

## 23春概率统计(B)期末统考

2023 年 6 月 15 日

1. 一场考试有 50 道四选一的单选题，假设某个同学一个题也不会，全都靠蒙，即每个题选对的概率均为  $\frac{1}{4}$ ，求他选对题目数的期望和方差.

2. 对于分布  $P(X_i = x_i) = p_i, i = 1, 2, \dots, m$ ，取简单随机样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，设样本中等于  $x_i$  的数目为  $\nu_i$ ，求如下统计量

$$Z = \sum_{i=1}^m \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i}$$

的期望.

3. 某个人将数字四舍五入相加，设每个数的误差相互独立且均满足分布  $U(-0.5, 0.5)$ ，如果要使相加  $n$  个数的误差小于 10 的概率等于 95%， $n$  应该等于多少.

4. 总体满足分布  $U(\theta, 2\theta)$ ，抽取样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，求参数  $\theta$  的最大似然估计与矩估计.

5. 给了 20 个样本的均值与样本方差 (具体数据忘了)，总体服从参数未知的正态分布，求

(a)均值的 95% 置信区间；

(b)在检验水平  $\alpha = 0.05$  下检验假设  $\mu < \mu_0$ .

6.  $X$  与  $Y$  满足正态分布，且方差已知. 给了两个总体均值的 95% 置信区间，求  $\mu_1 - \mu_2$  与  $\mu_1 + \mu_2$  的 95% 置信区间.

7. 对某地区男女分别抽取数量不同的样本测定某指标, 给了两组样本的均值与标准差 (具体数据忘了), 是否可认为该指标有显著的性别差异. (类似课本 250 页例 4.7, 不过第一步检验出来的方差是相等的)

8. 一元线性回归问题, 给了一组数据

(a)求  $X$  与  $Y$  的样本相关系数; (b) 求回归直线; (c)分析回归直线显著性; (d)对给定的  $x_0$  做出预测并求预测的 95% 置信区间.

9. 已知总体分布

$$p(x) = \frac{\alpha \mu^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x \geq \mu$$

且  $\alpha > 0$ ,  $\mu > 0$ , 样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 给出参数  $\alpha$  和  $\mu$  的最大似然估计.