ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ЦЕПИ

Анализ электрической цепи (фильтра, четырёхполюсника и др.), образованной соединением пассивных элементов с параметрами *R, L* и *C*, заключается в теоретическом определении ее реакции (выходного сигнала) на заданное воздействие (входной сигнал). Зависимость между входным сигналом и сигналом, прошедшим через цепь (фильтр), обычно представляют в виде передаточной функции $H(p)$.

Передаточная функция H(p) цепи - это отношение изображения (по Лапласу) выходного сигнала (например, напряжения $U_2(p)$) к изображению входного сигнала (например, напряжения $U_1(p)$) цепи при нулевых начальных условиях (ННУ), т. е.

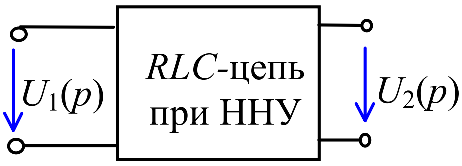

Рис. 1

$$H_u(p) = U_2(p)/U_1(p).$$

В этом случае *RLC*-цепь представляют в виде проходного четырехполюсника (рис.1).

Передаточная функция линейной цепи в общем случае является дробно-рациональной функцией комплексной частоты $p = \sigma + j\omega$ и записывается в виде отношения полиномов $M(p)$ и $N(p)$ с вещественными коэффициентами a_n и b_m:

$$H(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}, \quad n \le m. \qquad (1)$$

Если предположить, что нам известны все корни полиномов числителя $M(p)$ и знаменателя $N(p)$, то, разложив их на множители, получим

$$H(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = H(0)\frac{(p-p_1)(p-p_2)\ldots(p-p_n)}{(p-p'_1)(p-p'_2)\ldots(p-p'_m)}, \; H(0) = \frac{a_n}{b_m}. \qquad (2)$$

Проведём преобразования в выражении (2).

При отрицательных вещественных корнях (нулях $p_k = -\alpha_k$ полинома числителя $M(p)$ и полюсах $p'_k = -\alpha'_k$ полинома знаменателя $N(p)$) имеем:

$$p - p_k = p + \alpha_k = \frac{1}{\tau_k}(\tau_k p + 1) \text{ и } p - p'_k = p + \alpha'_k = \frac{1}{\tau'_k}(\tau'_k p + 1),$$

где $\tau_k = 1/\alpha_k$ и $\tau'_k = 1/\alpha'_k$ - постоянные времени звеньев цепи (множителей полиномов $M(p)$ и $N(p)$).

При наличии комплексно-сопряжённых корней полиномов $M(p)$ и $N(p)$ ($p_{k(1,2)} = -\alpha_k \pm j\omega_k$ и $p'_{k(1,2)} = -\alpha'_k \pm j\omega'_k$) получим

$$(p - p_{k(1)})(p - p_{k(2)}) = p^2 + 2\alpha_k p + \alpha_k^2 + \omega_k^2 = p^2 + 2\alpha_k p + \omega_0^2 =$$

$$= \omega_0^2\left(\frac{1}{\omega_0^2} p^2 + \frac{2\alpha_k}{\omega_0^2} p + 1\right) = \frac{1}{\tau_{2k}^2}(\tau_{2k}^2 p^2 + \tau_{1k} p + 1),$$

где $\tau_{2k} = 1/\omega_0$; $\tau_{1k} = 2\alpha_k/\omega_0^2$; $\omega_0 = \sqrt{\alpha_k^2 + \omega_k^2}$, и

$$(p-p'_{k(1)})(p-p'_{k(2)})=p^2+2\alpha'_k p+\alpha'^2_k+\omega'^2_k=p^2+2\alpha'_k p+\omega'^2_0=$$
$$=\omega'^2_0\left(\frac{1}{\omega'^2_0}p^2+\frac{2\alpha'_k}{\omega'^2_0}p+1\right)=\frac{1}{\tau'^2_{2k}}\left(\tau'^2_{2k}p^2+\tau'_{1k}p+1\right),$$

где $\tau'_{2k}=1/\omega'_0$; $\tau'_{1k}=2\alpha'_k/\omega'^2_0$; $\omega'_0=\sqrt{\alpha'^2_k+\omega'^2_k}$.

Тогда вместо выражения (1) (или (2)) можно написать выражение

$$H(p)=H_0\frac{\prod_{k=1}^{\mu}(\tau_k p+1)\cdot\prod_{k=1}^{\rho}(\tau^2_{2k}p^2+\tau_1 p+1)}{p^{\nu}\prod_{k=1}^{\sigma}(\tau'_k p+1)\cdot\prod_{k=1}^{\eta}(\tau'^2_{2k}p^2+\tau'_1 p+1)},\qquad(3)$$

имеющее шесть видов сомножителей.

Типовые звенья, имеющие передаточные функции, входящие в **числитель** выражения (3), называют соответственно *усилительными* (H_0), *дифференцирующими первого порядка* $(\tau_k p+1)$ и *дифференцирующими второго порядка* $(\tau^2_{2k}p^2+\tau_1 p+1)$, а входящие в **знаменатель** - *интегрирующими* (p^{ν}), *апериодическими* $(\tau'_k p+1)$ и *колебательными* $(\tau'^2_{2k}p^2+\tau'_1 p+1)$.

Если все члены какого-либо сомножителя в знаменателе выражения (3) положительные, то оно соответствует **устойчивому** звену, а если хотя бы один из них отрицателен, то **неустойчивому**.