

# 宏观经济学

李伦

北京大学经济学院

2025/4/29

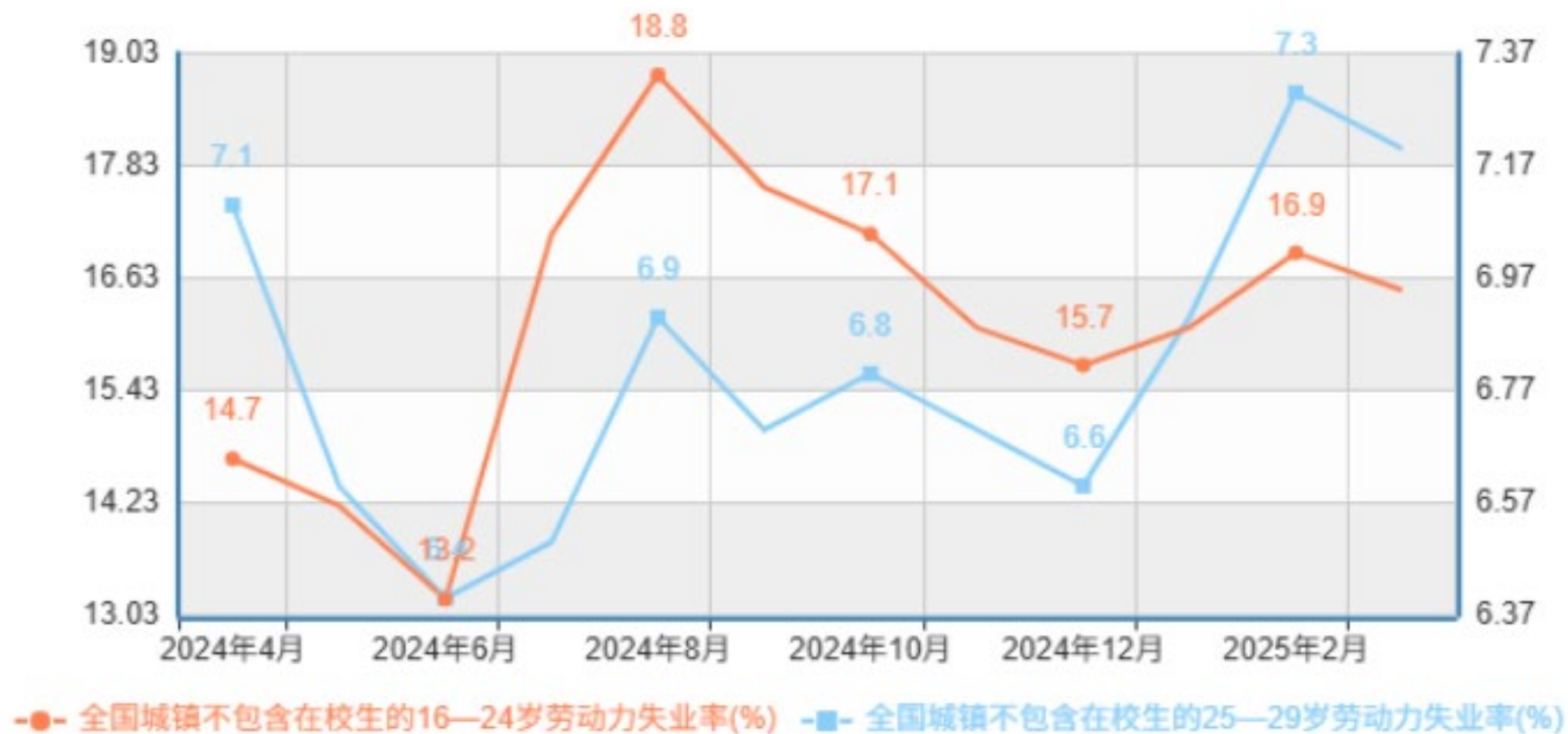
# 就业与劳动市场

# 失业率统计数据



数据来源：国家统计局

# 失业率统计数据-2

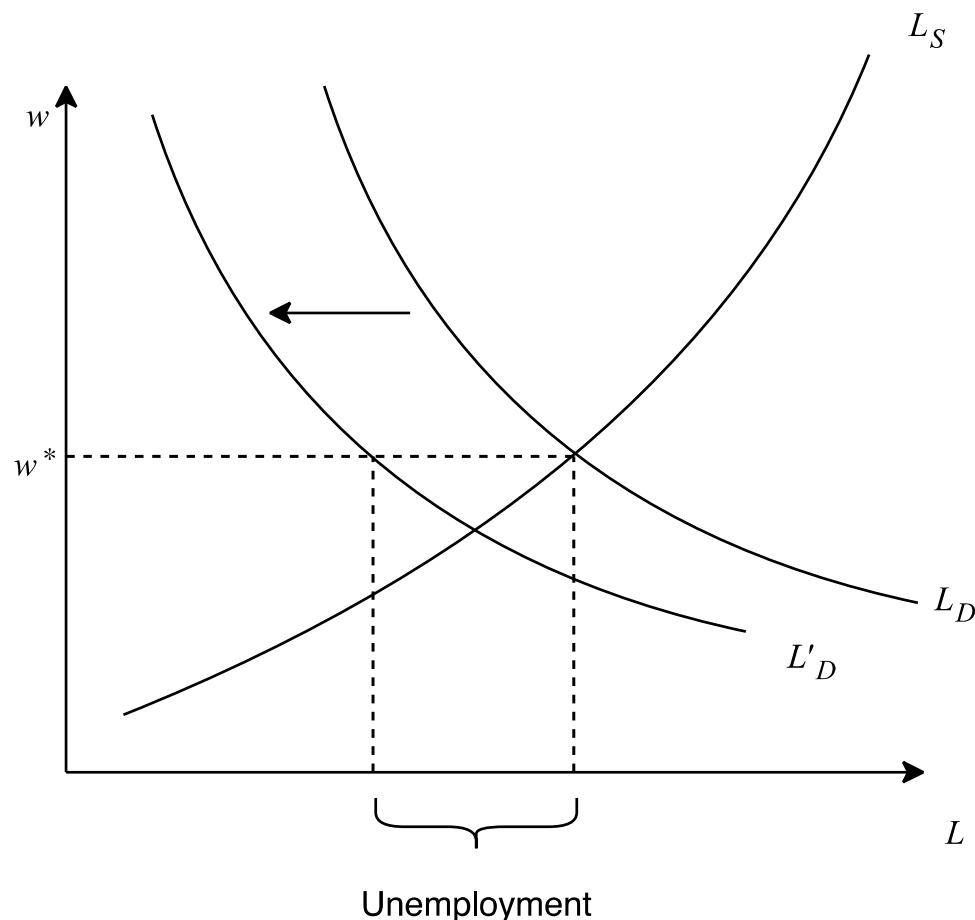


数据来源：国家统计局

# 就业与劳动市场

- 目前为止，我们学习的模型无法很好地解释失业是如何形成的
- 原因：我们总是假设劳动市场出清，也就是劳动需求=劳动供给
- 假设出于某种原因，劳动供给大于劳动需求；此时，一个更低的工资会使得劳动市场重新出清。
- 换句话说，目前的模型无法解释“非自愿失业”的存在。理论上说，为什么不能降低工资，雇佣所有想要劳动的人呢？

