宏观经济学

李伦
北京大学经济学院
2025/2/25

“如果还有明天”

- 很快，岛上的椰子全都被鲁滨逊吃完了，他必须寻找另外的方法生存。

- 鲁滨逊意识到，这是由于自己没有考虑 “可持续发展”，只顾将今天的效用最大化，而没有为明天做准备。

（而且，在荒岛求生，居然还奢望拥有“闲暇时间”，这让他悔恨不已。）

- 这一天，鲁滨逊在荒岛上发现了几棵玉米，数了数一共有K_0粒。如果将玉米播种在地里，明天就可以收获 $y = A_t K_t^{\alpha}$ 颗玉米

【注：这种玉米长得非常快】

- 根据过往的教训，鲁滨逊调整了自己的效用函数：

$$U(C_1, C_2) = u(C_1) + \beta u(C_2), \quad 0 < \beta < 1$$

昨天，今天和明天

- β: discount factor（折现系数、折现因子），在这里反映鲁宾逊的耐心程度
  - $\beta = 0$: 完全没有耐心，完全不考虑明天，今朝有酒今朝醉
  - $\beta = 1$: 把今天和明天的效用等同看待，只要今明两天的效用加总最大即可

- 梳理时间线
  - $t = 0$（昨天）：鲁滨逊发现了K_0颗种子，他小心翼翼地全部种下
  - $t = 1$（今天）：鲁滨逊收获了$A_0 K_0^\alpha$ 颗玉米, 他吃掉了C_1颗，种了K_1颗
  - $t = 2$（明天）：鲁宾逊收获了$A_1 K_1^\alpha$颗玉米，他吃掉了C_2颗，种了K_2颗
  - $t = 3$（后天？）：鲁滨逊死了

  【注：本模型假设鲁滨逊只活两期，而且他知道自己只活两期】

- 问题：写出鲁滨逊两期的预算约束（Budget Constraint）

预算约束

- 第一期:

$$\underbrace{A_0 K_0^{\alpha}}_{\text{Output}(y_1)} = C_1 + \underbrace{K_1}_{\text{Saving}}$$

- 第二期:

$$\underbrace{A_1 K_1^{\alpha}}_{\text{Output}(y_2)} = C_2$$

- 跨期预算约束（Intertemporal BC）：

$$C_2 = A_1(y_1 - C_1)^{\alpha}$$

其中 $y_1 = A_0 K_0^{\alpha}$

鲁滨逊模型：两期的优化问题

- 鲁滨逊的优化问题可以写作

$$\max_{C_1,C_2} \; u(C_1) + \beta u(C_2)$$
$$s.t. \quad C_2 = A_1(y_1 - C_1)^{\alpha}$$

- 写出拉格朗日函数：

$$\mathcal{L}(C_1, C_2, \lambda) = u(C_1) + \beta u(C_2) + \lambda(A_1(y_1 - C_1)^{\alpha} - C_2)$$

- 求一阶导数

$$[C_1]: \quad u'(C_1) - \lambda \alpha A_1(y_1 - C_1)^{\alpha-1} = 0$$
$$[C_2]: \quad \beta u'(C_2) - \lambda = 0$$

