第六讲

金融学的基本工具

由于金融市场与宏观经济息息相关。在本讲的学习中，我们进一步讨论三点：1）风险管理与风险配置，2）证券与资产组合，以及 3）有效市场假说与资产泡沫。希望本讲内容成为大家学习金融的引子，打开理解虚拟经济的大门。

第一节　风险管理与风险配置

一、金融资产

金融资产（financial asset）是一种金融索取权，主要由以货币度量的资产和有价证券组成。主要包括表 6.1 中列出的具体形式。

表 6.1：金融资产的主要形式

金融资产	定义	特点
货币	政府和商业银行通过银行系统对公众发生的债务	最普遍的金融索取凭证
储蓄账户	自然人凭个人有效身份证件以自然人名称在银行储蓄机构开立的办理资金存取业务的人民币储蓄存款账户	包括活期账户与定期账户，有本金和利息的索取权
养老金	职工因在一个企业工作到一定年限不愿继续任职或因年老体衰、工残事故导致永久丧失劳动能力时企业为保证其老有所养而付给的年金或一次付清所得金	对企业或养老金计划所持资产的所有权
政府债券	政府为筹集资金而向出资者出具并承诺在一定时期支付利息和偿还本金的债务凭证	包括国库券、国债、地方债等，前两者被认为是最安全的金融资产
企业债券	是企业依照法定程序发行并约定在一定期限内还本付息的债券	对本金和利息的索取权
股票	股份有限公司发行的、用以证明投资者的股东身份和权益并据以获取股息红利的凭证	对上市企业的一种所有权凭证
金融衍生品	基于基础金融工具的金融合约	其价值依附于基础金融资产的价值

在上表中，可能读者相对陌生的是金融衍生品。举一个例子：股票期权是一种金融衍生品，它规定在股价高达某个价位或以上时就按某个事先确定的（更低的）价格买下股票。这就给持有期权的上市企业高管一种激励，激励他们将股价推高到某一高度从而获利。这种激励可能是好的（比如激励他们将公司的业绩做好），也可能是坏的（比如导致他们虚假包装公司，让股票虚高，然后借机套现离开）。2009年中国“创业板”开启以来，已经发生了大量的上市股票价格“一开始飙升→高管套现→高管离开→企业业绩下滑→股价下挫”的案例。

从表 6.1 还能注意到，我们并没有将房产或房地产列出来。这是为什么呢？买新房属于实物投资，而实物投资本身不算金融资产。不过，房产确实具有金融资产的一些特征，因为房子可以带来资本利得（capital gain），t年资本利得=金融资产在t年的市场价值−该资产在$t-1$年的市场价值。正因为如此，市场中派生出了房地产概念股票，而这些股票就是金融资产。

二、金融资产的收益

与收益相关的概念有两个：收益率和期望收益。所谓**收益率**，就是收益与本金的比率——这一点很好理解。对于债券来说，收益率就是利息；对于股票来说，要考虑股息红利，也要考虑股票市值的变化。

那什么是期望收益呢？在现实中，收益是不确定的（难以预测的），也就是说，未来收益有很多种可能——可能会很高，可能会很低，也可能平平无奇。金融资产投资者关心的期望收益，实际上就是想衡量一个金融资产在平均意义上可能带来的未来收益。

我们通常使用下面的公式来计算期望收益：

$$\mu = E(X) = P_1X_1 + P_2X_2 + \cdots + P_nX_n = \sum_{i=1}^{n} P_iX_i \tag{6.1}$$

在上式中，我们假设未来收益有n种可能，$0 \le P_i \le 1$是第i种可能发生的概率，而X_i是第n种可能的未来收益。

当然，若未来收益x有无数种可能，且我们知道概率密度函数$f(x)$，那么一般就使用下面的公式：

$$\mu = E(X) = \int_{\min}^{\max} f(x)x dx \tag{6.2}$$

当每一种可能性发生的概率相等时，即$P_1 = P_2 = \cdots = P_n = \frac{1}{n}$或$f(x) = \frac{1}{\max-\min}$时，$\mu = A(X) = \bar{X}$就是各种可能收益的算数平均数。当然，有的学者认为，即使在各种收益可能性相等的情况下，可能的收益数值也可能相差很大，而用算数平均数

可能掩盖了这种极端情况（比如 0 和 1000 的均值为 500），因此主张用几何平均数 $G(X)=(\prod_{i=1}^{n}X_i)^{\frac{1}{n}}$，其中$\prod_{i=1}^{n}X_i=X_1\cdot X_2\cdot\ldots\cdot X_n$是连乘运算；几何平均数给极低的收益赋予了较高的权重，一旦有任何一种情况收益为 0，几何平均也是 0。

当然，比较常见的情况还是使用算数平均数，但是在此基础上进一步计算一个风险指标用于支持金融投资决策。

例 6.1

假设有一个金融资产，在 10 种可能发生的情景下有 9 种收益率都是 1%，但有一种情景的收益率可以高达 1024%。如果假设这 10 种情景发生的概率一样，则该资产的期望收益率是多少？

我们可以用算数平均数计算出$\frac{1+\cdots+1+1024}{10}=103.3\%$，也可以用几何平均数计算出 $\sqrt[10]{1\times\ldots\times1\times1024}=2\%$。由此可见，几何平均数给异常高的收益赋予了较低的权重，强调这只是一种较低概率的事件，不应该影响金融投资决策。如果有某一种情景的收益率是负数该怎么办呢？这个时候，几何平均数就不太适用了。

三、金融资产的风险

关于金融资产的风险指标，我们通常使用的是收益的可变性，即对均值的离散程度（degree of dispersion）。在统计学中，我们用方差（variance）来度量，而离散和连续型情况的公式分别为：

$$\sigma^2=Var(X)=\sum_{i=1}^{n}P_i(X_i-\mu)^2 \tag{6.3}$$

$$\sigma^2=Var(X)=\int_{\min}^{\max}f(x)(x-\mu)^2dx \tag{6.4}$$

我们进而可以定义标准差（standard deviation）：

$$\sigma=\sqrt{Var(X)} \tag{6.5}$$

在例 6.1 中，我们可以计算出$\sigma^2=\frac{1}{10}[(-102.3)^2+\cdots+(-102.3)^2+(920.7)^2]=94187.61$，因而$\sigma=306.9$，我们发现$\sigma\gg\mu$（风险远远大于期望收益），这说明这个金融资产的风险比较大。