# 工资刚性 Wage Rigidity



- 可能的解释：由于法规、合同等因素，短期内降低工资存在一定难度
- 工资存在向下的刚性（downward rigidity）：当劳动需求下降时，工资不能继续向下调整，导致劳动市场供过于求，出现失业。

# 其他的理论

- 有没有其他的理论能解释失业的出现？
- McCall Search Model: 在1970年由经济学家John J. McCall 提出, 在一个搜索模型的框架下重新阐释了劳动市场的出清机制
- Prof. Robert Lucas Jr. on McCall model:  
Questioning a McCall worker is like having a conversation with an out-of-work friend: **‘Maybe you are setting your sights too high’, or ‘Why did you quit your old job before you had a new one lined up?’** This is real social science: an attempt to model, to understand, human behavior by visualizing the situation people find themselves in, the options they face and the pros and cons as they themselves see them.

# 一个简化的 McCall 模型

- 假设一个代理行为人正在寻找工作。他的效用是：

$$U_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t c_t$$

- 每一期，代理行为人面对如下的选择：
  - 如果他继续保持失业状态，每月可以领取失业补助 $b$
  - 如果他去找工作，会得到一个在  $[0, \bar{w}]$  区间上随机分布的offer，工资为 $w$ ，分布函数为 $P(w)$ ；他可以选择接受或拒绝这个offer



# 优化问题？

- 试着写出这个代理人的优化问题？

# 优化问题-2

- 你可能发现，和之前的模型不同，写下优化问题好像比较难
- 主要的问题在于，代理人每期会根据一些不确定的因素（拿到的工资 $w$ ）做出决定；而在不了解这些不确定因素之前，无法通过一个无限期的模型做出最优的规划

# 代理人的选择

- 面对一个offer，代理人有两种痛苦的选择：
  - 接受offer，以同样的工资  $w$  工作到永远；
  - 拒绝offer，收到失业补偿  $b$ ，下期继续搜索；
- 接受今天的已知，还是面对明天的未知？
- 这似乎也取决于offer的好坏…

# 打工人的选择-2

- 需要找到一种方法，计算每种决定带来的影响
- 不仅需要计算当前的影响，还要考虑到这种决定会将你带向何方
- 区分：State vs Control variables
  - A **state variable** describes the state of the world, and is something that the agent cannot change in the current period.
  - A **control variable** is a choice that the agent can make in the current period.

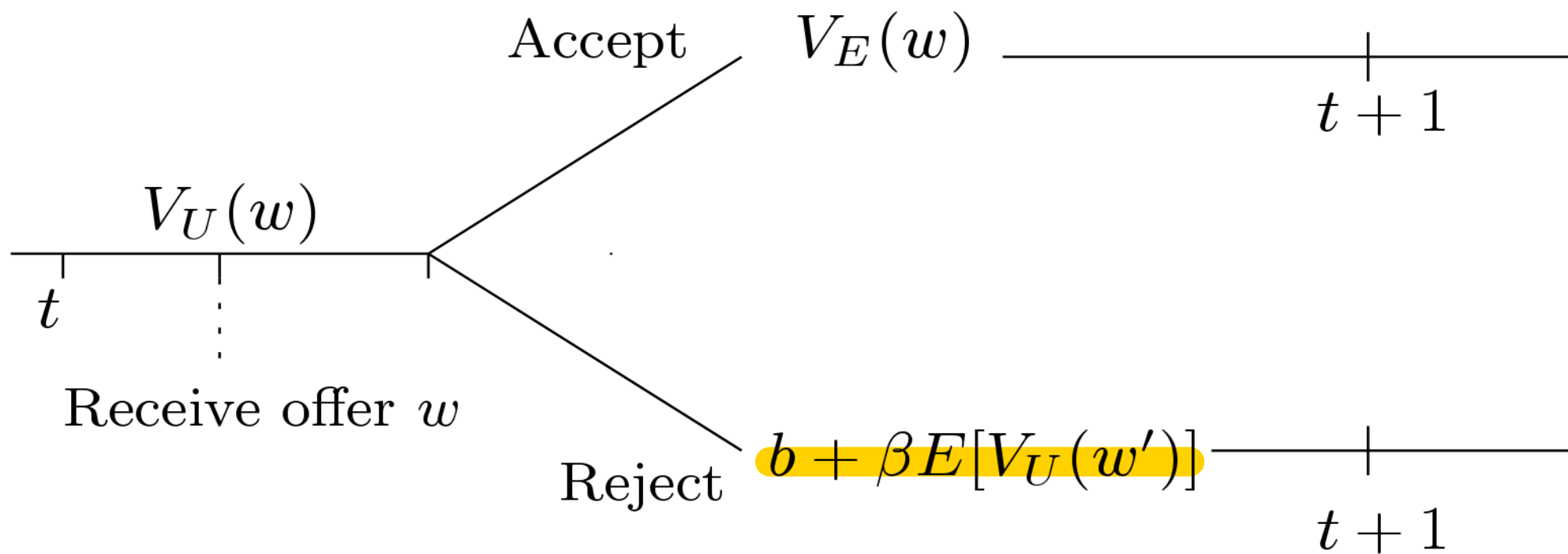
# 状态与控制变量

- 这个问题中的状态变量与控制变量是？
- 状态变量： 工资  $w$ , 就业情况 {Employed, Unemployed}
- 控制变量: {Accept the offer, Reject the offer}
- 两种变量都是离散的！

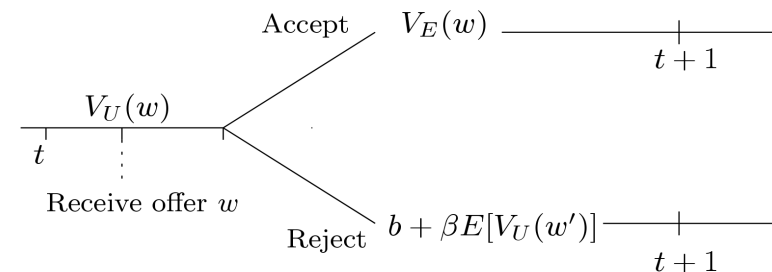
# Value functions (价值函数)

- 我们可以用一种方法，给代理人可能处于的每种状态赋一个值
  - The value of employed worker with wage  $w$ :  $V_E(w)$
  - The value of unemployed worker with wage offer  $w$ :  $V_U(w)$
- 画出整个问题的时间线，可能比较有帮助