- 两个方程联立：

$$u'(C_1) = \beta u'(C_2)\alpha A_1(y_1 - C_1)^{\alpha-1}$$

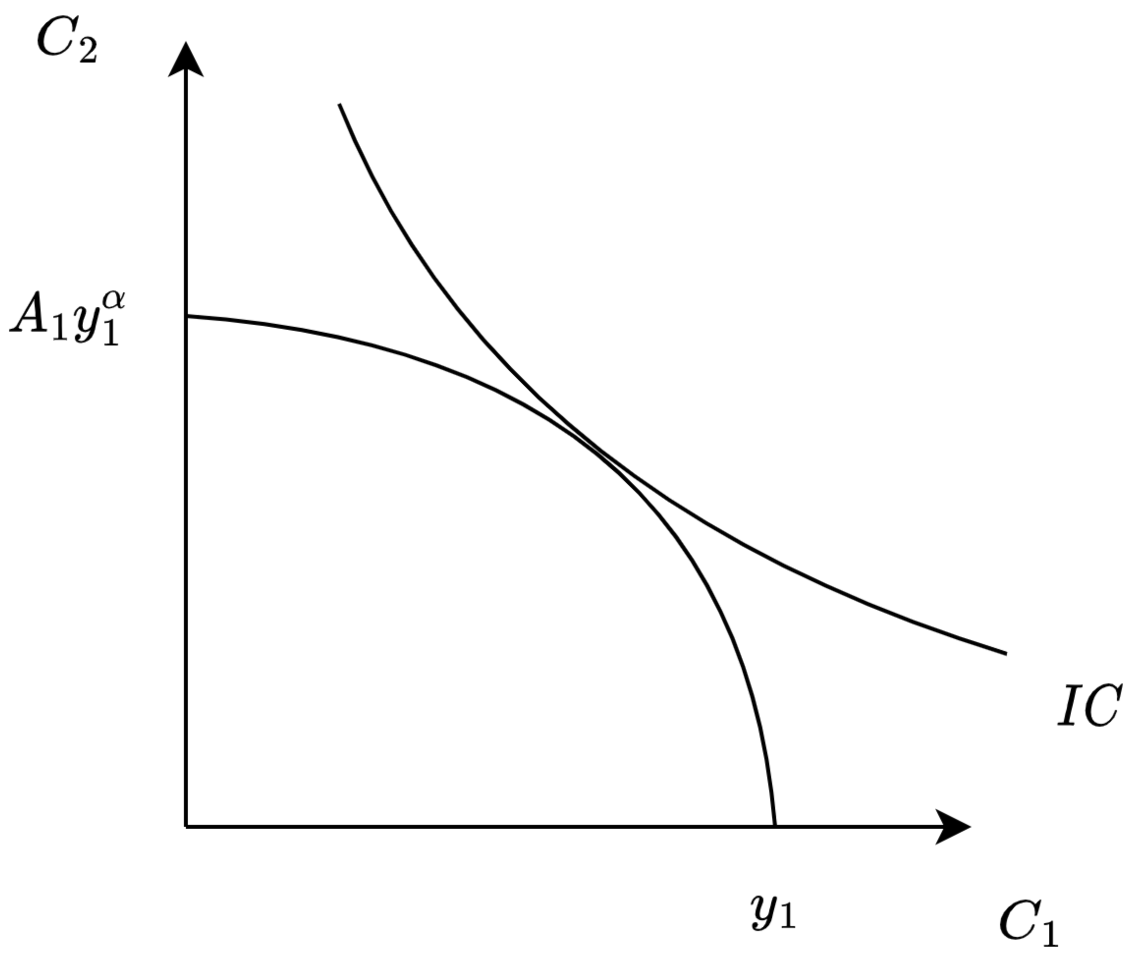
均衡：分析与讨论

$$u'(C_1) = \beta u'(C_2)\alpha A_1(y_1 - C_1)^{\alpha-1}$$

- 假设鲁滨逊在$t = 1$时决定多种一颗玉米
  - 左手边：他在$t = 1$ 放弃的效用（少吃了一颗玉米）
  - 右手边：他在$t = 2$ 收获的效用
    - $\alpha A_1(y_1 - C_1)^{\alpha-1}$:种下这颗玉米在$t = 2$的边际回报
    - $u'(C_2)$:$t = 2$ 时多收获一颗玉米带来的边际效用
    - $\beta u'(C_2)\alpha A_1(y_1 - C_1)^{\alpha-1}$ ：在第一期的鲁滨逊看来，多种一颗玉米给自己带来的边际效用
- 也可以写成

$$\frac{u'(C_1)}{\beta u'(C_2)} = f'(K_1)$$

均衡的图形分析



模型总结

- 椰子模型
  - 一期模型，资本固定，生产使用劳动
  - 关注当期之中，消费和劳动间的替代关系（Intra-temporal substitution)
  - 关键公式：

$$-\frac{u_l}{u_c} = f'(l)$$

- 玉米模型
  - 两期模型，劳动力固定，生产使用资本
  - 关注两期之间消费的替代关系 （Inter-temporal substitution)
  - 关键公式：

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = f'(k_1)$$

中心化和去中心化模型（Centralized vs Decentralized Models）

- 在两期的鲁滨逊模型中，所有的决定都是由一个**社会计划者（social planner）**，也就是鲁滨逊决定的。当他选择种下K_1颗玉米时，他清晰地知道自己的决定会在明天产生怎样的效果，能为他收获多少颗玉米。

- 在实际生活中，我们把钱存在银行的时候，只知道银行给我们的一个存款利率，并不知道我们的钱会被银行贷给谁，会产生怎样的效果。在这里，我们只是经济生活的一个参与者，而非计划者。

中心化和去中心化模型（Centralized vs Decentralized Models）

- **去中心化模型（decentralized models）**当中，经济行为不是由一个单一的计划者决定的，而是存在着很多的经济个体；每个个体视市场价格为给定条件，在给定价格的基础上选择自己的行为，实现最优化的结果。

