宏观经济学

李伦
北京大学经济学院
2025/4/8

期中考试

- **时间：**
  4月10日（周四），15:10-17:10

- **地点：**
  二教102

- **题型：**
  3-4道正误题（True, False, or Uncertain/TFU, 15-20 分）
  2-3 道计算题 （60-70分）
  1道简答题 （15-20分）

期中复习

- **挑战：**

  繁多的知识内容！（~300页ppt，非常多的模型）

  不同的理论框架！（两期模型，货币模型，增长模型）

  丰富的数学推导！（拉格朗日函数，求导）

- **复习方法**：

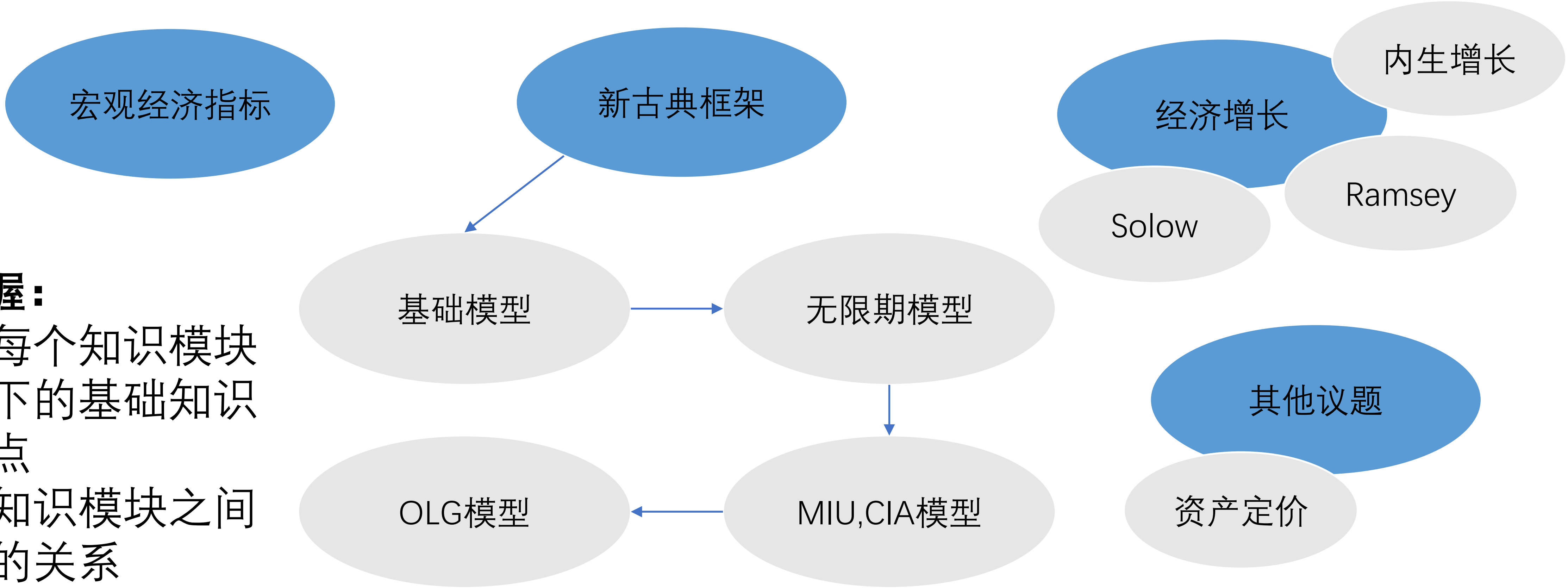
  根据知识模块进行复习

  寻找不同模型之间的共通点，举一反三

  适当记忆

知识模块

- 大体来说，目前涵盖的内容，可以分为如下几个知识模块



掌握：

- 每个知识模块下的基础知识点
- 知识模块之间的关系

一、宏观经济指标

- GDP:
  - 境内生产，最终产品+服务，市场价值
  - 三种计算方法：增值法，支出法，收入法
  - 名义GDP与实际GDP，基准年的定义

- CPI:
  - 三种计算方法，Laspeyres，Paasche，Fisher
  - 通货膨胀率的定义，费雪公式 $r_t = i_t - \pi_t$

宏观指标的局限性？

- 劳动数据：
  - 失业率、劳动参与率的计算

- 菲利普斯曲线：通胀和失业率的反比关系，基于经验观察，70年代“滞涨”对其挑战

宏观经济指标

生产数据：GDP

价格数据：CPI

劳动数据：失业率，劳动参与率

二、新古典框架

- 模型的递进过程：
  - 从特殊到一般
  - 从一期到多期
  - 从均衡到稳态
- 重要的取舍关系
  - 当期消费和劳动
  - 跨期消费（欧拉方程）
- 不论什么框架，要找到优化问题是什么，约束是什么；如果是跨期模型，要找到跨期的储蓄手段是什么

- 解题过程
  - 找出社会计划者优化问题/竞争均衡中家庭、公司的优化问题
  - 针对优化问题写出拉格朗日函数
  - 求解均衡变量/稳态变量
  - 比较静态分析

新古典框架

新古典框架

基础模型

模型之间的关系

- 鲁滨逊一期模型：

$$\max_{l} \quad u(c,l)$$
$$s.t. \quad c = f(l)$$

解出

$$f'(l^*) = -\frac{u_l(f(l^*),l^*)}{u_c(f(l^*),l^*)}$$

$$MPL = MRS$$

- 鲁宾逊两期模型：

$$\max_{C_1,C_2} \quad u(C_1) + \beta u(C_2)$$
$$s.t. \quad C_2 = A_1(y_0 - C_1)^{\alpha}$$