# McCall模型：时间线



# 价值函数的表达式



- 对于一个处于失业状态，拿到offer  $w$ 的代理人来说，他的价值函数可以表达为：

$$V_U(w) = \max\{V_E(w), b + \beta \mathbb{E}(V_U(w'))\}$$

- 对于一个处于就业状态，工资为 $w$ 的代理人来说，他的价值函数可以表达为：

$$V_E(w) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t w = \frac{w}{1 - \beta}$$



# 简化价值函数

$$V_U(w) = \max\{V_E(w), b + \beta \mathbb{E}(V_U(w'))\}$$

$$V_E(w) = \frac{w}{1 - \beta}$$

- 两个公式组合，将失业者的价值函数简化

$$V_U(w) = \max\left\{\frac{w}{1 - \beta}, b + \beta \mathbb{E}(V_U(w'))\right\}$$

- 只能简化到这里了...
- 下一个问题：能否把这个函数画出来？

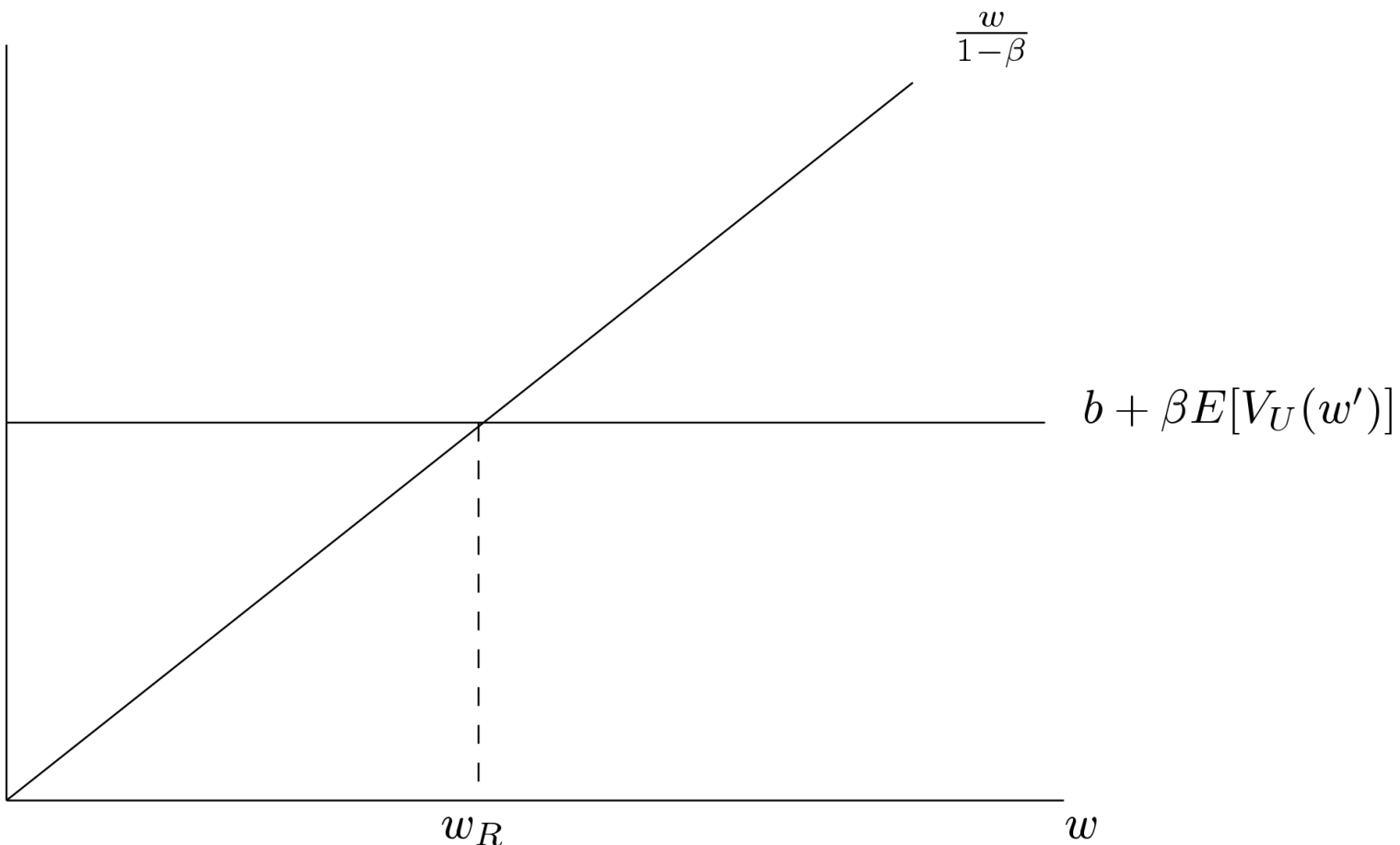
# 画出价值函数

- 注意这个括号里面的两项：

$$V_U(w) = \max \left\{ \frac{w}{1-\beta}, b + \beta \mathbb{E}(V_U(w')) \right\}$$