- 均衡时的价格，由产品市场、资本市场等市场的**出清条件（market clearing conditions）**来决定。

一个简单的两期模型…with N agents

- 考虑一个简单的两期模型

- 经济体由N个**完全相同**的个体组成（同样的效用函数，同样的预算约束，等等）

- 没有生产函数：
  - 个体两期的收入分别是 y_0, y_1

- 可以存款或借贷，利息是r

预算约束

因为这 N 个人完全是相同的，我们就先集中在一个人身上，让他来代表大家。我们可以称这个人为**代理行为人（Representative agent）**。

- 预算约束（第一期）：

$$y_0 = C_0 + b_1$$

- 预算约束（第二期）：

$$y_1 + (1 + r)b_1 = C_1$$

- 和之前不同：

  1. b_1 可以小于0，也就是说可以借钱（而鲁无法向老天借玉米）
  2. 利率是固定的，表示为r（而鲁面临边际回报递减）

预算约束 - 2

$$y_0 = C_0 + b_1$$
$$y_1 + (1+r)b_1 = C_1$$

练习：写出跨期预算约束

$$C_1 = y_1 + (1+r)(y_0 - C_0)$$

重新调整一下:

$$C_0 + \frac{C_1}{1+r} = y_0 + \frac{y_1}{1+r}$$

左边：每个人一生当中消费的**折现值**（present value，or PV)
右边：每个人一生当中收入的折现值

优化问题

- 这个经济体内，每个人的优化问题可以写作：

$$\max_{C_0, C_1} \; u(C_0) + \beta u(C_1)$$

$$s.t. \quad C_0 + \frac{C_1}{1+r} = y_0 + \frac{y_1}{1+r}$$

- 拉格朗日

$$\mathcal{L}(C_0, C_1, \lambda) = u(C_0) + \beta u(C_1) + \lambda \left[y_0 + \frac{y_1}{1+r} - C_0 - \frac{C_1}{1+r} \right]$$

求导

$$\mathcal{L}(C_0, C_1, \lambda) = u(C_0) + \beta u(C_1) + \lambda \left[y_0 + \frac{y_1}{1+r} - C_0 - \frac{C_1}{1+r} \right]$$

- 求一阶导

$$[C_0] \quad u'(C_0) - \lambda = 0$$

$$[C_1] \quad \beta u'(C_1) - \frac{\lambda}{1+r} = 0$$

$$[\lambda] \quad y_0 + \frac{y_1}{1+r} - C_0 - \frac{C_1}{1+r} = 0$$

- 前两行联立：

$$u'(C_0) = \beta u'(C_1)(1+r)$$

和鲁滨逊两期模型的比较

$$u'(C_0) = \beta u'(C_1)(1+r)$$
$$u'(C_0) = \beta u'(C_1)f'(K_1)$$

- 同样是储蓄，只不过储蓄的利率不同；今天的模型视利率为给定，而鲁滨逊模型的利率是由生产函数决定。

- 如果假设$u(c) = \ln(c)$, 那么这里可以解出：

$$\frac{C_1}{C_0} = \beta(1+r)$$

消费与储蓄

$$\frac{C_1}{C_0} = \beta(1+r)$$

- 带入跨期预算约束：

$$C_0 + \frac{C_1}{1+r} = y_0 + \frac{y_1}{1+r}$$

- 解出 C_0, C_1, b_1 的表达式？

消费与储蓄 -2

$$C_0 = \frac{1}{1+\beta}\left[y_0 + \frac{y_1}{1+r}\right]$$

$$C_1 = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}\left[y_0 + \frac{y_1}{1+r}\right]$$

$$b_1 = y_0 - C_0 = \frac{\beta(1+r)y_0 - y_1}{(1+\beta)(1+r)}$$

- 今天的消费C_0 是这个人**一生所有收入**折现值$(y_0 + y_1/(1+r))$ 的函数，也就是说他会算出自己一生挣的钱换算成现值有多少钱，然后拿出其中固定的一个比例今天消费!

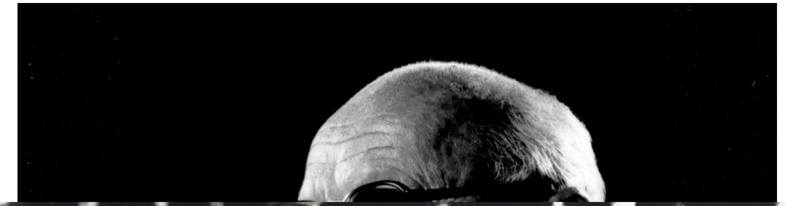
- 也就是说，今天的消费不是**今天的可支配收入**的函数，而是**人一生所有收入**的函数!

背景8.1 – 弗里德曼和永久收入假说（Permanent Income Hypothesis）

- 永久收入假说是由芝加哥大学的经济学家**弗里德曼（Milton Friedman）**在1957年的论文“*A Theory of Consumption Function*”中提出

- 弗里德曼获得了1976年的诺贝尔经济学奖。

  *for his achievements in the field of **consumption analysis**, monetary history and theory and for his demonstration of the complexity of stabilization policy.*



案例8.1-学生贷款（Student Loan）

$$C_0 = \frac{1}{1+\beta}\left[y_0 + \frac{y_1}{1+r}\right]$$

$$b_1 = y_0 - C_0 = \frac{\beta(1+r)y_0 - y_1}{(1+\beta)(1+r)}$$

- 在美国，约有4400万成年人背负着学生贷款，贷款总额超过1.86万亿美元，平均每人四万多美元！
- **试讨论：为什么学生贷款问题在美国如此严重？**
- ThriveCash：一种新型的短期贷款，为已经拿到工作offer的学生提供现在到毕业期间的额外现金借贷业务