一般而言，风险越高的金融资产具有更高的期望收益率。在下图中，我们看到：发达国家的政府债券（government bonds）一般是风险最低（最安全）的金融资产，

与此同时期望收益率也最低；股票（shares）一般是风险和收益较高的；在两者之间风险从低到高依次是银行存款（bank deposits）、公司债券（corporate bonds）、共同基金（mutual funds）。在共同基金中，混合型基金比股票型基金的风险要低，收益也更低，这是因为混合型基金持有了一部分风险和收益更低的债券。在债券中，短期债券比长期债券风险和收益都要低。在股票中，大型公司往往比小型公司的风险和收益也要低。

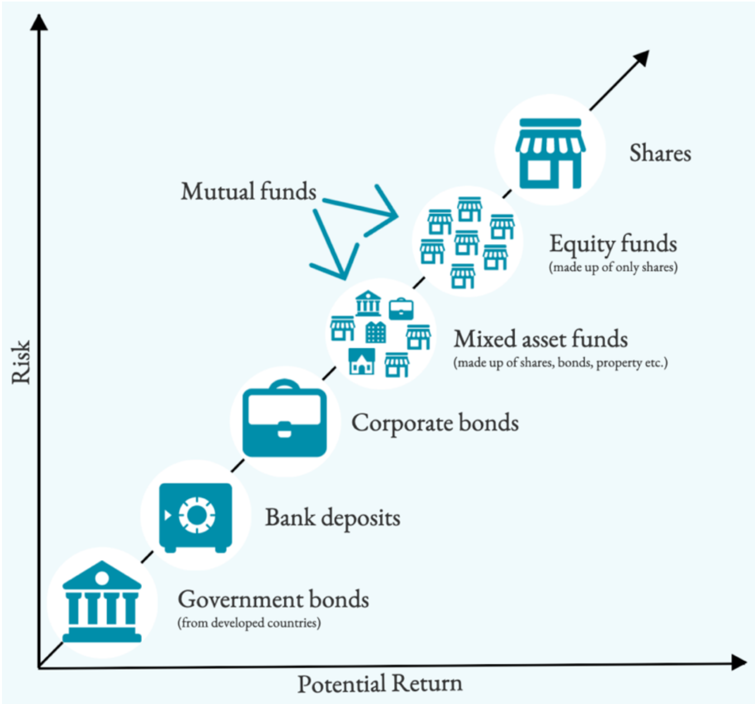

图 6.1：不同金融资产的期望收益与风险

注：本图来自 BpH Wealth Management LLP 的网站。

四、风险厌恶

不同风险的金融资产需要达到怎样的收益率才能吸引到金融投资者来持有呢？为此，我们要理解人们的风险规避或**风险厌恶**（risk aversion）特点，即人们倾向于牺牲一定的收益而换取更小风险的特点。

我们用一个简单的例子来说明这个特点。假设小王是一个风险厌恶的投资者，并拥有初始财富$40，他的效用（一种对个人福祉或开心程度的衡量）在持有该确定数额财富的情况下恰好等于 120。此时，有一个收益不确定的金融资产，有 50%的概率会让持有者输掉$30，另外 50%的概率让持有者赚$30；不难发现，该金融资产的持有者的期望财富也是$40。如果小王对风险完全不在乎（即风险中性），那么他应该对持有该资产的态度是无差异的。然而，对于大多数人来说，是不愿意持有该金融资产的。与此相对应地，我们不妨假设小王财富是$10 时效用是 70，财富是$26 时效用是 105，财富是$70 时效用是 140。此时我们可以计算出小王持有该金融资产

的期望效用为$\frac{1}{2}\times 70+\frac{1}{2}\times 140=105<120$。由于持有该金融资产的期望效用小于不持有该金融资产的效用，我们得出了小王不愿意持有该金融资产的结论。

那么，需要给小王多少补偿才能让小王愿意持有该金融资产呢？我们发现，当小王的财富是$26 时，效用恰好等于持有该金融资产的期望效用。也就是说，持有该金融资产相当于小王失去了$14 的确定财富，因此需要给小王弥补大约$14 才能让他接受这个金融资产。当然，更严谨的计算可能会得出一个不等于$14 的数字，但目前上面的描述中我们没有帮助我们更精确计算的条件。

图 6.2 绘制了小王的财富与效用水平的关系。我们可以看到，这个效用曲线是凹的（concave）。

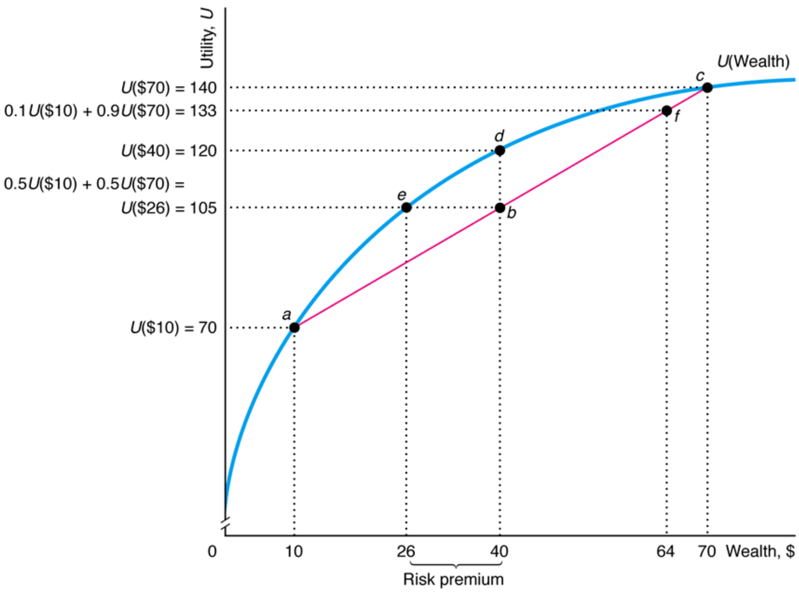

图 6.2：一个风险厌恶的效用曲线

注：本图来自 Jeffrey Perloff 著的《Microeconomics: Theory and Applications with Calculus》（2017 年，第四版）。