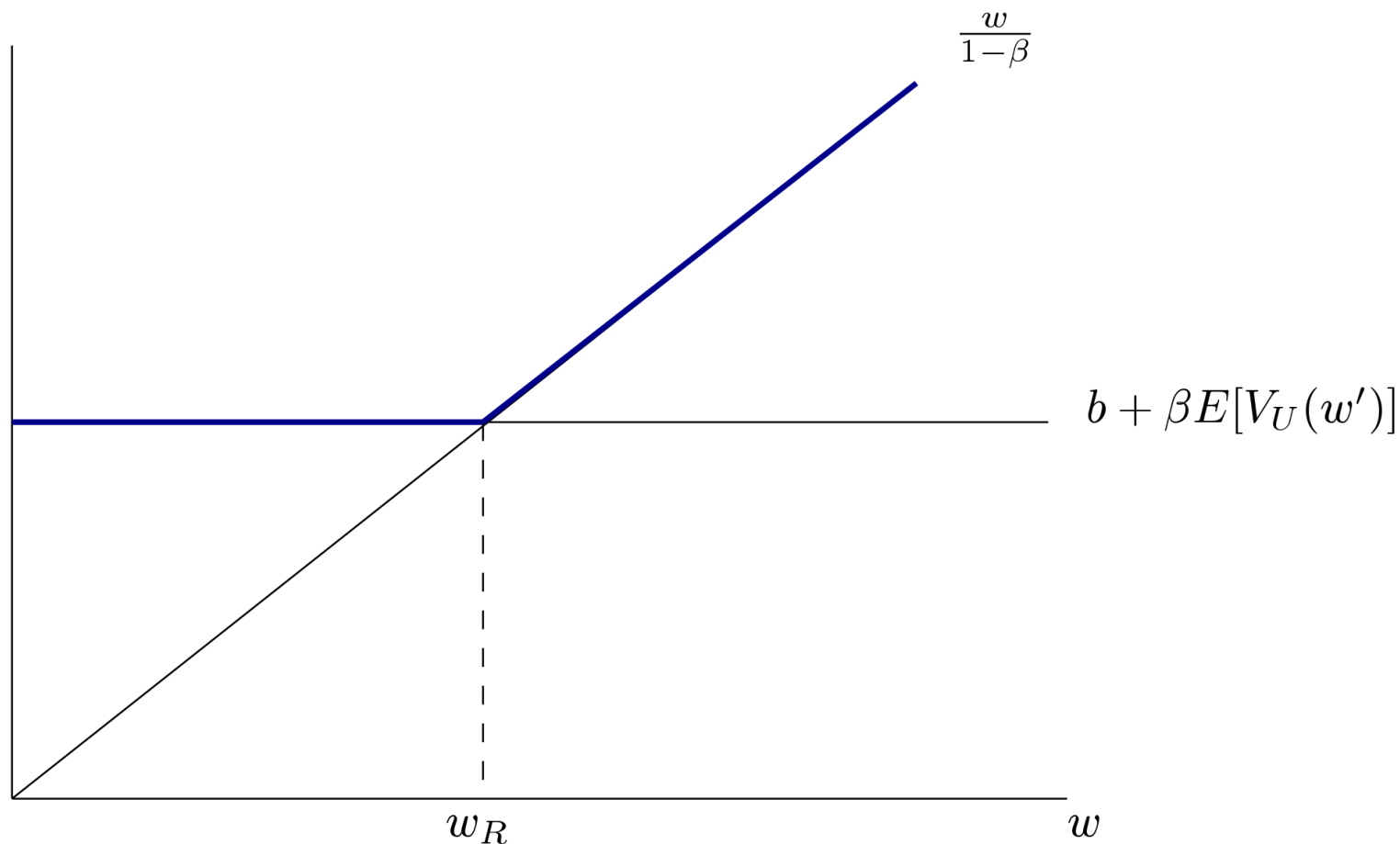
- 如果以  $w$  为横坐标，函数值为纵坐标， $\frac{w}{1-\beta}$  是一条穿过原点，斜率为  $\frac{1}{1-\beta}$  的直线。
- 第二项  $b + \beta \mathbb{E}(V_U(w'))$  是一条水平线（为什么？）

# 画出价值函数



- 下期的工资分布依然服从  $P(w)$ , 与本期的 offer 无关
- $b + \beta E[V_U(w')]$  可以看做一个常数

# 画出价值函数



- $V_U(w)$  的取值，是两个函数当中更高的取值
- 交点  $w_R$  的工资水平被称为“保留工资”

# 保留工资 (Reservation wage)

- 代理人决定是否接受工作，取决于拿到的offer是否高于保留工资
- 代理人根据状态  $w$  做出的最优决定  $g_U(w)$ ，被称为“政策函数” (policy function)

$$g_U(w) = \begin{cases} \text{Accept} & \text{if } w \geq w_R \\ \text{Reject} & \text{if } w < w_R \end{cases}$$

# 保留工资

- 当工资等于保留工资时， $w = w_R$ ，工作与不工作的价值相等

$$\frac{w_R}{1 - \beta} = b + \beta \mathbb{E}[V_U(w')]$$

- **提问**：如果失业保障  $b$  提高，会对保留工资产生怎样的影响？
- 如果折现因子  $\beta$  减小呢？（代理人变得更不耐烦）

# 保留工资的表达式\*

$$\begin{aligned}\frac{w_R}{1-\beta} &= b + \beta \mathbb{E}[V_U(w')] \\ &= b + \beta \int_0^{\bar{w}} V_U(w') p(w') dw'\end{aligned}$$

因为  $V_U(w') = \begin{cases} \frac{w'}{1-\beta} & \text{if } w' > w_R \\ \frac{w_R}{1-\beta} & \text{if } w' \geq w_R \end{cases}$ , 右边可以写成

$$\begin{aligned}\int_0^{\bar{w}} V_U(w') p(w') dw' &= \int_0^{w_R} \frac{w_R}{1-\beta} p(w') dw' + \int_{w_R}^{\bar{w}} \frac{w'}{1-\beta} p(w') dw' \\ &= \frac{w_R}{1-\beta} P(w_R) + \int_{w_R}^{\bar{w}} \frac{w'}{1-\beta} p(w') dw'\end{aligned}$$

# 保留工资的表达式-2\*

- 也就是说

$$\frac{w_R}{1-\beta} = b + \beta \left( \frac{w_R}{1-\beta} P(w_R) + \int_{w_R}^{\bar{w}} \frac{w'}{1-\beta} p(w') dw' \right)$$

- 假设工资在  $[0, \bar{w}]$  均匀分布

$$P(w) = \frac{w}{\bar{w}}$$
$$p(w) = \frac{dP}{dw}(w) = \frac{1}{\bar{w}}$$

- 那么上式变为

$$\frac{w_R}{1-\beta} = b + \beta \left( \frac{w_R}{1-\beta} \frac{w_R}{\bar{w}} + \int_{w_R}^{\bar{w}} \frac{w'}{1-\beta} \frac{1}{\bar{w}} dw' \right)$$



# 保留工资的表达式-3\*

- 进一步简化:

$$\begin{aligned}\frac{w_R}{1-\beta} &= b + \beta \left( \frac{w_R}{1-\beta} \frac{w_R}{\bar{w}} + \int_{w_R}^{\bar{w}} \frac{w'}{1-\beta} \frac{1}{\bar{w}} dw' \right) \\ &= b + \frac{\beta}{\bar{w}(1-\beta)} \left( w_R^2 + \int_{w_R}^{\bar{w}} w' dw' \right) \\ &= b + \frac{\beta}{2\bar{w}(1-\beta)} (w_R^2 + \bar{w}^2)\end{aligned}$$

# 保留工资的表达式-4\*

- 两边同乘 $(1 - \beta)$  :

$$\begin{aligned}w_R &= b(1 - \beta) + \frac{\beta}{2\bar{w}}(w_R^2 + \bar{w}^2) \\&= b + \frac{\beta\bar{w}}{2} \left( \left( \frac{w_R}{\bar{w}} \right)^2 + 1 - 2 \frac{b}{\bar{w}} \right)\end{aligned}$$

- 举例：如果 $b = E(w) = \frac{\bar{w}}{2}$

$$w_R - b = \frac{\beta w_R^2}{2\bar{w}} > 0$$

- 举例-2：如果 $b = \bar{w}$  ,  $w_R = b = \bar{w}$

# McCall 搜索模型：总结

- 代理人通过比较潜在工资  $w$  和保留工资  $w_R$  之间的大小，决定是否工作。如果  $w > w_R$ ，他会开始工作；反之，他会拒绝这份工作，并在下一期继续寻找。
- 失业保障  $b$  的大小和潜在工资的分布  $P(w)$  都会影响保留工资的大小。