解出

$$\frac{u'(C_1)}{\beta u'(C_2)} = f'(K_1)$$

（和欧拉方程之间的联系？）

模型之间的关系

- 鲁宾逊两期模型（调整下标）：

$$\max_{C_0,C_1} \; u(C_0)+\beta u(C_1)$$
$$s.t. \quad C_1 = A_1(y_0 - C_0)^{\alpha}$$

解出

$$\frac{u'(C_0)}{\beta u'(C_1)} = f'(K_1)$$

注：此时资本折旧率=1

- 两期模型（无生产函数，去中心化）

$$\max_{C_0,C_1} \; u(C_0)+\beta u(C_1)$$

$$s.t. \quad C_0 + \frac{C_1}{1+r} = y_0 + \frac{y_1}{1+r}$$

欧拉方程：

$$u'(C_0) = \beta u'(C_1)(1+r)$$

产品市场出清： $y_1 = C_1, y_0 = C_0$
债券市场出清： $b_1 = 0$
两个市场出清条件决定利率

模型之间的关系

- 鲁滨逊一期模型：

$$\max_{l} \quad u(c,l)$$
$$s.t. \quad c = f(l)$$

解出

$$f'(l^*) = -\frac{u_l(f(l^*),l^*)}{u_c(f(l^*),l^*)}$$

$$MPL = MRS$$

- 一期模型（劳动生产函数，去中心化）

- 家庭：

$$\max_{c,l} \quad u(c,l)$$
$$s.t. \quad c = wl + \pi$$

（名义预算约束是：$pc = wl + \pi$）

劳动供给：$-\frac{u_l(c,l)}{u_c(c,l)} = w$

- 公司：$\max_{l} \quad f(l) - wl$

$$f'(l) = w$$

劳动市场出清：$-\frac{u_l(c,l)}{u_c(c,l)} = f'(l)$

产品市场出清：$c = f(l)$

模型之间的关系

- 两期模型（无生产函数，去中心化）

$$\max_{C_0,C_1} \; u(C_0)+\beta u(C_1)$$

$$s.t.\quad C_0+\frac{C_1}{1+r}=y_0+\frac{y_1}{1+r}$$

欧拉方程：

$$u'(C_0)=\beta u'(C_1)(1+r)$$

产品市场出清：$y_1 = C_1, y_0 = C_0$
债券市场出清：$b_1 = 0$
两个市场出清条件决定利率

- 两期模型（劳动生产函数，去中心化）
- 家庭：

$$\max_{C_0,l_0,C_1,l_1} \; u(C_0,l_0)+\beta u(C_1,l_1)$$

$$s.t.\quad c_0+\frac{c_1}{1+r}=w_0 l_0+\pi_0+\frac{w_1 l_1+\pi_1}{1+r}$$

欧拉方程：$u'(c_0)=\beta u'(c_1)(1+r)$
消费vs劳动：$-\frac{u_l(c_t,l_t)}{u_c(c_t,l_t)}=w_t$