若用数学来表示风险厌恶，我们记财富为W，效用是W的函数$u(W)$，这样我们可以写出该函数的两点数学性质：

- 第一，$u(W)$是W的增函数，即$u'(W)>0$。
- 第二，$u'(W)$是W的减函数，这反映财富的边际效用递减，$u''(W)<0$。

这个单变量的效用函数是现实的简化，我们将其它影响效用函数的变量固定为常数，只考虑单纯由财富带来的效用。

凹函数严格的数学定义为：对于$\forall x_1\neq x_2$和$\forall a\in[0,1]$，我们都有

$$u\big((1-a)x_1+ax_2\big)\geq(1-a)u(x_1)+au(x_2)$$

显然，上面我们选取了$a=\frac{1}{2}$、$x_1=10$、$x_2=70$作为例子。图 6.2 中有一个单词叫“risk premium”（风险溢价），是金融投资者为了承担风险而要求的额外回报。在上面的例子中，我们计算出的风险溢价为$14。如果现实中小王的财富本来就是不确定的，可能会变成$70，也可能变成$10，那么小王将愿意支付给保险公司最多$14 来让他自己能够确定地获得$40 的固定财富。

当然，在某些情况下，个体可能展现出**风险中性**（risk neutral）或**风险爱好**（risk preferring）的特点。图 6.3 展现了这两种情况的效用函数形状，分别是线性和下凸的（convex）。在此我们就不具体展开讨论这些情况的数学性质了，感兴趣的同学可以在今后更高级的经济学课程或保险相关的课程中学习。

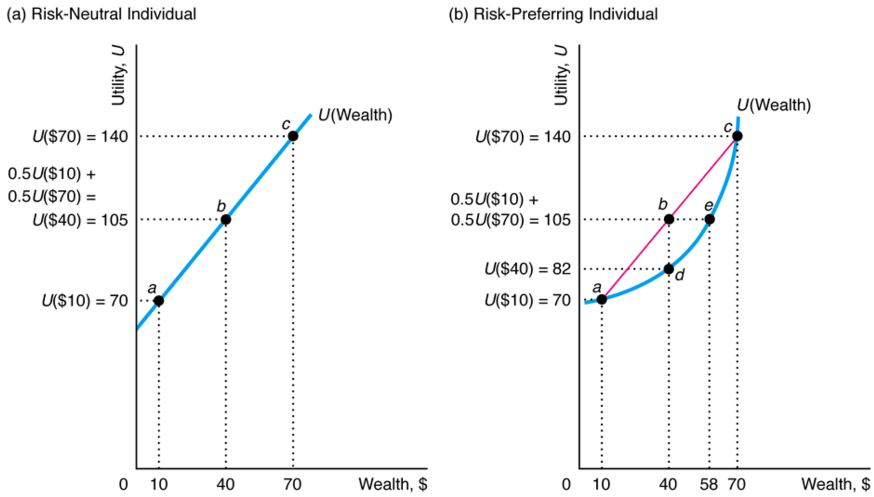

图 6.3：风险中性和风险偏好的可能效用曲线

注：本图来自 Jeffrey Perloff 著的《Microeconomics: Theory and Applications with Calculus》（2017 年，第四版）。

五、一个风险厌恶的函数形式

事实上，我们在前面的 AK 模型的讨论中就已经给出了一个风险厌恶的消费者的效用函数形式。根据第四讲的公式（4.24），我们知道$u(c_t)=\frac{c_t^{1-\frac{1}{\sigma}}-1}{1-\frac{1}{\sigma}}$，该效用函数满足两个数学性质：

- 是消费的增函数，$u'(c_t)=c_t^{-\frac{1}{\sigma}}>0$；
- 消费的边际效用递减，$u''(c_t)=-\frac{1}{\sigma}c_t^{-\frac{1}{\sigma}-1}<0$。

我们可以再定义如下两个**风险厌恶系数**：

- 绝对风险厌恶（absolute risk aversion）系数：$A(c)=-\frac{u''(c)}{u'(c)}$；

- 相对风险厌恶（relative risk aversion）系数：$R(c)=-\frac{u''(c)\cdot c}{u'(c)}=c\cdot A(c)$。

当风险厌恶系数为正数时，该决策者就是风险厌恶的；若风险厌恶系数为 0，则该决策者是风险中性的；若风险厌恶系数为负数，则该决策者是风险偏好的。上面给出的效用函数显然体现出了消费者是风险厌恶的，因为$R(c)=\frac{1}{\sigma}>0$。

我们还发现，该效用函数的相对风险厌恶系数是一个常数，因此可以被称为常相对风险厌恶（constant relative risk aversion，CRRA）效用函数。当σ更大时，边际效用对消费的弹性$\frac{1}{\sigma}$就更小，这实际上就是说人们的风险厌恶程度越小，因此更愿意考虑有风险的未来消费——跨期替代弹性更大。

六、风险配置与事件独立

在金融投资领域有一句俗语，那就是“不要把鸡蛋放在一个篮子里”，其含义是要做**风险分摊**（risk pooling）：将一个人的风险分散到社会上尽可能多的人身上。若所有鸡蛋都放在一个篮子里，当该篮子意外坠落时，所有鸡蛋都会摔得粉碎——这是因为同一个篮子里每个鸡蛋的粉碎事件不是相互独立的。

如何定义事件独立呢？假设存在A和B两个事件：

- 若两者独立，则概率$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$；
- 若两者正相关，则概率$P(A\cap B)>P(A)\times P(B)$；
- 若两者负相关，则概率$P(A\cap B)<P(A)\times P(B)$。

在上面的式子中“$\cap$”是交集符号，“$A\cap B$”代表A和B同时发生。将鸡蛋放在一个篮子里会导致A和B正相关，从而使得A和B同时发生的概率大于A发生的概率乘B发生的概率。若将鸡蛋放在不同的篮子里，甚至让不同的篮子之间存在此消彼长的负相关关系，那么A和B同时发生的概率就会大幅度下降。这样就能起到保证大概率至少有一些鸡蛋完好的目的。

七、保险与道德风险

道德风险（moral hazard）不是指一个人品德优劣，而是在信息不对称条件下，不确定或不完全合同使得负有责任的经济行为主体不承担其行动的全部后果，从而导致其在最大化自身效用的同时做出不利于他人行动的现象。

保险能够实现风险分摊，把降低事故成本这个鸡蛋放在了每一个参保人的篮子里，从而保证不会大概率不会所有鸡蛋都被打碎，最后大家总能分到一些鸡蛋吃。然而，这种制度可能诱发道德风险。这里有两种：事前（ex ante）和事后（ex post）道德风险。事前道德风险就是在事故之前减少防止损失发生的行为，比如危险驾驶、吸烟、饮酒、不打疫苗等等；事后道德风险就是在事故之后减少对损失或费用控制的行为，比如过度用药、使用昂贵但效果未必更好的治疗方式等。