# 扩展： McCall with Job Separation

- 在这个模型中，我们假设了处在就业状态的代理人会以目前的工资一直工作下去
- 我们也可以假设有一定的可能性 $\alpha$ ，让正在工作的代理人成为失业状态。
- 此时如何写出价值函数？

$$\begin{aligned} V_U(w) &= \max\{V_E(w), b + \beta \mathbb{E}(V_U(w'))\} \\ V_E(w) &= w + \beta\{(1 - \alpha)V_E(w) + \alpha \mathbb{E}(V_U(w'))\} \end{aligned}$$

# 对McCall模型的批评

- McCall 模型以保留工资  $w_R$  概括了代理人的就业选择。
- 对 McCall 模型有一个比较著名的批评，叫做Rothschild critique
- **主要问题：工资分布  $P(w)$  从何而来？**

# The Rothschild Critique

- 在 McCall 模型当中，仅当工资高于代理人的保留工资 $w_R$  时，代理人才会选择工作
- 工资分布  $P(w)$  对于代理人已知，在模型中假设为外生；模型无法解释工资分布的产生。
- 如果模型中存在追求利润最大化的公司，那么这个工资分布 $P(w)$  还会存在吗？

# The Rothschild Critique - 2

- 答案是：不会！
- 所有公司都会开出同一个工资  $w_R$
- 工资低于  $w_R$  的公司招不到任何人，而工资高于  $w_R$  的公司相当于付给了员工过多的工资
- 在一个竞争均衡的框架下，工资分布  $P(w)$  会收缩至一点

# 对于Rothschild批判的回应

- 对于McCall模型可以做出一些拓展，从而回应Rothschild Critique
- 可能的角度：
  - Search intensity;
  - Career choice;
  - Search with unknown wage distribution;



# 搜索强度 (search intensity) 的简化模型

- 假设所有公司都开出同样的工资  $w$ .
- 代理人的目标函数:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (u(y_t) - a_t)$$

- $y_t$  为  $t$  期消费,  $a_t$  为  $t$  期的搜索强度。
- 如果有工作, 无需继续寻找, 搜索强度为  $a_t = 0$ .
- 如果失业, 代理人收到失业补助  $b$ , 并有一定概率  $p(a)$  找到工作, 概率取决于搜索强度大小

# 价值函数

- 就业中的代理人

$$V_E = \frac{u(w)}{1 - \beta}$$

- 失业中的代理人：

$$V_U = \max_{a \geq 0} \{u(b) - a + \beta[p(a)V_E + (1 - p(a))V_U]\}$$

- 注意，此时  $V_E$  和  $V_U$  都不是  $w$  的函数，因为  $w$  是唯一的

## 一阶条件 \*

$$V_U = \max_{a \geq 0} \{u(b) - a + \beta[p(a)V_E + (1 - p(a))V_U]\}$$

- 最佳的搜索强度（一阶条件）

$$-1 + \beta p'(a)[V_E - V_U] \leq 0$$

- 如果  $a > 0$ ，上式=0
- 给定函数形式和参数取值，可以通过价值函数迭代（value function iteration）的方式找到  $V_E$ ,  $V_U$  和  $a$ 。

# Discussion of Search Intensity Model

- 这个模型里，状态变量是就业状态。
- 只有一个工资水平 $w$ ，不存在工资水平的分布
- 可能的问题在于，找到工作的概率  $p(a)$  也是外生过程，无法被模型刻画

# 职业选择模型 (Model of Career Choice)

- 由 Derek Neal (1999) 提出
- 将工资的组成部分划分为“职业”与“工作”

$$w_t = \theta_t + \epsilon_t$$

- $\theta_t$ : 职业对工资的贡献部分
  - $\epsilon_t$ : 工作对工资的贡献部分
- 模型中不存在失业

# 职业选择模型-2

- 每一期，代理人可以进行一下的三种选择：
- 保持现状: 同样的职业、同样的工作  $(\theta_t, \epsilon_t)$ .
- 新工作: 同样的职业  $\theta_t$ , 不同的工作  $\epsilon_t$ .
- 新生活: 新的职业  $\theta_t$  和工作  $\epsilon_t$ .
- 假设两部分工资的分布为：

$$\begin{aligned}\theta_t &\sim F \\ \epsilon_t &\sim G\end{aligned}$$

# 代理人的问题

- 代理人的目标函数为：

$$\mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t w_t$$

- 代理人的价值函数为如下形式：

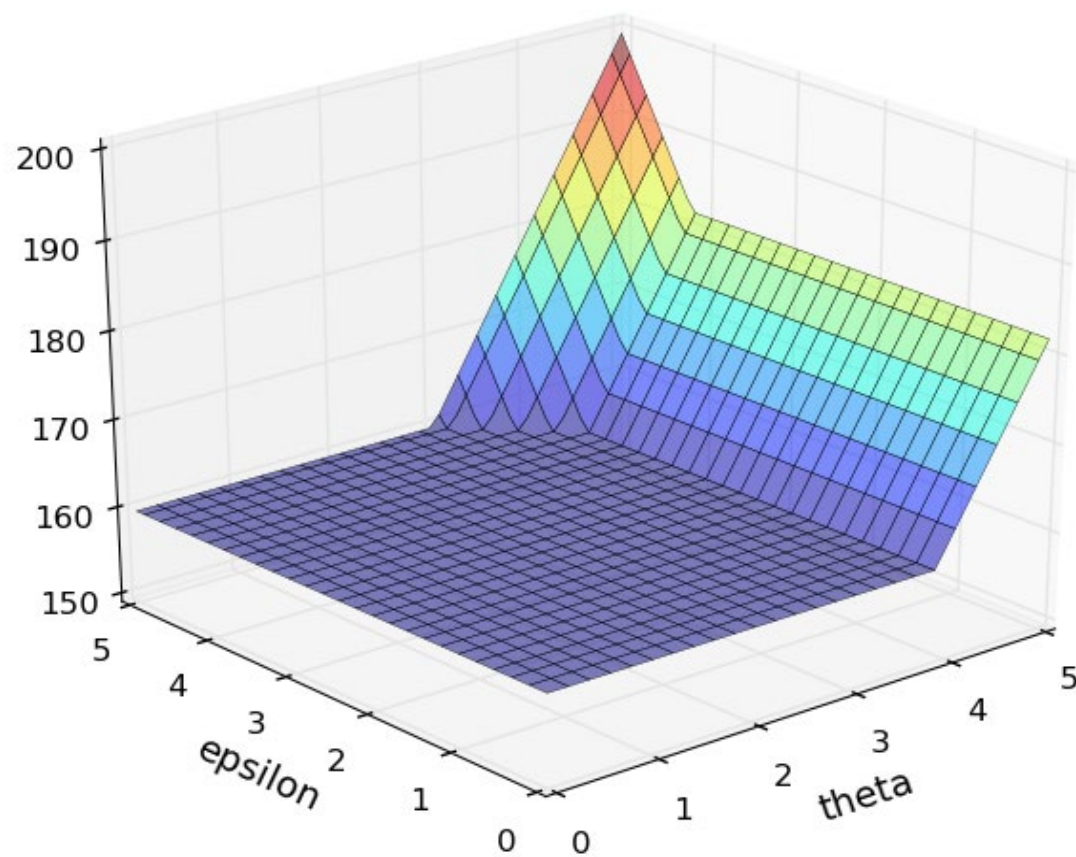
$$V(\theta, \epsilon) = \max\{V_I, V_{II}, V_{III}\}$$

$$V_I = \theta + \epsilon + \beta V(\theta, \epsilon)$$

$$V_{II} = \theta + \int \epsilon' dG(\epsilon') + \beta \int V(\theta, \epsilon') dG(\epsilon')$$