- 公司：

$$\max_{l_t} \; A_t f(l_t)-w_t l_t$$

$$A_t f'(l_t)=w_t$$

劳动市场出清：$A_t f'(l_t)=w_t=-\frac{u_l(c_t,l_t)}{u_c(c_t,l_t)}$

产品市场出清：$A_t f(l_t)=c_t$

债券市场出清：$b_1 = 0$

模型之间的关系

- 两期模型（劳动生产函数，中心化）

$$\max_{C_0,l_0,C_1,l_1} \quad u(C_0,l_0)+\beta u(C_1,l_1)$$

$$s.t.\quad C_0=A_0 f(l_0),\ C_1=A_1 f(l_1)$$

两期分别优化，最优解是

$$A_t f'(l_t)=-\frac{u_l(c_t,l_t)}{u_c(c_t,l_t)}$$

- 两期模型（劳动生产函数，去中心化）
- 家庭：

$$\max_{C_0,l_0,C_1,l_1} \quad u(C_0,l_0)+\beta u(C_1,l_1)$$

$$s.t.\quad c_0+\frac{c_1}{1+r}=w_0 l_0+\pi_0+\frac{w_1 l_1+\pi_1}{1+r}$$

欧拉方程： $u'(c_0)=\beta u'(c_1)(1+r)$

消费vs劳动：

$$-\frac{u_l(c_t,l_t)}{u_c(c_t,l_t)}=w_t$$

- 公司：

$$\max_{l_t} \ A_t f(l_t)-w_t l_t$$

$$A_t f'(l_t)=w_t$$

劳动市场出清： $A_t f'(l_t)=w_t=-\frac{u_l(c_t,l_t)}{u_c(c_t,l_t)}$

产品市场出清：$A_t f(l_t)=c_t$

债券市场出清：$b_1=0$

汇总：带有资本、劳动生产函数的两期模型

- 家庭：

$$\max_{c_0,c_1,l_0,l_1,I_0,K_1} u(c_0,l_0)+\beta u(c_1,l_1)$$

$$s.t.\quad c_0+I_0=w_0L_0+r_0^kK_0+\pi_0$$

$$K_1=K_0(1-\delta)+I_0$$

$$c_1=w_1l_1+r_1^kK_1+K_1(1-\delta)+\pi_1$$

- 公司：

$$\max_{l_t,K_t} A_tf(l_t,K_t)-w_tl_t-r_t^kK_t$$

- 产品市场出清：

$$y_0=A_0f(l_0,K_0)=c_0+I_0$$

$$y_1=A_1f(l_1,K_1)+(1-\delta)K_0=c_1$$

- 劳动市场出清：

$$-\frac{u_l(c_t,l_t)}{u_c(c_t,l_t)}=w_t=A_tf_l(l_t,K_t)$$

- 资本市场出清：

$$\frac{u_c(c_0,l_0)}{\beta u_c(c_1,l_1)}-(1-\delta)=r_1^k=A_1f_k(l_1,K_1)$$

$$r_0^k=A_0f_k(l_0,K_0)$$

汇总：带有资本、劳动生产函数的两期模型

- 社会计划者版本：

$$\max_{c_0,c_1,l_0,l_1,K_1} u(c_0, l_0) + \beta u(c_1, l_1)$$

$$s.t. \quad C_0 + K_1 - K_0(1-\delta) = A_0 f(l_0, K_0)$$

$$C_1 = A_1 f(l_1, K_1) + (1-\delta)K_1$$

- 最优条件

$$-\frac{u_l(c_t, l_t)}{u_c(c_t, l_t)} = A_t f_l(l_t, K_t)$$

$$u'(c_0) = \beta u'(c_1)[1 + A_1 f_k(l_1, K_1) - \delta]$$

$$C_0 + K_1 - K_0(1-\delta) = A_0 f(l_0, K_0)$$

$$C_1 = A_1 f(l_1, K_1) + (1-\delta)K_1$$

- 比较静态分析：一般会提供函数形式，根据解出的具体公式进行分析即可

无限期模型

- 和两期模型类似，作为讨论进阶模型之前的过渡
- 例如：$U=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t)$

$$y_t+(1+r)b_t=c_t+b_{t+1} \quad t=0,1,2,3,\ldots$$

- 拉格朗日函数的写法：

$$\mathcal{L}=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t)-\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t\left(y_t+(1+r)b_t-c_t-b_{t+1}\right)$$

- 欧拉方程：$\dfrac{u'(c_t)}{u'(c_{t+1})}=\beta(1+r)$
- 如果收入不变，$y_t=y$, $u(c)=\ln c$, $b_0=0$，则消费处在稳态$c_t=c$, 且利率满足

$$\beta(1+r)=1$$

货币模型

- 三种，Baumol-Tobin， MIU，CIA
- Baumol-Tobin：简单，但别忘了复习

货币的实际需求量解出是

$$\frac{\bar{M}}{P} = \sqrt{\frac{C\gamma}{2iP}}$$

- 每年的名义消费：$P \times C$
- 取现金的时间间隔：T
- 每次取现金的名义成本：γ
- 每年取现金的实际成本：

$$\frac{\gamma}{P}\frac{1}{T}$$

- 每次取走的现金：$P \times C \times T$
- 平均现金余额：$\bar{M} = \frac{1}{2}PCT$
- 放弃的利息（实际）：$\frac{1}{2}iCT$
- 持有现金的实际成本 = 放弃的利息（实际）+ 取现金的实际成本

$$\frac{1}{2}iCT + \frac{\gamma}{P}\frac{1}{T}$$

MIU模型

- MIU 模型：持有钱很爽，效用函数为$u(c_t, m_t)$

- 社会计划者问题（没有生产）：

$$\max_{c_t, m_t, b_t, k_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t)$$

$$\text{s.t.} \quad c_t + m_t + b_t = y_t + \frac{(1+i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1}}{(1+\pi_{t-1})} + T_t$$

- 如果没有债券：

$$c_t + m_t = y_t + \frac{m_{t-1}}{(1+\pi_{t-1})} + T_t$$

- 有生产函数+债券+现金：

$$c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + m_t + b_t = f(k_t) + \frac{(1+i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1}}{(1+\pi_{t-1})} + T_t$$

MIU模型

- 不同的储蓄手段之间不能套利，因此

$$1 + r_t = \frac{1 + i_t}{1 + \pi_t}$$

或者 $r_t = i_t - \pi_t$（费雪公式）

- 稳态：假设$k_{t+1} = k_t = k^*$，$c_{t+1} = c_t = c^*$，$m_{t+1} = m_t = m^*$

假设$u(c, m) = \ln c + \ln m, f(k) = k^\alpha$，能解出稳态的表达式

$$k^* = \left[\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\beta} - 1 + \delta\right)\right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

$$c^* = (k^*)^\alpha - \delta k^*$$

$$m^* = c^*\left(1 + \frac{\beta}{1 + \pi^* - \beta}\right)$$

- 实际货币需求处在稳态：

$$\frac{M_{t+1}}{P_{t+1}} = \frac{M_t}{P_t}$$

$$\mu = \pi$$

- π越小，m^*越高，代理人越开心，因此应当设定

$$i^* = 0$$

$$\mu = \pi = -r$$

（弗里德曼原则）

CIA模型

- 多一个预算约束（线性生产函数）：

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(\log(c_t)+\log(1-l_t)\right)$$

$$\text{s.t.}P_t c_t = M_{t-1}$$

$$P_t c_t + M_t + B_t = M_{t-1} + (1+i_{t-1})B_{t-1} + \tau_t + w_t l_t + \Pi_t$$