局部均衡与一般均衡模型

- 刚才我们看到的，只是整个经济体的一个部分，也就是一个**局部均衡模型（Partial equilibrium model）**

- 对于给定利率r来说，我们解出了消费和储蓄函数

$$C_1 = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}\left[y_0 + \frac{y_1}{1+r}\right]$$

$$b_1 = y_0 - C_0 = \frac{\beta(1+r)y_0 - y_1}{(1+\beta)(1+r)}$$

- 为了解释利率是如何决定的，我们需要加入两个市场出清条件，这样才可以成为一个**一般均衡模型（General equilibrium model）**
- **因为这里我们假设了完全竞争市场（即把价格看作给定），所以这个均衡也可以称为竞争均衡（Competitive Equilibrium）**

产品市场出清

- 总供给=总需求，在两期都要成立：

$$Ny_1 = NC_1$$

$$Ny_0 = NC_0$$

等等，这不是意味着…

- $b_1 = 0$!

- 也就是说，在这个市场上谁也不储蓄!

- 为什么?

资本市场出清

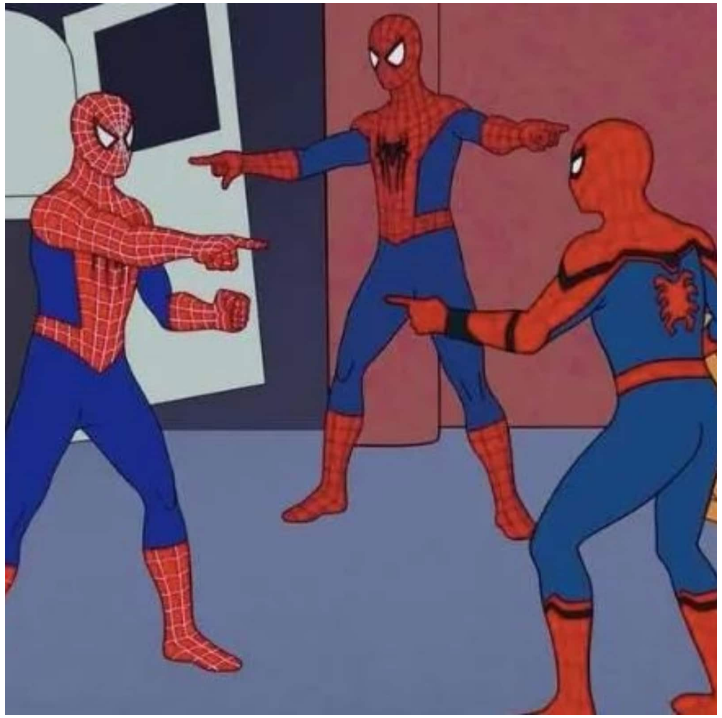
- 资本市场出清意味着：总储蓄=总借贷

- 或者说，

$$\sum_{i=1}^{N} b_1^i = 0$$

- 因为大家都是一样的，所以这意味着

$$Nb_1 = 0$$



瓦尔拉斯定律

我们注意到，在这个经济体内，产品市场出清和资本市场出清其实是**同一个条件**。

Walras Law：

在一般均衡模型中，如果N-1个市场出清，那么第N个市场必然出清。

在这里，“看不见的手”会根据资本市场出清条件来调节利率，使得在均衡中既没有人想要借钱，也没有人想要存钱!

均衡的利率水平

$$b_1 = y_0 - C_0 = \frac{\beta(1+r)y_0 - y_1}{(1+\beta)(1+r)} = 0$$

可以解出:

$$1 + \mathrm{r}^* = \frac{y_1}{\beta y_0}$$

利率由两个时期资源的相对稀缺性决定!