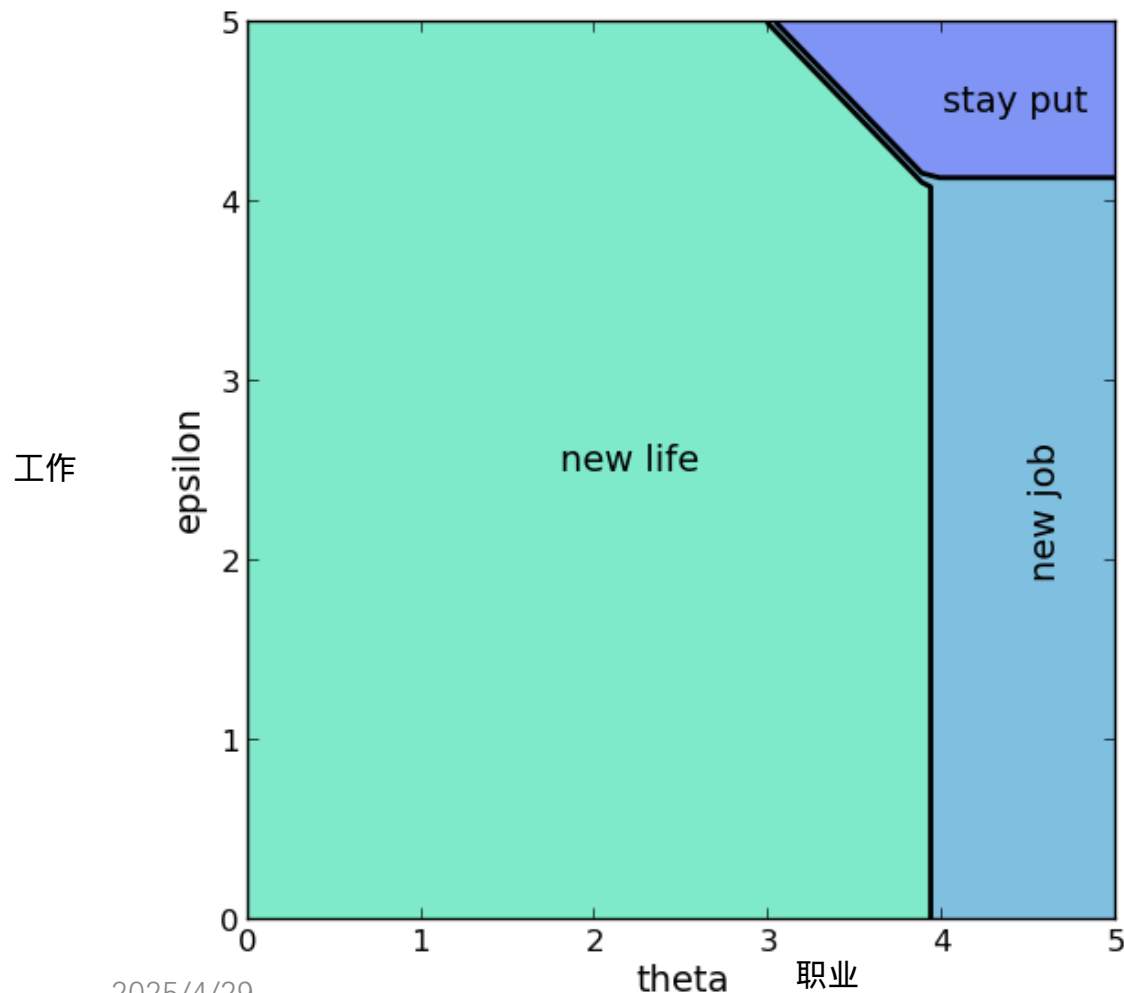
$$V_{III} = \int \theta' dF(\theta') + \int \epsilon' dG(\epsilon') + \beta \int \int V(\theta', \epsilon') dG(\epsilon') dF(\theta')$$