$$y_t = l_t$$

$$M_t - M_{t-1} = \tau_t$$

可以两边都除以P_t，得到实际的预算约束

- 稳态水平：

$$\frac{1+i}{1+\pi_t} = \frac{1}{\beta}$$

$$\pi_t = \mu$$

$$\frac{c^*}{(1-l^*)} = \beta\frac{1}{1+\pi_t}$$

产品市场均衡：$c^* = y^* = l^*$

$$c^* = \frac{\beta}{1+\mu+\beta} = l^*$$

CIA模型

$$c^* = \frac{\beta}{1+\mu+\beta} = l^*$$

和MIU不同，货币增长率对消费水平有影响

最优货币政策依然是i =0，弗里德曼原则

名义利率为0时，虽然名义货币供给减少，但是价格也随之下降，实际货币处于稳态

OLG模型

- 无限期模型，每期有新老两代人共存，世代交替

$$U\left(c_t^y, c_{t+1}^o\right) = u\left(c_t^y\right) + \beta u(c_{t+1}^o)$$

$$U(c_0^o) = u(c_0^o)$$

- 无货币的情况：

$$\max_{c_t^y, c_{t+1}^o, b_t^y} \quad u(c_t^y) + \beta u(c_{t+1}^o)$$

$$s.t. \quad c_t^y + b_t^y = y$$

$$c_{t+1}^o = b_t^y(1+r)$$

因为代际结构所限，

$b_t^y = 0$, $c_t^y = y, c_{t+1}^o = 0,\ c_0^o = 0$

- 存在某种商品货币时：

$$\max_{c_t^y, c_{t+1}^o, b_t^y} \quad u(c_t^y) + \beta u(c_{t+1}^o)$$

$$s.t. \quad c_t^y + m_t^d = y$$

$$c_{t+1}^o = m_t^d \frac{1}{1+\pi_t}$$

初期老年人的消费为：

$$c_0^o = \frac{G}{P_0}$$

t=0期以后出生的年轻人的欧拉方程满足

$$\frac{u'\left(c_t^y\right)}{\beta u'(c_{t+1}^o)} = \frac{1}{1+\pi_t}$$

- 货币市场出清：

$$N_t m_t^d P_t = G$$

- 产品市场出清：

$$N_t c_t^y + N_{t-1} c_t^o = N_t y$$

OLG模型

- 无限期模型，每期有新老两代人共存，世代交替

$$U\left(c_t^y, c_{t+1}^o\right) = u\left(c_t^y\right) + \beta u(c_{t+1}^o)$$
$$U(c_0^o) = u(c_0^o)$$

- 无货币的情况：

$$\max_{c_t^y, c_{t+1}^o, b_t^y} \quad u(c_t^y) + \beta u(c_{t+1}^o)$$
$$s.t. \quad c_t^y + b_t^y = y$$
$$c_{t+1}^o = b_t^y(1+r)$$

因为代际结构所限，

$b_t^y = 0$, $c_t^y = y, c_{t+1}^o = 0$, $c_0^o = 0$

- 存在某种法定货币时（不考虑储藏室，KT条件）：

$$\max_{c_t^y, c_{t+1}^o, m_t^d} \quad u(c_t^y) + \beta u(c_{t+1}^o)$$
$$s.t. \quad c_t^y + m_t^d = y$$
$$c_{t+1}^o = T_{t+1} + \frac{m_t^d P_t}{P_{t+1}}$$

欧拉方程不变：

$$\frac{u'\left(c_t^y\right)}{\beta u'(c_{t+1}^o)} = \frac{1}{1+\pi_t}$$

- 假设人口恒定为1 不变，政府使用新印刷的货币发放养老金：

$$T_{t+1} = \frac{\mu M_t}{P_{t+1}} = \frac{\mu m_t}{1+\pi_t}$$

货币市场出清： $m_t^d = \frac{M_t}{P_t}$;

产品市场出清： $y = c_t^y + c_t^o$

三、增长模型

- Solow、Ramsey模型的共通点：

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$
$$Y_t = C_t + I_t$$
$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$$