我国医疗费用的快速增长不仅来自人口老龄化和经济发展带来的人们健康意识或健康需求的增加，还有一部分来自医保扩张带来的道德风险花费增加。老龄化和发展带来的医疗费用上升是市场均衡的结果，并不会带来无谓损失；道德风险带来的费用上升则会造成社会资源和效率的损失，因为它带来了负外部性。图 6.4 显示我国基本医疗年末参保人数占年末总人口比重逐年上升，而卫生总费用占 GDP 比重也几乎是同步的上升。

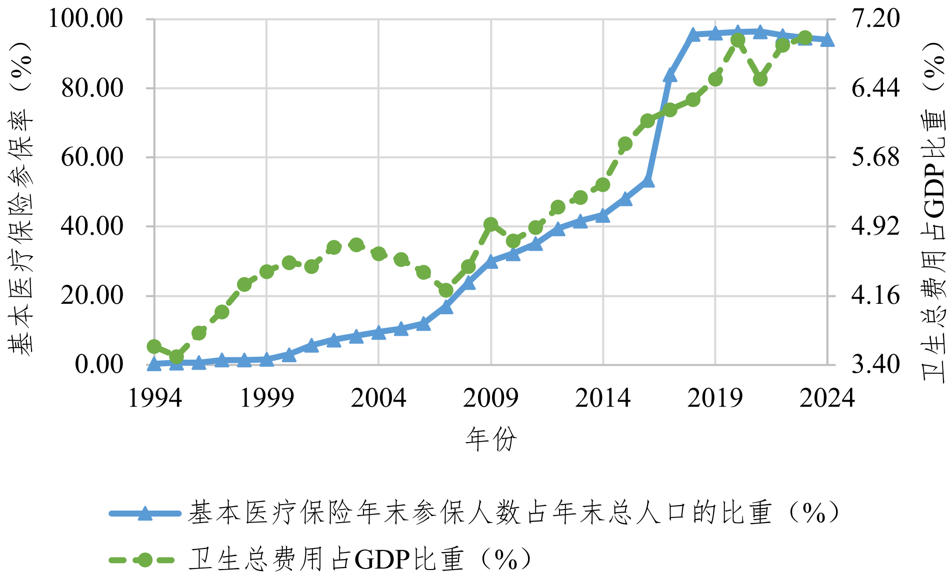

图 6.4：我国 1994-2024 年基本医保和卫生总费用年度趋势

注：数据来源于国家统计局，访问于 2025 年 3 月 27 日，卫生总费用仅更新至 2023 年。

八、保险与逆向选择

保险市场的另外一个问题是**逆向选择**（adverse selection），即信息优势方倾向于使信息劣势方受损从而导致市场效率降低的情况。这是一个“劣币驱逐良币”的过程，会使得市场进入一个恶性循环，最后可能导致市场瓦解（market unraveling）。具体来说，我们可以考虑这样一个问题：一个私人保险公司推出一款年费 2000 元的医疗保险，谁会来投保？保险公司接下来又会怎么办？可以想象，购买这个保险的人大多数是预计自己花费会超过 2000 元的人，也就是健康水平比较差的人。若所有参保人的花费都超过 2000 元，或者大部分人远远超过 2000 元，那么保险公司为了能够继续经营下去（产生正的利润），只能将年费提高，比如提高到 3000 元。然后会怎样呢？预计自己花费在 2000-3000 元的人原本是打算参保的，现在就退出了，不再参保，只有预计自己花费超过 3000 元（健康状况更差的人）会留下来。结果，保险公司为了扭亏为盈，只能进一步涨价……如此往复下去，这个保险的市场就会越来越小，直至萎缩为零。

近年来，农村医保断缴现象日益严重，这与年费不断上涨分不开。国家医保局公布的数据显示，城乡居民医保的参保人数从 2019 年开始逐渐下降，2019、2020、

2021 和 2022 年同比分别减少 0.3%、0.8%、0.8%和 2.5%。根据央广网 2024 年 3 月 12 日的一则报导，河北某县镇政府医保工作人员跟该镇不少村干部有过交流，且据村干部反映，今年居民普遍抱怨缴费太高，而以前只有个别村子的村民有所抵触。南开大学卫生经济与医疗保障研究中心主任、金融学院养老与健康保障研究所所长朱铭来表示，近几年，城乡居民医保参保人数有所下降，医保费用逐年上涨是原因之一。[1]

为了解决逆向选择的问题，保险公司可以设计一系列合同的菜单（menu），并进行价格、免赔额等条款的设计，让人们通过自主选择不同的合同来揭示各自风险状态，从而将不同风险的参保人分开。其次，保险公司也可以设计多期合同，结合经验费率，实现信息甄别和风险披露；多期合同需要政府引导各医疗机构信息系统标准化，建立医保信息的共享机制，实现医疗机构、政府部门、商业保险公司和参保人多方面的信息对接，尽可能消除不对称。再次，保险公司还可以进行风险分类，尤其是当经验费率不易获得时；比如，某疾病女性发病率高于男性，那么就可以将女性划分为该疾病下的高风险人群，而男性为低风险人群。风险分类要求通过统计数据找到与被保险人的风险大小有较大相关性的特征，但使用该方法时，保险公司应重视这种“保险统计歧视”可能引起的社会负面反响，力求以淡化性别等歧视的条款来缓解矛盾。当然，最直接的解决逆向选择的问题或许就是减少信息不对称，利用互联网、AI 等新兴技术，实现对信息的获取、集合、共享。

九、逆向选择与道德风险的共性

最后，我们再简要谈谈两者的共性。第一，逆向选择与道德风险都是由信息不对称（information asymmetry）导致的。前者是对合同吸引的人群类型的信息存在不确定，而后者是对个人加入合同后的行为的信息存在不确定。第二，这两者都可能导致市场瓦解。近期，Cameron M. Ellis、Meghan I. Esson 和 Eli Liebman 合写了一篇题为“Moral Hazard Induced Unraveling”的文章，虽然到 2025 年 3 月为止还未正式发表出来，但感兴趣的同学可以去读一读，其基本思想是，与逆向选择一样，道德风险也会导致市场瓦解。

第二节　证券与资产组合

一、一个成长型股票的定价方法

我们在第五讲公式（5.8）介绍了一种债券的定价方法，而这种方法其实也可以运用到成长型股票上。比如，某股票第一年股息红利为D，此后每年都以g的增长率（$0 < g < 1$）增加股息红利，并且比证券市场上的贴现率r要低，那么该股票的市场价格应该是多少呢？