# 价值函数：图像



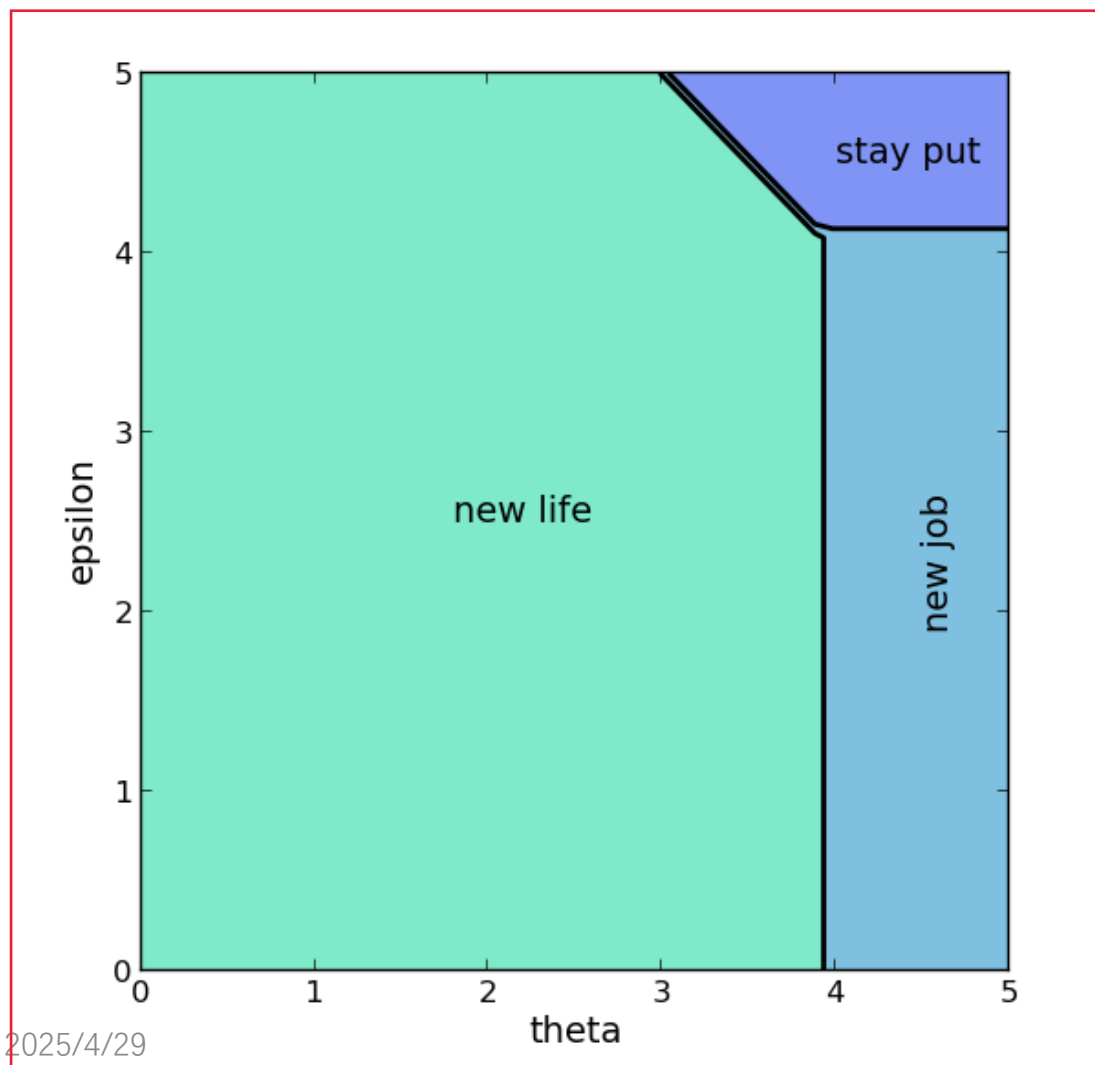


# 价值函数：图像



- If both job and career are poor, the worker will switch to a new job and new career.
- If career is sufficiently good, the worker will hold on to it but switch to a new job.
- If both job and career are good, the worker will stay put.

# 价值函数：图像



- 注意到劳动者找到一个不错的职业后，会停留在这个职业当中
- 而即使是工资最高的工作，如果职业不好，也会使劳动者想要改变职业
- 原因：可以在不改变职业的条件下改变工作，而不能在不改变工作的条件下改变职业

讨论：或许有时候必须要舍弃一份好的工作，才能找到一个更好的职业

# 职业选择模型-讨论

- 将简单的经济学直觉，通过模型的方式呈现出来，得到合乎情理、贴近现实的结果
- 可以看做对Rothschild批判的一种回应：公司可以提供不同的工资水平，因为每一份工作都属于不同的职业。

# 不完全信息

- 另一种扩展是将McCall模型中引入未知的工资分布
- 例如，假设存在两种可能的工资分布  $F$  和  $G$ ，劳动者不知道哪种是真实的工资分布
- 劳动者对工资分布存在先验信念 (prior belief)
- 例如，劳动者认为工资分布有  $\pi_0 = 40\%$  的可能性为  $F$ ，60%的可能性为  $G$

# 搜索与评估

- 随着搜索的进行，劳动者会根据拿到的工资水平对自己的信念进行重新评估

$$\pi_{t+1} = \frac{\pi_t f(w_{t+1})}{\pi_t f(w_{t+1}) + (1 - \pi_t)g(w_{t+1})}$$

- 这个过程叫做Bayesian updating，劳动者通过观测到的工资，对工资分布产生了后验信念（posterior beliefs）

# 不完全信息-讨论

- 这里，劳动者虽然生来相同，但是根据不同的人生经历，会对工资分布产生不同的后验信念
- 劳动者会根据自身不同的信念，产生对明天状态的不同预期，从而产生不同的保留工资水平
- 也就是说，和Rothschild critique的结论相反，工资分布是可能存在的。

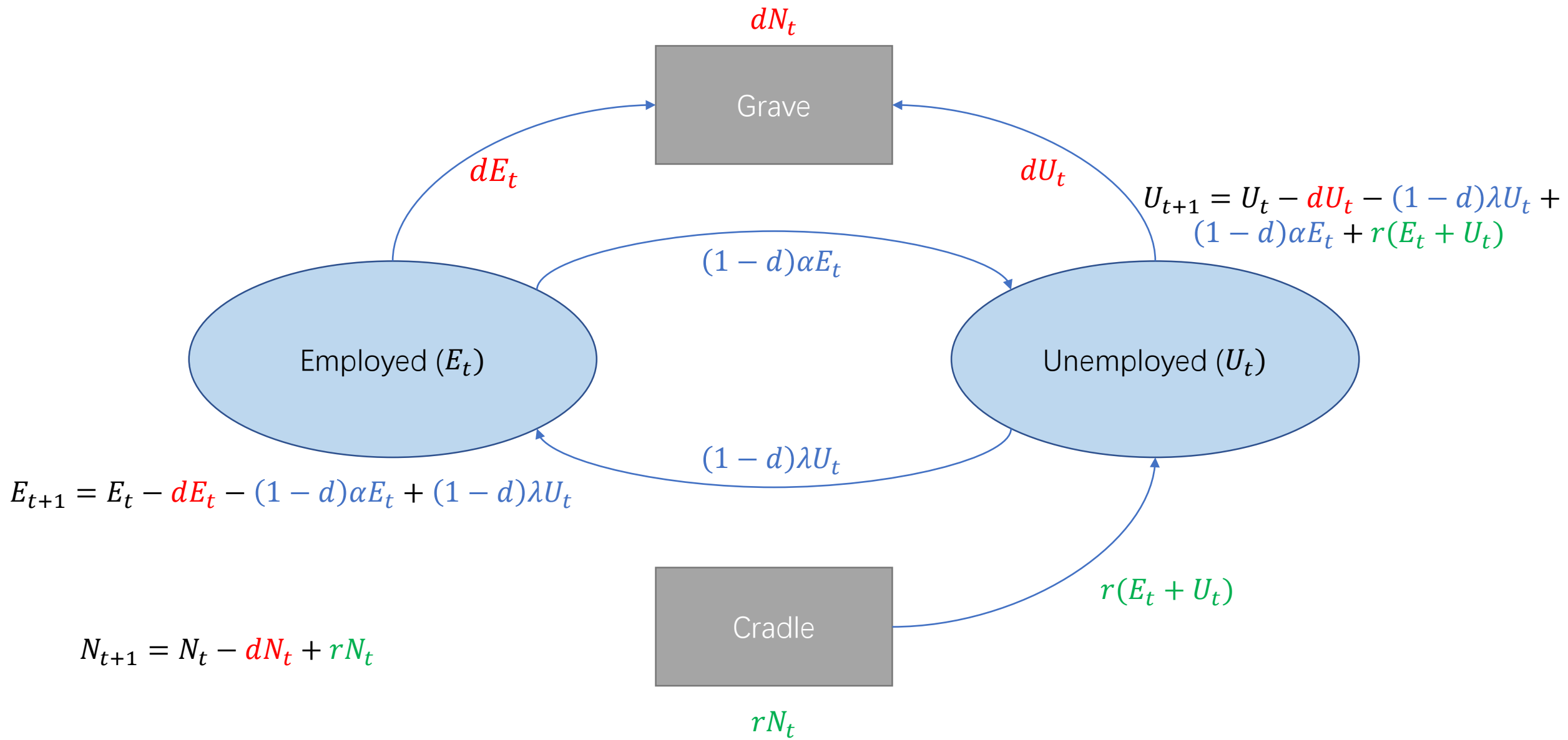
# 理解劳动力的流向： Lake Model

- 通过 McCall 搜索模型，我们对个体在劳动市场上的表现有了一定的了解。
- 为大家介绍一个常用且简单的分析均衡失业率的模型： Lake model
- 想像劳动市场中就业和失业的人群，像两个湖的湖水一样可以相互流动