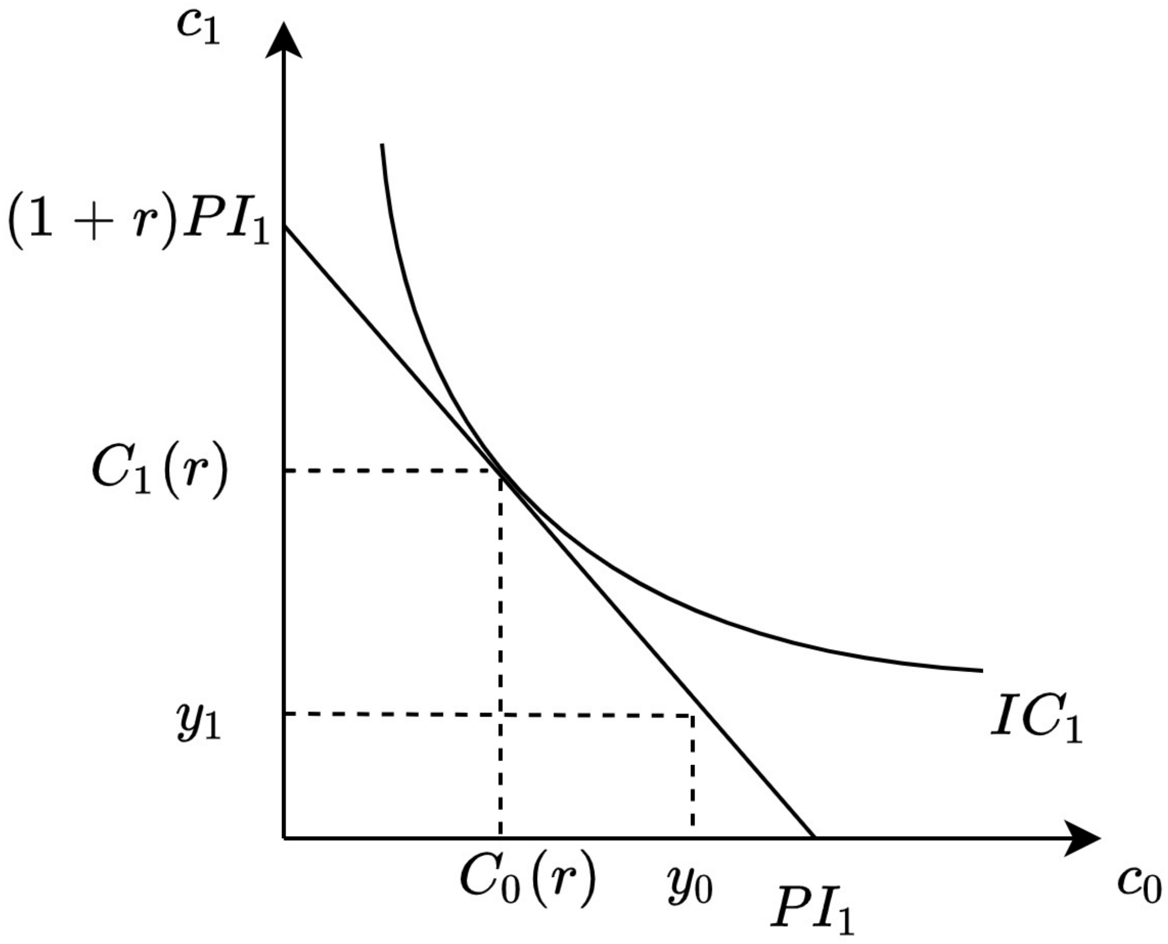
讨论8.1 – 利率的影响机制?

$$1 + r^* = \frac{y_1}{\beta y_0}$$

讨论:

- y_0， y_1上升对均衡利率的影响?
- $y_1 = 0$， $y_0 = 0$ 时对应的均衡利率?
- β 对均衡利率的影响?