[1] 感兴趣的同学可以阅读更详细的全文：https://www.thepaper.cn/newsDetail_forward_26648611。

显然，假如该上市公司永远不会倒闭，而且其给持有者带来的收益就只是高于证券市场贴现率的股息红利，那么它的价值是：$PV=\frac{D}{1+r}+\frac{D(1+g)}{(1+r)^2}+\cdots+\frac{D(1+g)^{n-1}}{(1+r)^n}+\cdots=\frac{D}{1+r}\left[1+\frac{1+g}{1+r}+\cdots+\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{n-1}+\cdots\right]=\frac{D}{1+r}\frac{1}{1-\frac{1+g}{1+r}}=\frac{D}{1+r}\frac{1+r}{1+r-1-g}=\frac{D}{r-g}$。这就是一个无穷级数的数学问题。

如果人们认为该股票给持有者带来的收益不仅仅是股息红利，或者人们相信该股票未来的增长率会比g更高，那么均衡价格还要高于$\frac{D}{r-g}$；当然，价格高于$\frac{D}{r-g}$时，你也可以认为该股票被高估了，未来可能会跌，因此若是持有该股票，此时可能是抛出的好时机。当价格低于$\frac{D}{r-g}$时，可能人们普遍对此股票未来前景不太看好；若你依然相信该上市公司此后年增长率至少是g，那么此时就是你买入的好时机。

在以后的学习中，你们可能会学习到将D和r都随机化（即变成不确定的参数）的定价法，而r可以是某种模型估计出的风险收益率。

二、肥尾理论与投资风险

一般认为，证券投资的回报率会遵从正态分布，即其概率密度函数为：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma}},\qquad x\in(-\infty,+\infty)$$

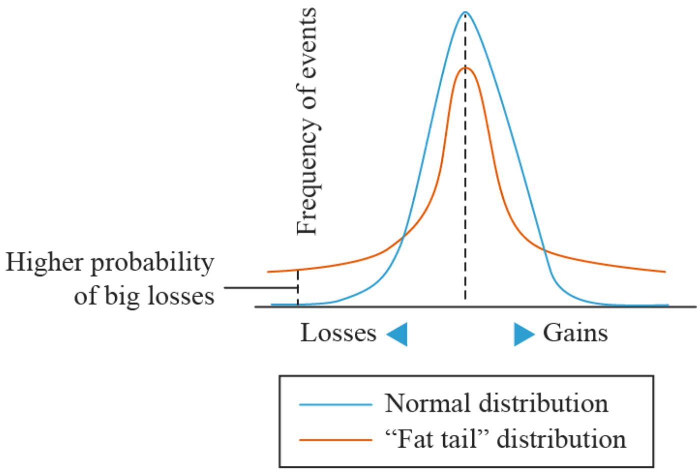

图 6.5：肥尾分布与正态分布的对比

注：图片来源于 Bookmap 网站。

如图 6.5 蓝色线所示，正态分布在较低的收益或损失部分概率密度较大，而在极端收益和损失的部分概率密度较小，说明大部分的收益集中在 0 值附近。按正态分布，收益或收益率落在区间$[\mu-2\sigma,\mu+2\sigma]$的概率约 95%。然而，肥尾（fat tail）

理论认为，收益率极低（或极高）的事件并非是小概率事件，而这些极端收益就是尾端风险（tail risk）。

对于这个问题，最简单的应对方式就是采用一个经验法则（rule of thumb），在已有的（基于正态分布的）风险指标的基础上再增加一个额外的乘数来覆盖未知的数据。例如，如果你正在使用金融资产的平均真实范围（average true range，ATR）来计算从你的入场价格到设定止损位的距离，你可能会想使用一个接近 2-3 倍 ATR 的数字。

三、系统风险与企业特有风险

系统风险（systematic risk）往往指市场风险，比如新冠疫情，它影响整个行业的风险，躲也躲不掉，无法通过风险分摊抵消。**企业特有风险**（specific risk）也即非系统风险，与企业自身的特征（如治理结构、运作方式等）有关；根据资产组合（portfolio）理论，这一风险可以通过多样化组合冲销。

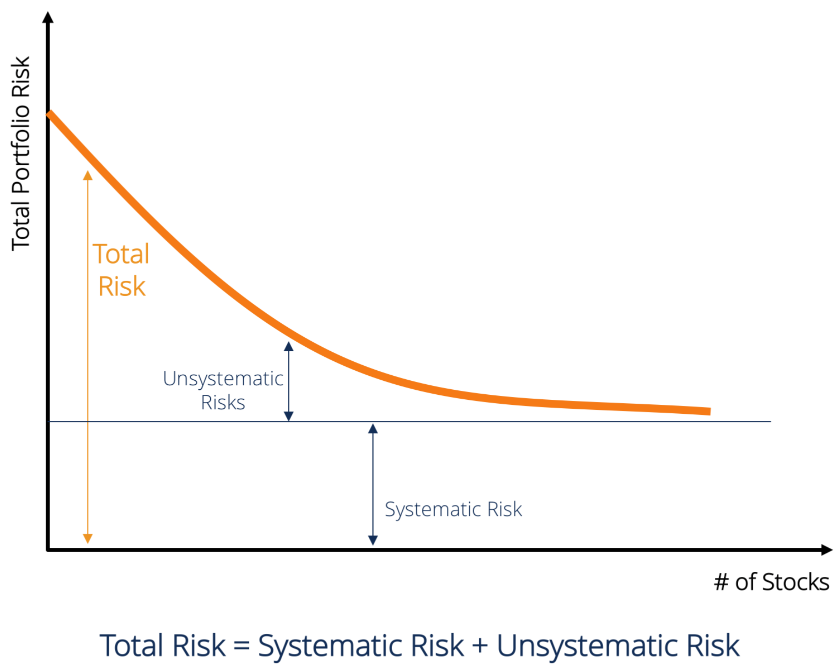

图 6.6：资产组合风险的分解

注：图片来源于 Blooming Wallets 网站。

图 6.6 展示了一个资产组合（一篮子股票）的风险如何随着股票数量的增加而变化。资产组合总风险（total risk）=系统风险+非系统风险。总风险随着资产组合股票数量的增加而下降，这是因为非系统风险会随着股票数量增加而被冲销，但是系统风险不随股票数量增加而改变。我们一般用标准差来衡量风险。为了展示这一规律，我们用下面的例子来说明。

例 6.2

假设市场中只有 2 种金融资产，A 和 B，它们的收益率（单位是%）如下表所示。情况 1 和情况 2 的概率均为 30%，情况 3 的概率为 40%。若资产 A 和 B 承受相同的系统风险，那么系统风险是多少？