- 在平衡增长路径上都满足

$$g_Y = g_K = g_A + g_N$$

- $\beta = 1$，效用函数为ln时，稳态最优储蓄率都是α

- 不同点：
  - Solow：储蓄率固定，没有优化问题

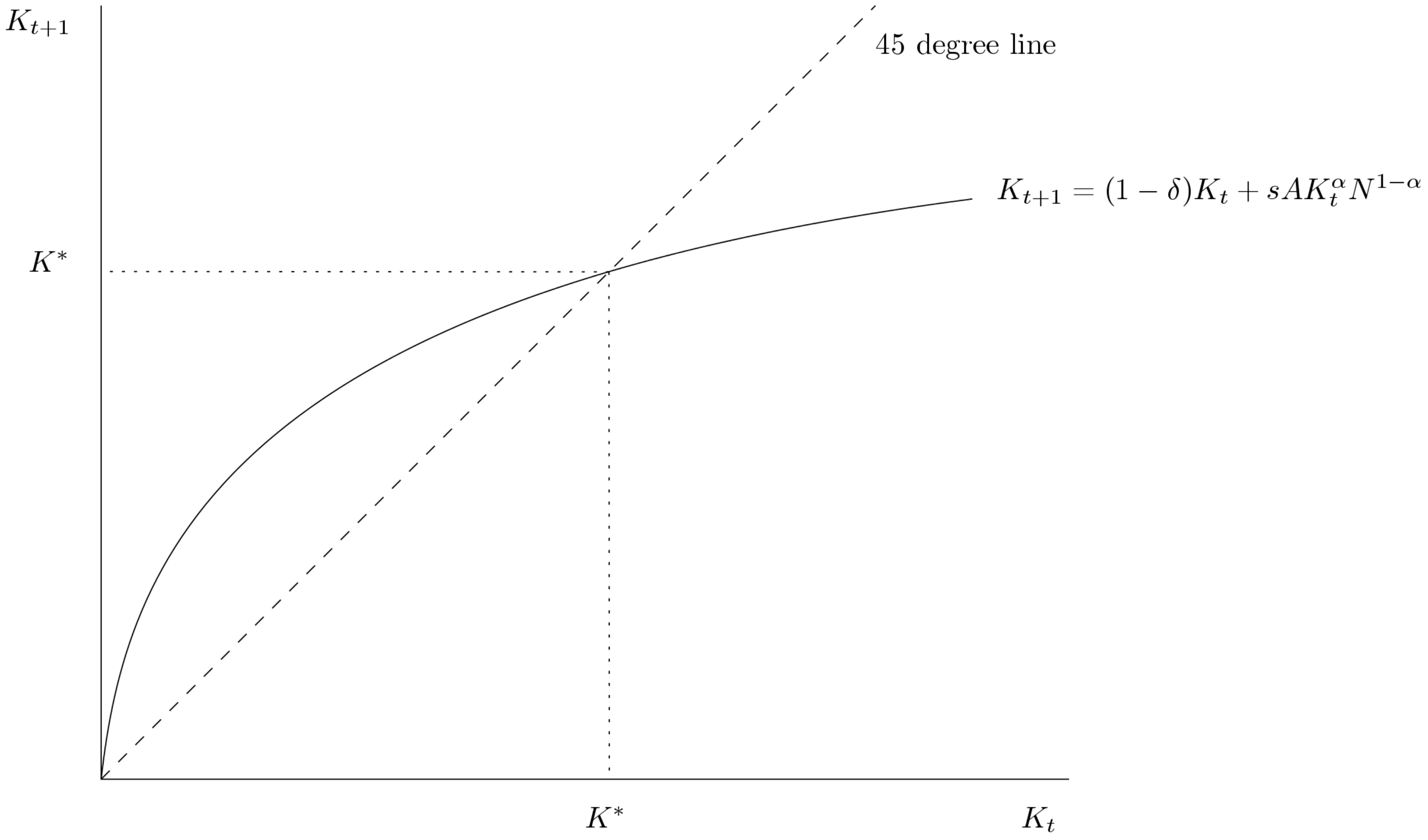
$$I_t = sY_t$$
$$C_t = (1-s)Y_t$$

  - Ramsey：储蓄率随优化问题改变，由欧拉方程决定：

$$u'(C_t) = \beta u'(C_{t+1})(f_k(K_{t+1}) + (1-\delta))$$

另外，phase diagram 是一维（Solow）还是二维（Ramsey）

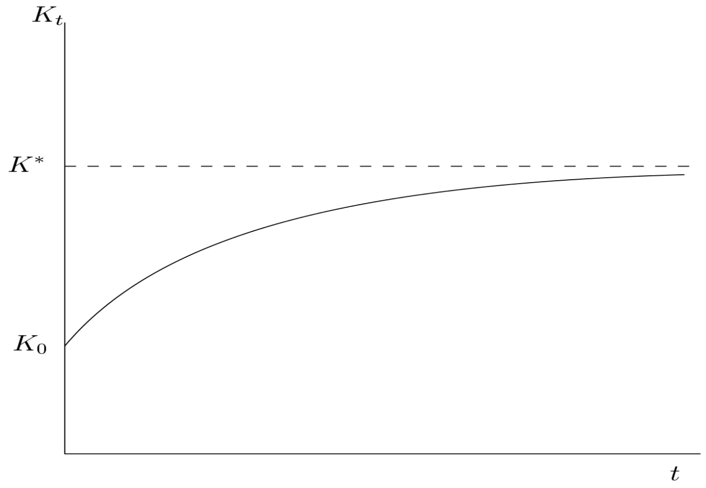
Solow 模型

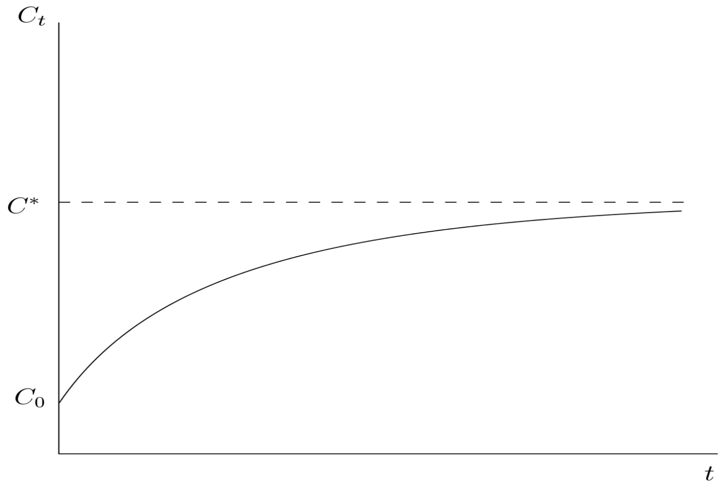


Solow 模型

- 稳态是否具有局部稳定性？

- 假设经济体开始处在 $0 < K_0 < K^*$的位置，资本和消费会如何变化？





Solow 模型：稳态

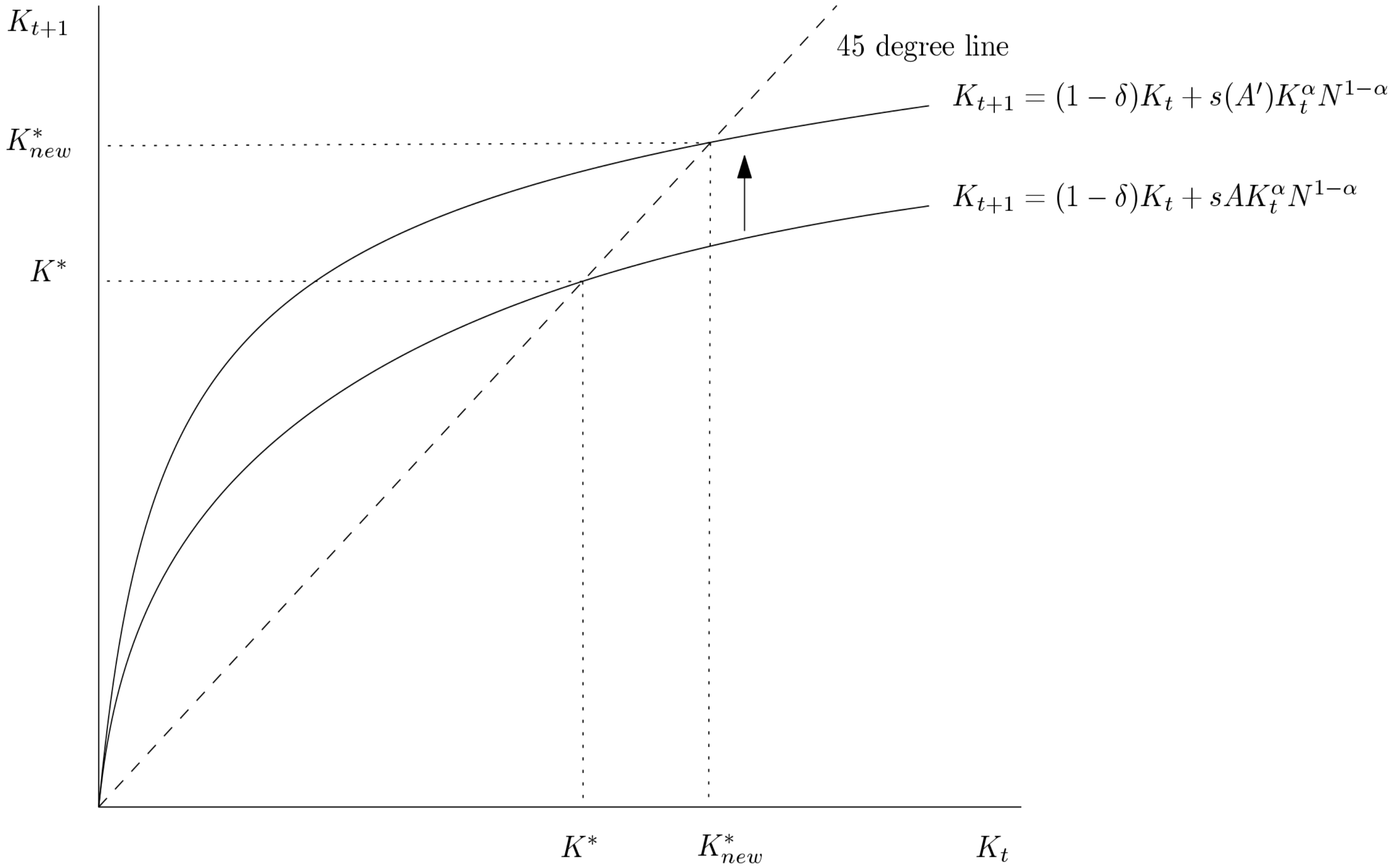
稳态的资本水平（无人口、科技增长）

$$K^* = (1-\delta)K^* + sA(K^*)^{\alpha}N^{1-\alpha}$$

$$K^* = N\left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$C^* = (1-s)A(K^*)^{\alpha}N^{1-\alpha}$$

Solow 模型：比较静态分析



- 储蓄率上升对稳态资本的影响
  - 稳态资本增加，总产出增多
- 储蓄率上升对稳态消费的影响
  - 总产出投入消费的比例减少，对稳态消费的影响不能确定
- 黄金规则储蓄率的计算

Solow 模型：加入人口、科技增长

- 假设科技水平为劳动加强型（labor-augmenting technology）

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t N_t)^{1-\alpha}$$

$$A_t = A_0(1+g_A)^t$$
$$N_t = N_0(1+g_N)^t$$

- 将所有变量同时除以 $A_t N_t$，有效劳动

Solow 模型：加入人口、科技增长

$$
\begin{aligned}
y_t &= k_t^\alpha \\
y_t &= c_t + i_t \\
k_{t+1} &= \frac{(1-\delta)k_t + sk_t^\alpha}{(1+g_A)(1+g_N)}
\end{aligned}
$$

- 假设 $g_A g_N \approx 0$，可以解出

$$
k^* = \left(\frac{s}{\delta + g_N + g_A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}
$$