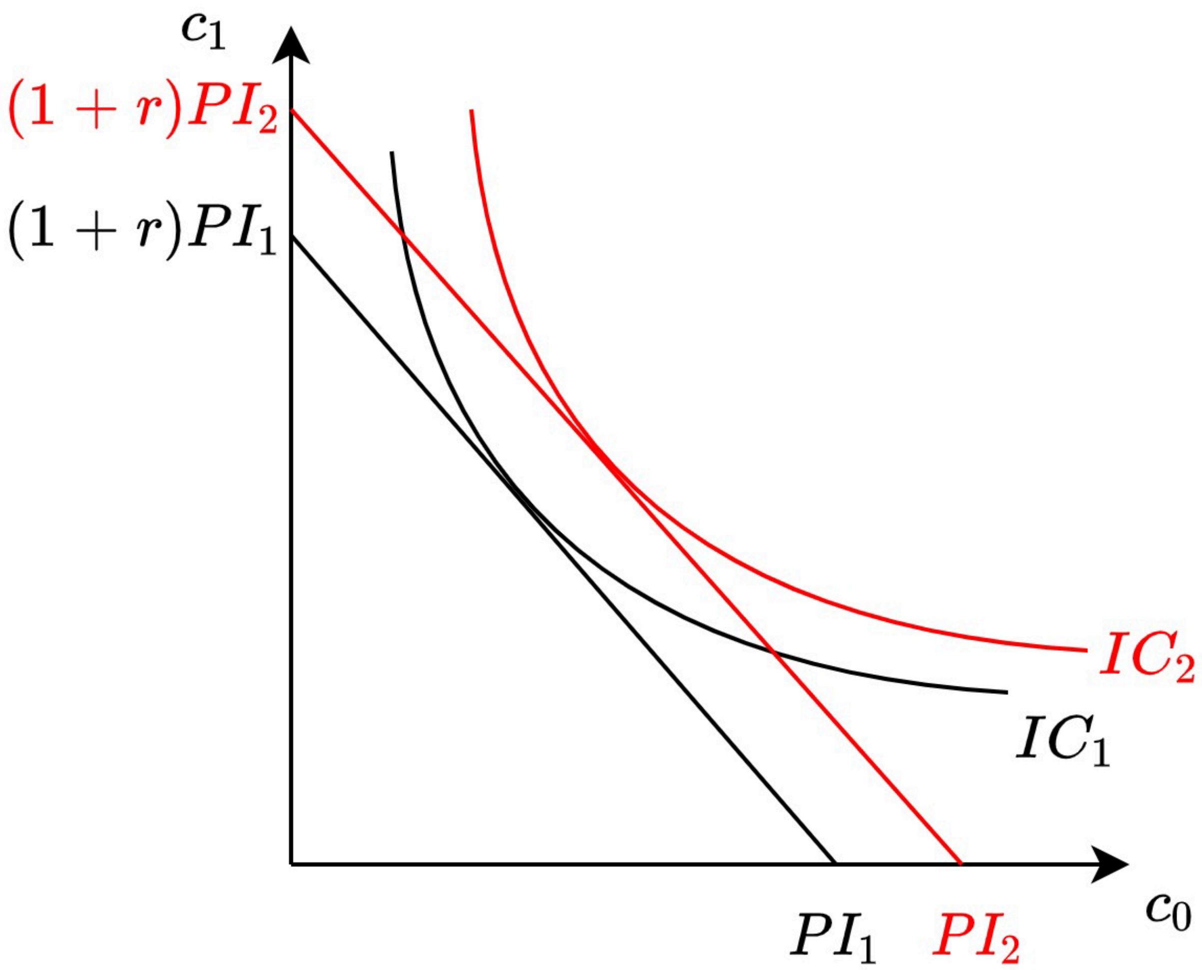
局部均衡的图形分析



$$C_0 + \frac{C_1}{1+r} = y_0 + \frac{y_1}{1+r} = PI$$

- 同样的永久收入（PI）可能对应着不同的y_0和y_1水平
- 在当前利率下，t=0时究竟是借贷还是储蓄，取决于C_0和y_0的相对大小。

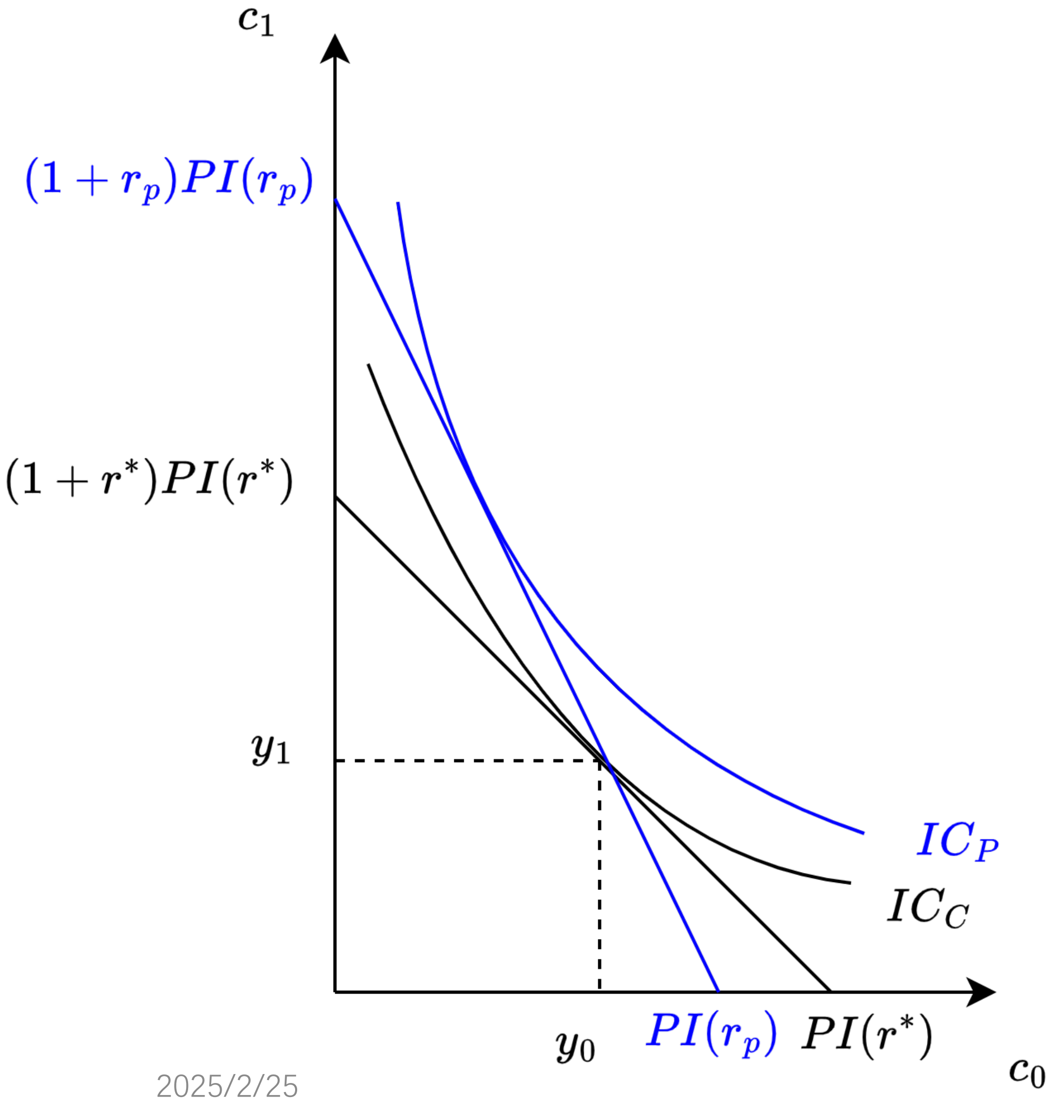
永久收入假说的图形分析



$$C_0 + \frac{C_1}{1+r} = y_0 + \frac{y_1}{1+r} = PI$$

- 给定r不变，当永久收入PI上升时，跨期预算约束向右上平移，斜率不变
- 这种收入效应只和PI的大小有关，和y_0和y_1的相对水平无关

局部均衡与一般均衡



- 局部均衡：对于任何**给定的**利率水平r_p，都会对应着一个相应的当期消费函数$C_0(r_p)$和下期消费函数$C_1(r_p)$

- 一般均衡：存在一个利率水平r^*，可以满足商品市场出清和资本市场出清这两个条件，使得$c_0(r^*)=y_0$，$c_1(r^*)=y_1$，这一点的利率由通过(y_0,y_1)这一点的无差别曲线斜率确定。

- 举例：当$u(c)=\ln(c)$时，该点的斜率为

$$\frac{u'(y_0)}{\beta u'(y_1)}=\frac{y_1}{\beta y_0}=1+\mathrm{r}$$