表 6.2：某资产组合的各成分的收益率

金融资产	情况 1	情况 2	情况 3
A	8	-4	0
B	-4	8	0

要计算系统风险，我们就要找到最小化该资产组合风险的配比。不难发现，A 和 B 的情况 1 和情况 2 恰好对调，因此最小化风险的配比就是 1:1。

现在，我们可以求解单位资产组合的期望收益：

$$\mu = 0.3 \times \left(\frac{8-4}{2}\right) + 0.3 \times \left(\frac{-4+8}{2}\right) + 0.4 \times \left(\frac{0+0}{2}\right) = 1.2$$

进而，我们可以求出标准差：

$$\sigma = \sqrt{0.3 \times \left(\frac{8-4}{2} - 1.2\right)^2 + 0.3 \times \left(\frac{-4+8}{2} - 1.2\right)^2 + 0.4 \times \left(\frac{0+0}{2} - 1.2\right)^2} \approx 0.98$$

这就是说，用标准差表示的系统性风险$\sigma_{\text{systematic}} \approx 0.98$。那么非系统风险又是多少呢？假如资产组合只有资产 A（或只有资产 B），风险应该是最大的，而此时的总风险可以这么计算：

$$\mu = 0.3 \times 8 + 0.3 \times (-4) + 0.4 \times (0) = 1.2$$

$$\sigma = \sqrt{0.3 \times (8-1.2)^2 + 0.3 \times (-4-1.2)^2 + 0.4 \times (0-1.2)^2} \approx 4.75$$

因此，非系统风险$\sigma_{\text{unsystematic}} \approx 4.75 - 0.98 = 3.77$。

四、系统风险的实际计算方法

现实中，资产种类多，情况也很多，而每个资产i承受的系统风险也可能不同。如果我们想考察每个资产i所承受的系统风险，该怎么办呢？我们可以将大盘的（系统）风险视为 1，并考察个股i与大盘的关系，这样我们就可以知道不同个股承受的系统风险小于、等于还是大于大盘。这里有一个假设，那就是市场不会为企业特有风险提供“风险溢价”，因为这种风险可以被冲销掉。

如何考察个股i与大盘的关系呢？我们这里就需要借助“回归”（regression）的办法。这种方法需要另外一门课（如计量经济学）去专门学习，因此我们这里只是简单解释原理。

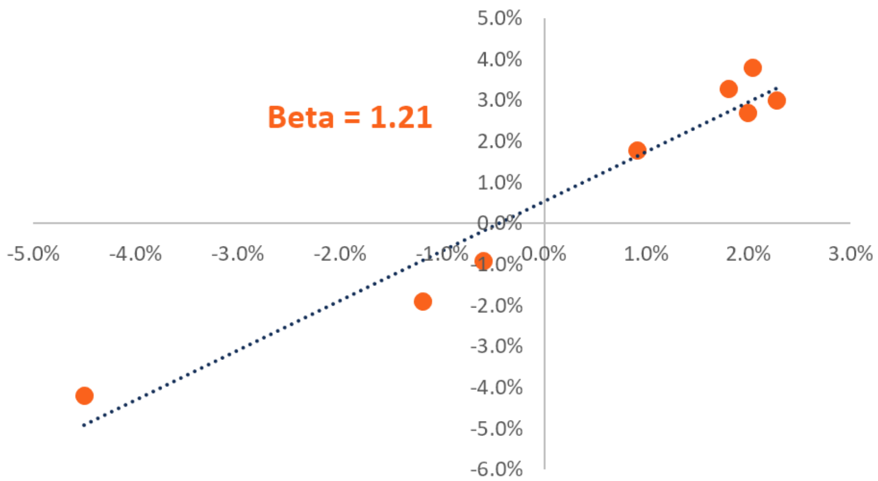

图 6.7：某资产收益率对市场收益率的线性回归图

注：图片来源于 Corporate Finance Institute（CFI）网站。

在图 6.7 中，我们的横轴是大盘收益率，而纵轴是某个股的收益率。图中每一个“散点”代表一组数据，是我们现实中观测到的某一时刻大盘收益率和个股收益率的组合。我们将这一系列不同时刻的组合的散点画在上面的坐标系中，然后寻找到一条直线使得各个散点到这个直线的距离最短，从而得到个股i与大盘收益率的线性关系。这条拟合线的斜率被称为 beta，根据统计学，$\beta_i = \frac{Cov(R_i,R_m)}{Var(R_m)}$，其中$Cov(R_i,R_m)$代表$R_i$（个股收益率）和$R_m$（大盘收益率）的协方差，而$Var(R_m)$是$R_m$的方差。

当$\beta_i > 1$时，资产i对大盘的变化反应过于激烈，因此风险较高；当$\beta_i < 1$时，该资产风险相对较小。当然，理论上β_i也可以等于 0，此时该资产几乎没有风险；β_i还可以是负数，此时该个股与是逆大盘变动的，可以与大盘组合起来进一步降低系统风险。

五、协方差与相关系数

如果我们持有两只或两只以上的股票，不同股票的收益率之间的联系可以使用协方差（covariance）与相关系数（correlation）来刻画。上面提到了协方差的概念，但没有解释。这里给出公式：

$$Cov(R_i,R_j) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j) \tag{6.6}$$

在公式（6.6）中，R_{it}是个股i在时点t的收益率，而$\bar{R}_i=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}R_{it}$是个股$i$从时点1到时点$T$的均值；个股$j$也类似。协方差反映个股$i$和$j$的相互关系，如果$Cov(R_i,R_j)$为正数，则两者基本上是同向变动的；若两者反向变动，则$Cov(R_i,R_j)$为负；若两者无关，则$Cov(R_i,R_j)=0$。由于协方差受收益率的大小和单位的影响，为了去除量纲对相关关系大小的影响，而单纯比较相关程度，我们可以定义相关系数：

$$\rho(R_i,R_j)=\frac{Cov(R_i,R_j)}{\sqrt{Var(R_i)}\cdot\sqrt{Var(R_j)}} \tag{6.7}$$

相关系数ρ的取值范围是$[-1,1]$：若$\rho=-1$，则个股i和j的收益率互为相反数，是完全的负相关；若$\rho=1$，则个股i和j的收益率相等，是完全的正相关；若$\rho=0$，则两者完全不相关。在$|\rho|<1$时，ρ的绝对值越大，相关性越大。