Ramsey模型：社会计划者角度

$$\max_{\{C_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t)$$

$$\text{s.t.} \quad C_t + (K_{t+1} - (1-\delta)K_t) = f(K_t)$$

- 无限期模型，每期有一个预算约束

$$\mathcal{L} = \max_{C_t, K_{t+1}, \lambda_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t \left(f(K_t) - C_t - K_{t+1} + (1-\delta)K_t\right)$$

$$u'(C_t) = \beta u'(C_{t+1})(f_k(K_{t+1}) + (1-\delta))$$

Ramsey模型：重要公式

- 欧拉方程

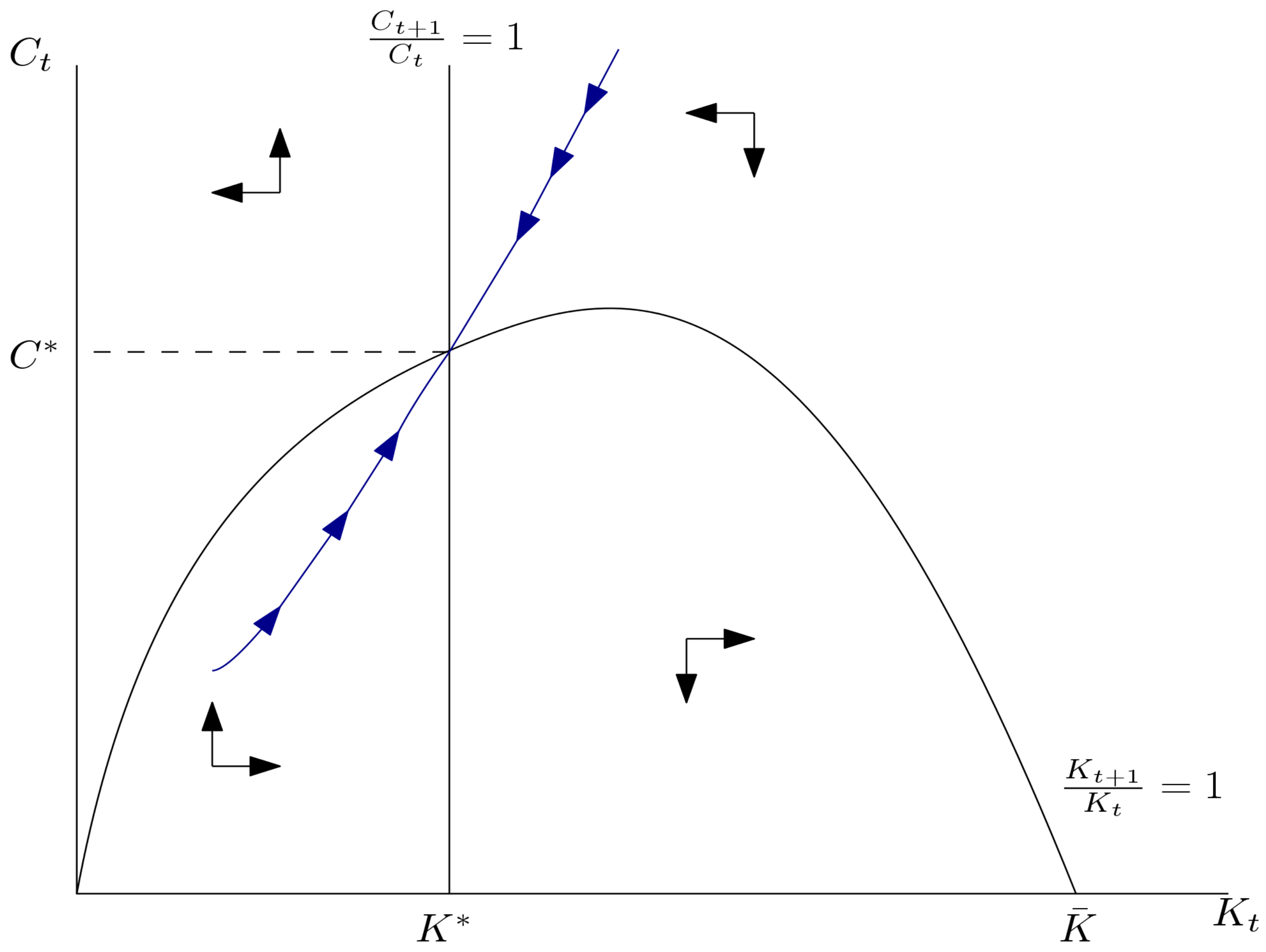
$$u'(C_t) = \beta u'(C_{t+1})(f_k(K_{t+1}) + (1-\delta))$$

- 资源约束

$$C_t + (K_{t+1} - (1-\delta)K_t) = AK_t^{\alpha}$$

这两个公式对应了相图上$C_{t+1} = C_t$和$K_{t+1} = K_t$的两条线

Ramsey模型：相图



Ramsey模型：稳态

$$u'(C^*) = \beta u'(C^*)\left(\alpha A(K^*)^{\alpha-1} + 1 - \delta\right)$$
$$C^* + (K^* - (1-\delta)K^*) = A(K^*)^{\alpha}$$

- 稳态的资本、消费水平（无人口、科技增长）

$$K^* = \left(\frac{\alpha A\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$
$$C^* = A(K^*)^{\alpha} - \delta K^*$$

增长核算

- 假设总生产函数为:

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t N_t)^{1-\alpha}$$

- 对两边取自然对数:

$$\ln Y_t = \alpha \ln K_t + (1-\alpha)(\ln N_t + \ln A_t)$$

- 分析两期之间的差别

$$\ln Y_{t+1} - \ln Y_t = \alpha(\ln K_{t+1} - \ln K_t) + (1-\alpha)(\ln A_{t+1} - \ln A_t + \ln N_{t+1} - \ln N_t)$$

- 可以写作:

$$g_Y = \alpha g_K + (1-\alpha) g_N + (1-\alpha) g_A$$

不论是否处在平衡增长路径（balanced growth path），上述关系都会成立

Solow、Ramsey增长模型

- 可能的考察方式：计算题、TFU

- 建议的复习方法：阅读教学网上Solow和Ramsey模型的笔记，并把作业再认真复习一遍；对于一些核心知识点的定义（如局部稳定性、平衡增长路径vs鞍点路径）掌握清楚

内生增长模型

- 可能的考察方式：简答、TFU

- 建议的复习方法：阅读Lecture 12，理解其内在逻辑和经济学直觉，能够简单阐述模型的创新点即可，无需掌握具体的推导方式

四、风险与不确定性

- 统计学知识不会重点考察，但是可能会考察课上讲过的例子（下雨、晴天的变化关系、期望效用等）

- 知道如何计算家庭是否风险厌恶

- 带有风险的两期模型：

$$\begin{aligned} U(c_0, c_g, c_b) &= u(c_0) + \beta \mathbb{E}[u(c_1)] \\ &= u(c_0) + \beta[\pi_g u(c_g) + \pi_b u(c_b)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_0 + b_0 &= y_0 \\ c_g &= y_g + (1+r)b_0 \\ c_b &= y_b + (1+r)b_0 \end{aligned}$$

- 欧拉方程：

$$u'(c_0) = \beta(1+r)[\pi_g u'(c_g) + \pi_b u'(c_b)]$$

风险资产定价

- State contingent claims（或有索取权, 简称scc）的定义
- 知道如何通过 scc 给任何风险资产定价
- 比较几种风险资产的价格

Asset	p_0	payout in g	payout in b	Quantity
Bond	1	$1+r$	$1+r$	b_1
Claim(good)	q_g	1	0	x_g
Claim(bad)	q_b	0	1	x_b

风险资产定价

$$\mathcal{L} = u(c_0) + \beta[\pi_g u(c_g) + \pi_b u(c_b)] + \\ \lambda_g[y_g - c_g + x_g + (1+r)(y_0 - c_0 - q_g x_g - q_b x_b)] + \\ \lambda_b[y_b - c_b + x_b + (1+r)(y_0 - c_0 - q_g x_g - q_b x_b)]$$

一阶条件：

$[c_0]$: $u'(c_0) = (\lambda_g + \lambda_b)(1+r)$

$[c_g]$: $\beta\pi_g u'(c_g) = \lambda_g$

$[c_b]$: $\beta\pi_b u'(c_b) = \lambda_b$

$[x_g]$: $\lambda_g[1-(1+r)q_g] = \lambda_b(1+r)q_g$

$[x_b]$: $\lambda_b[1-(1+r)q_b] = \lambda_g(1+r)q_b$

风险资产定价

- 欧拉方程：

$$u'(c_0) = (1+r)\beta[\pi_g u'(c_g) + \pi_b u'(c_b)]$$

- 资产价格：

$$q_g = \frac{\beta\pi_g u'(c_g)}{u'(c_0)}$$

、

$$q_b = \frac{\beta\pi_b u'(c_b)}{u'(c_0)}$$

风险资产定价

- 稳定债券的价格

$$
\begin{aligned}
q &= (1+r)q_b + (1+r)q_g \\
&= (1+r)\left[\frac{\beta\pi_g u'(y_g) + \beta\pi_b u'(y_b)}{u'(y_0)}\right] \\
&= (1+r)\left[\frac{1}{1+r}\right] \\
&= 1
\end{aligned}
$$

- 可以复习Lec 14，27-30页的例子

风险资产定价

- 假设效用函数是 $u_c = \log(c)$。两种state-contingent claims 的价格分别是

$$q_g = \beta\pi_g \frac{y_0}{\overline{y} + a}$$

$$q_b = \beta\pi_b \frac{y_0}{\overline{y} - a}$$

- 当 a 上升时, q_b 会变得更高，q_g 会变得更低，规避风险的需求催生了价格的变化

风险资产定价

- 无风险的债券利率为：

$$
\begin{aligned}
1+r &= \frac{1}{q_b+q_g} \\
&= \frac{1}{0.5\beta y_0\left(\frac{1}{\overline{y}+a}\frac{1}{\overline{y}-a}\right)} \\
&= \frac{\overline{y}^2-a^2}{\beta y_0\overline{y}}
\end{aligned}
$$

收益的周期性

- 如果资产的收益和经济形势的走势同向，这样的资产价格往往会更低；因为这样的资产无法帮助投资者“对冲风险”

- 风险和收益的关系：并不是风险越大的资产收益越高，也取决于资产收益的周期性

- 稳定债券的利率也可能会受风险的大小影响！

最后：备考建议

- 复习：

寻找模型共性，将模型相互比较来复习，和小伙伴多多讨论

- 时间控制：

可以先把正误题和简答题简单扫一眼，优先做计算题，之后有时间把正误题和简答题的论述过程做到完善，这样边际收益最高

- 最后：

祝大家考试顺利！！