# 模型设定

- $E_t$ : 时间 $t$  就业的人群
- $U_t$ : 时间 $t$  失业的人群
- $N_t$ : 时间 $t$  的总劳动力
- 进入劳动力的比例:  $r$ .
- 退出劳动力的比例:  $d$ .
- 失业者中找到工作的比例:  $\lambda$
- 就业者中失去工作的比例:  $\alpha$





# 就业人数的变化

- 就业者:

$$E_{t+1} = (1 - d)(1 - \alpha)E_t + (1 - d)\lambda U_t$$

- 失业者:

$$U_{t+1} = (1 - d)\alpha E_t + (1 - d)(1 - \lambda)U_t + r(E_t + U_t)$$

- 总劳动力:

$$N_{t+1} = (1 + r - d)N_t$$

# 就业率的变化

- 就业者:

$$\frac{E_{t+1}}{N_{t+1}} \frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{(1-d)(1-\alpha)E_t}{N_t} + \frac{(1-d)\lambda U_t}{N_t}$$

$$e_{t+1}(1+r-d) = (1-d)(1-\alpha)e_t + (1-d)\lambda u_t$$

- 失业者:

$$\frac{U_{t+1}}{N_{t+1}} \frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{(1-d)\alpha E_t}{N_t} + \frac{(1-d)(1-\lambda)U_t}{N_t} + \frac{r(E_t + U_t)}{N_t}$$

$$u_{t+1}(1+r-d) = (1-d)\alpha e_t + (1-d)(1-\lambda)u_t + r$$

- 总劳动力:

$$e_t + u_t = 1$$

# 稳态

- 当就业率与失业率处在稳态时,  $e_{t+1} = e_t = e^*$ ,  $u_{t+1} = u_t = u^*$

$$\begin{aligned}e^*(1 + r - d) &= (1 - d)(1 - \alpha)e^* + (1 - d)\lambda u^* \\u^*(1 + r - d) &= (1 - d)\alpha e^* + (1 - d)(1 - \lambda)u^* + r \\e^* + u^* &= 1\end{aligned}$$

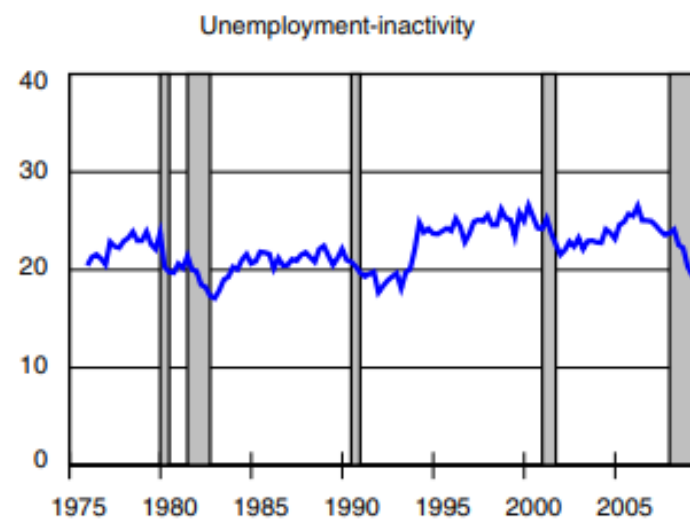
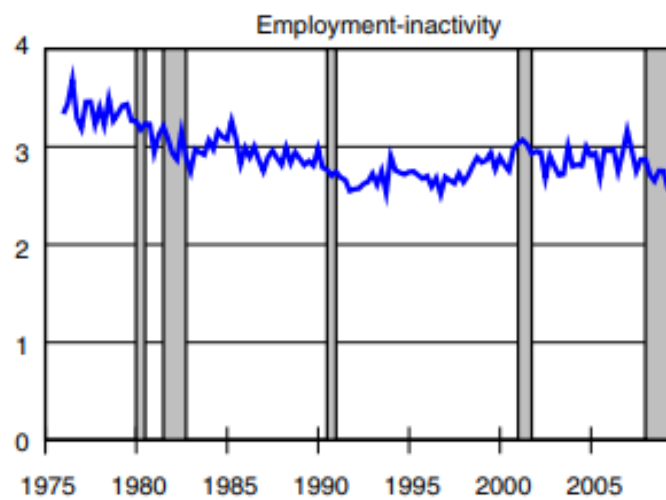
- 解得

$$e^* = \frac{(1 - d)\lambda}{(1 - d)(\alpha + \lambda) + r}$$

$$u^* = \frac{(1 - d)\alpha + r}{(1 - d)(\alpha + \lambda) + r}$$

# 校准 (Calibration)

- 校准 (Calibration)：根据外部数据或文献，选定模型参数，并将结果与现实数据进行比较的过程
- Rogerson and Shimer (2011) 计算出：
  - $\lambda$  (unemployment to employment rate, or UE rate) 大概在25% (每月)
  - $\alpha$  (employment to unemployment rate, or EU rate) 大概在2% (每月)
- 根据世界银行的数据：
  - 美国的平均出生率 ( $r$ ) 约为0.1% (每月)，死亡率 ( $d$ ) 约为0.075% (每月)



Source: Rogerson and Shimer (2011)

## 校准-2

- 可以粗略计算出

$$e^* = \frac{(1 - 0.00075) * 0.25}{(1 - 0.00075)(0.02 + 0.25) + 0.001} \approx 92.2\%$$

$$u^* = 1 - e^* \approx 7.8\%$$

- 美国2011年失业率： 8.9%
- 对均衡失业率影响最大的因素：  $\lambda$

# 讨论

- 模型的问题

- $e^* + u^* = 1$  (人口=劳动力)

- 校准的问题

- 用死亡率代替了从劳动市场退出的比例 $d$
  - 忽略了  $\lambda, \alpha$  可能随经济周期产生的变化



# 劳动市场：总结

- 从这两节课的学习中，我们对劳动市场在微观和宏观层面都有了更深的理解
- 为什么会出现“有活没人干，有人没活干”？
- Labor market tightness: vacancy/unemployment
- Diamond-Mortensen-Pissarides (DMP) 模型刻画了雇佣双方在劳动市场的讨价还价过程，阐释了labor market tightness和工资的关系。