去中心化的椰子模型

- 我们之前讨论过一个中心化的消费-劳动模型（椰子模型），鲁滨逊作为社会的计划者，决定了整个社会的消费和劳动水平。
- 今天，我们先来看一个去中心化的消费-劳动模型（一期），讨论和之前的模型有什么异同。

去中心化的椰子模型

- 这个模型中，存在一个代表家庭（representative household）和一个代表公司（representative firm）
- 家庭在劳动市场上，通过为公司提供劳动 l 赚取工资 w
- 公司雇佣劳动力生产商品，生产函数为$f(l)$
- 除此之外，公司是由所有家庭共同拥有的，所以公司的利润 π 会分配给代表家庭

家庭的优化问题

- 给定工资水平w, 价格水平p, 和公司利润π，家庭面对的问题是

$$\max_{c,l} \quad u(c,l)$$
$$s.t. \quad pc = wl + \pi$$

- 拉格朗日函数是:

$$\mathcal{L} = u(c,l) + \lambda(wl + \pi - pc)$$

- 一阶导数:

$$[c] \quad u_c(c,l) - \lambda p = 0$$
$$[l] \quad u_l(c,l) + \lambda w = 0$$

- 联立可得

$$-\frac{u_l(c,l)}{u_c(c,l)} = \frac{w}{p}$$

- 这是家庭的**劳动供给函数**!