不难发现，上面介绍的$\beta_i=\rho(R_i,R_m)\frac{\sqrt{Var(R_i)}}{\sqrt{Var(R_m)}}$。

六、独立证券的资产组合

现在，我们再来考虑一个含有n个权重相同、相互独立的证券的组合。为了简化计算，假设$E[R_1]=E[R_2]=\cdots=E[R_n]=R$，$\sigma_1=\sigma_2=\cdots=\sigma_n=\sigma$。如何计算该资产组合的平均收益率与标准差呢？

考虑 1 单位该资产组合的平均收益：

$$R_p=\frac{1}{n}R_1+\frac{1}{n}R_2+\cdots+\frac{1}{n}R_n$$

$$E[R_p]=\frac{1}{n}E[R_1]+\frac{1}{n}E[R_2]+\cdots+\frac{1}{n}E[R_n]=\frac{1}{n}R+\cdots+\frac{1}{n}R=\frac{1}{n}nR=R$$

该资产组合的方差：

$$Var(R_p)=\left(\frac{1}{n}\right)^2Var(R_1)+\cdots+\left(\frac{1}{n}\right)^2Var(R_n)+2\left(\frac{1}{n}\right)^2Cov(R_1,R_2)+$$
$$2\left(\frac{1}{n}\right)^2Cov(R_1,R_3)+\cdots+2\left(\frac{1}{n}\right)^2Cov(R_{n-1},R_n)$$

由于各个证券相互独立，$Cov(R_i,R_j)=0$，因此上式可以简化为

$$Var(R_p)=\frac{1}{n^2}Var(R_1)+\cdots+\frac{1}{n^2}Var(R_n)=\frac{1}{n^2}\sigma_1^2+\cdots+\frac{1}{n^2}\sigma_n^2=\frac{1}{n}\sigma^2$$

该资产组合的标准差：

$$\sigma_p=\sqrt{Var(R_p)}=\frac{1}{\sqrt{n}}\sigma$$

不难发现，虽然该资产组合的平均收益不随着n变化，标准差（风险）却随着n的增大而减小，这就是风险的冲销。现实中，我们很难找到满足上面简化假设条件的组合，也没有无数多个证券，因此无法将σ_p完全冲销。

七、不独立证券的资产组合

如果证券之间不是相互独立的，情况会有什么变化呢？为了简化讨论，我们仅考虑两种资产：1 和 2。记$Cov(R_1,R_2)=\sigma_{12}$，他们的权重为p_1和p_2，且$p_1+p_2=1$。这样，我们就可以计算出：

$$R_p=p_1R_1+(1-p_1)R_2=R_2+p_1(R_1-R_2)$$

$$E[R_p]=E[R_2]+p_1(E[R_1]-E[R_2])$$

$$\sigma_p^2=p_1^2\sigma_1^2+(1-p_1)^2\sigma_2^2+2p_1(1-p_1)\sigma_{12}$$

$E[R_p]$和σ_p有什么关系呢？由$R_p=R_2+p_1(R_1-R_2)$可以得到$p_1=\frac{E[R_p]-E[R_2]}{E[R_1]-E[R_2]}$，再代入$\sigma_p^2$的表达式可以得到

$$\sigma_p^2=\left(\frac{E[R_p]-E[R_2]}{E[R_1]-E[R_2]}\right)^2\sigma_1^2+\left(\frac{E[R_p]-E[R_1]}{E[R_1]-E[R_2]}\right)^2\sigma_2^2+2\frac{(E[R_p]-E[R_2])(E[R_1]-E[R_p])}{(E[R_1]-E[R_2])^2}\sigma_{12}。$$

例 6.3

假设$\sigma_{12}=-0.3$, p_1可以小于 0 也可以大于 1（即可以赊账和卖空），$\sigma_1^2=3$，$E[R_1]=3\%$，$\sigma_2^2=5$，$E[R_2]=5\%$，请画出$E[R_p]$和σ_p的关系曲线。

这要求我们计算不同p_1的取值下$E[R_p]$和σ_p的取值，然后将各个$E[R_p]$和σ_p的取值组合用一条平滑的曲线连接起来。在文件“Lecture6_E3.xlsx”中，我们通过具体的计算得到了图 6.8 的关系曲线。该图又被称为有效边界（efficient frontier），因为不可能在给定期望收益率的情况下使得资产组合的风险位于该边界的左侧；边界的右侧都是可行但不有

效的组合。金融投资决策通常考虑从最左侧的点往上的部分，而在本例中，这个分界点大约是标准差为 1.32、期望收益率在 3.8%的位置。该例子是 1990 年诺贝尔经济学奖得主之一哈里•马科维茨（Harry Markowitz，1927-2023）提出的现代投资组合理论（Modern Portfolio Theory）的一个具体展现。

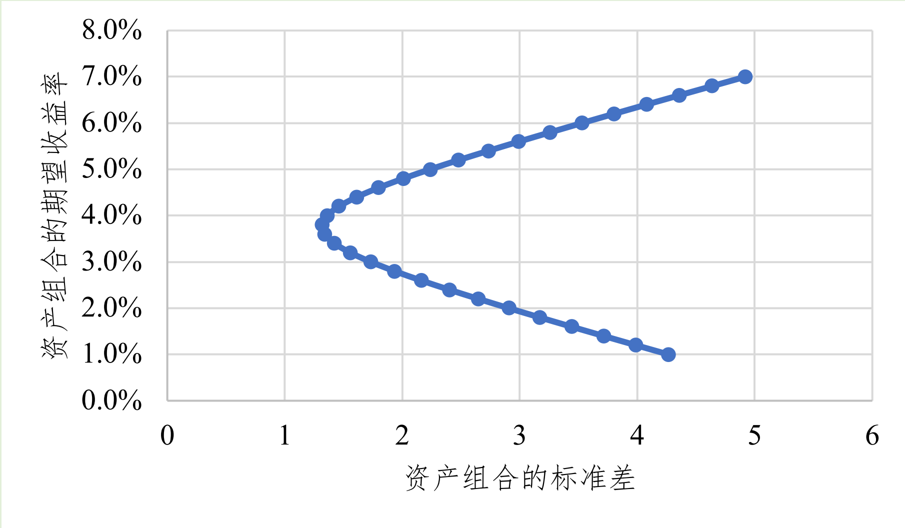

图 6.8：某资产组合的期望收益率-风险关系曲线

第三节 有效市场假说与资产泡沫

一、有效市场的定义

2013 年诺贝尔经济学奖得主尤金•法玛（Eugene E. Fama，1939-）指出，一个市场中有大量的追求利润最大化的人在相互竞争，而每个人都试图预测个别证券的未来市场价值，在这个市场中，重要的当前信息对于所有参与者来说都几乎是公开的、免费可得的。他关注的是人们能否利用信息获利，与完全竞争市场不同，不强调可预知的均衡价格和产量。这种状态下的市场就是他认为的**有效市场**（efficient market）。这个定义有三层含义：

