонических входного (кнопка "ВхС") и выходного (кнопка "ВыхС") сигналов РЦФ. Анализ графиков показывает, что амплитуды и фазы гармонических составляющих на выходе фильтра изменились в соответствии с АЧХ и ФЧХ фильтра.