公司的优化问题

- 公司把价格水平p 和工资水平w 看作给定，那么需要解决的问题是

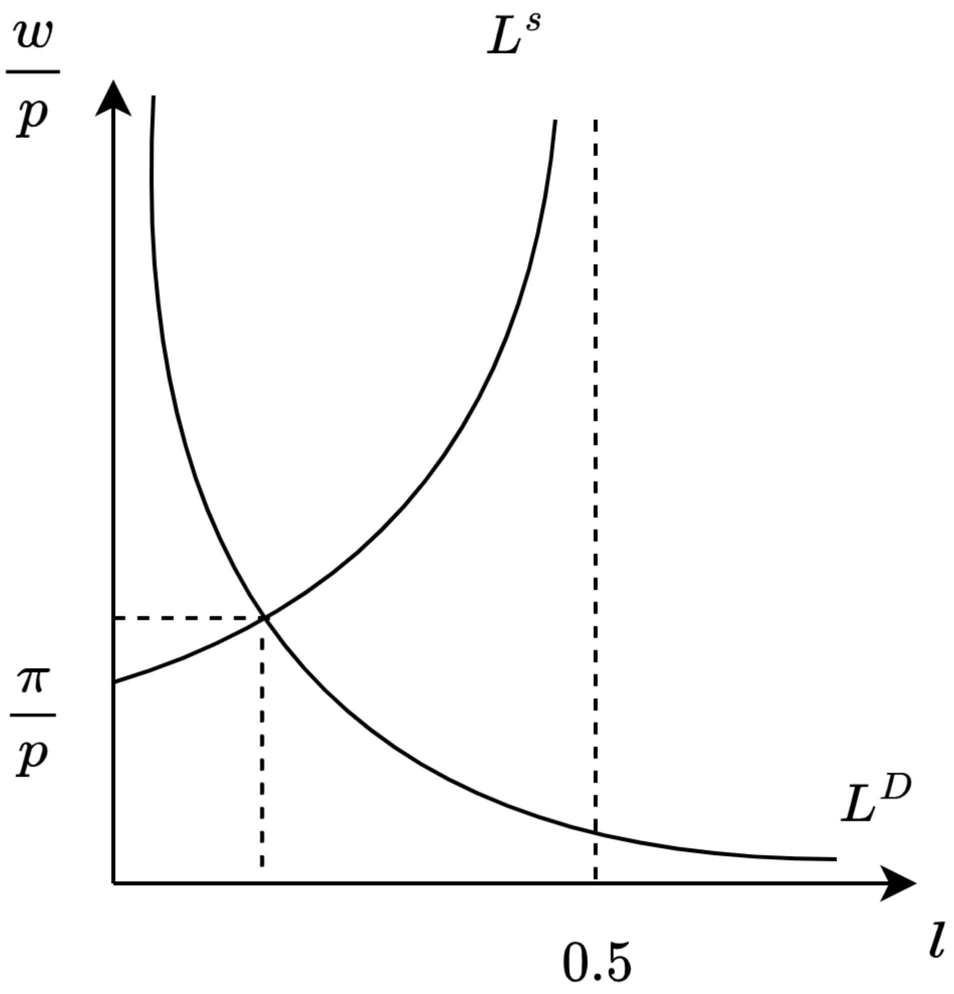
$$\max_{l} \quad pf(l) - wl$$

- 一阶导可得

$$f'(l) = \frac{w}{p}$$

- 这就是**劳动市场的需求函数**!

劳动市场出清



- 劳动市场出清，需要找到劳动供给函数和劳动需求函数的交点

$$-\frac{u_l(c,l)}{u_c(c,l)}=\frac{w}{p}$$

$$f'(l)=\frac{w}{p}$$

- 例子：

$$f(l)=Al^{\alpha}$$

$$u(c,l)=\ln c+\ln(1-l)$$

产品市场出清

- 劳动市场出清告诉我们:

$$\alpha A l^{\alpha-1} = \frac{c}{1-l}$$

- 产品市场出清:

$$c = f(l)$$

- 当$f(l) = Al^{\alpha}$ 时，可解得

$$l = \frac{\alpha}{1+\alpha}$$

- 这和鲁滨逊一期模型中解出的劳动量完全相同!

公司利润

最后，我们也可以解出工资水平为

$$\frac{w}{p} = \alpha A l^{\alpha-1} = \alpha A \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{\alpha-1}$$

公司利润为

$$\pi = pf(l) - wl = p\left(f(l) - \frac{w}{p} l\right)$$

$$\Rightarrow \pi = p(Al^{\alpha} - \alpha A l^{\alpha-1} l) = p(1-\alpha)A\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{\alpha}$$

观察：

- 消费中 αc 来自劳动收入，$(1-\alpha)c$ 来自公司分红
- 物价水平对经济行为没有任何影响（古典二分法）

背景8.2- 福利经济学定理（First Welfare Theorem）

- **中心化模型（centralized models）**和**去中心化模型（decentralized models）**的区别：前者由一个社会计划者安排经济变量的选择，后者由每个行为人根据市场价格来最优化自己的选择。
- **福利经济学第一定理（First Welfare Theorem）：**竞争均衡会带来帕累托最优的结果（即，无法在不损害他人福利的情况下让某人的福利增加）。
- **福利经济学第二定理（Second Welfare Theorem）：**在完全竞争的市场下，任何帕累托最优的结果都能在收入重新分配的情况下，由一个竞争均衡来获得。
- 两条定理分别讨论了市场机制的**效率**和**公平**问题。

背景8.3 - 计划经济与市场经济

- 哈耶克在论文 *The Use of Knowledge in Society* 中指出，一个按照中央计划者规划的经济体永远无法和市场经济的效率相提并论，因为中央计划者无法掌握关于市场的全部信息。

- 你对于哈耶克的观点有何想法？

讨论8.2 - 时间的价值

我们可以把家庭的预算约束写成

$$pc = w(T - n) + \pi$$

或者

$$pc + wn = wT + \pi$$

其中 T 是一天的总时长（假设 $T = 1$），n 代表休息的时间。

可以把优化问题看作成了**消费**和**闲暇**之间的取舍关系，而在这个模型中**闲暇时间的价格**等于**工资**。

引申思考：明星在人气最高（工资最高）的时候应该选择更拼命工作，还是更少工作？