- 第一，平均来说，在有效市场中，竞争会使得有关证券内在价值的信息迅速反映在证券的瞬时价格上。
- 第二，股市中的价格已经反映了当天所有新的信息，股价说明了一切。
- 第三，用过去股价预测未来股价是不可能的，因为关于明天的新信息是不确定的，今天已知确定的（关于明天的）信息已经反映在今天的股价之中了。

这个有效市场的定义实际上就是说，我们无法利用信息认识股市的未来走向，因为逐利竞争已经完全将可获得、可确定获利的信息用尽。

事实上，法玛的导师哈里•罗伯茨（Harry Roberts，1923-2004）是一个统计学家，在 1967 年 5 月芝加哥大学举行的证券价格讨论会上，他就提出了与不同信息相对应的三种不同“有效性”的证券市场。罗伯茨的工作论文虽然未正式发表，但其

关于不同效率市场的划分却成为之后有关有效市场理论研究的基础。法玛在 1970 年独作于 Journal of Finance 发表论文并使用了罗伯茨的分类。三种程度的有效性分别如下：

- 弱式（weak form）有效：过去交易信息已经反映在股价之中，包括历史股票成交价、成交量、卖空金额、融资金融等。这种有效性的推论是——股价的技术分析将失去作用，基本分析还可能帮助投资者获得超额利润。
- 半强（semi-strong form）有效：公开信息也已经反映在股价值中了。如果半强式有效理论成立，也即公司收益、股息红利、对公司的预期、股票分拆、公司间的购并活动等信息已经在股价中反映了，则在市场中利用技术分析和基本分析都失去作用，内幕消息可能获得超额利润。
- 强式（strong form）有效：内部信息也已经反应在股价值中了。在强式有效市场中，没有任何方法能帮助投资者获得超额利润，即使基金和有内幕消息者也一样。

二、有效市场假说的质疑

市场真的是有效的吗？新兴凯恩斯学派经济学家的罗伯特 • 希勒（Robert J. Shiller，1946-）与法玛一起获得了 2013 年诺贝尔经济学奖。他著有《非理性繁荣》（*Irrational Exuberance*）等畅销书（目前出到第三版，2016 年人大出版社发行最新译本）。他认为，股市对信息的处理实际上是相当粗糙的，无法消化全部信息，所以股票的定价未必都是有效的，仍然存在获利机会。

股价不仅不一定有效地处理了过去交易和公开的信息，还不一定是“理性”的。美国一位著名的股市评论员詹姆斯 • 格兰特说：“诚实在华尔街从来都挣不来钱，只不过过去经纪人还装出诚实的面孔，现在他们都懒得装了！……所谓的股票研究比以往任何时候都更像一个销售部门！”

三、浅谈资产泡沫发生机制

有效市场假说的一个强力反驳就是资产泡沫。所谓泡沫，就是资产价格与它由基本面决定的内在价值发生背离，并渐行渐远；它揭示了市场参与者的非理性行为和市场的信息不对称问题。资产泡沫的例子包括 20 世纪 90 年代的互联网泡沫以及 2000 年代中期的房地产泡沫，显示出市场参与者可能会基于过度的乐观预期或跟风投资，推高资产价格至不合理的水平。当泡沫最终破裂，导致价格急剧下跌，这就进一步证明了市场价格并不总是反映真实的资产价值。

为什么会发生资产泡沫呢？假如市场上存在两类人：“价值投资者”和“预期投资者”（依据自己对别人预期的预期），后者也即“投机者”。由于后者的买进行为本身会抬高股价，而他们又会预期未来价格更高，从而使得“低价买进、高价卖出”成为一种“自我实现”的均衡。

许多经济学者从行为经济学、行为金融学的角度对有效市场假说提出了批评，并解释资产泡沫发生的复杂机制。理性经济中仍然可能存在资产泡沫产生的机制，具体可以参考奥利维尔 • 布兰查德（Olivier Blanchard，1948-）和让 • 梯若尔（Jean Tirole，1953-）在 1982、1985 年的相关文章。梯若尔在 2014 年因其在市场力量和规制的卓越分析而获得了诺贝尔经济学奖。另外，这里推荐哈罗德 • 沃格尔（Harold L. Vogel，1946-）于 2010 年所著的《金融市场的泡沫和危机》（*Financial Market Bubbles and Crashes*）给感兴趣的读者。

课后思考题

1、对于下面三类保险，请分别给出一个人们行为的例子反映道德风险，再分别给出一个逆向选择的行为例子。

a. 医疗保险
b. 汽车保险
c. 人寿保险

2、假设有两张零息债券：债券 A 在 20 年后支付 5000 美元，债券 B 在 40 年后支付 5000 美元。

a. 如果利率是 3.5%，这两张债债券的价值现值是多少？可以用 70 规则简单估算。
b. 如果利率变成 7%，这两张债券的价值现值又是多少呢？哪一个债券的价值现值发生了更大的百分比变化？
c. 根据上面的计算，利率上升如何影响债券价值？到期期限又如何影响债券对利率的敏感度？

作业题

1、有三位同学，各自存了 1000 元，并都遇到一些投资机会，允许他们投资不超过 2000 元。这三位学生各自遇到的投资项目的收益率如下：

小明　5%
小王　8%
小美　20%

a. 若不允许借贷，这三位同学一年后的资产将分别达到多少？
b. 假设这三位同学所在的大学开放了一个可贷资金市场，什么将决定其中谁是借出方，谁是借入方？
c. 当真实利率是 7%时，可贷资金供给和需求分别是多少？如果是 10%呢？
d. 当真实利率是多少时，可贷资金市场可以达到均衡？

e. 在均衡利率下，当投资项目支付利润、贷款也被偿还时，每位同学一年后的资产将达到多少？对比（a）的结果，谁从可贷资金市场中获利——借出方还是借入方？有谁的状况变糟糕了吗？

2、一个公司有一个投资项目，需要今年支付 1 千万元，可以在 4 年后回报 1.5 千万元。

a. 如果利率是 11%，这个公司应该进行该项目投资吗？10%呢？9%呢？8%呢？

b. 你能计算出该公司在投与不投之间无差异的真实利率吗？（这就是所谓的内部收益率，或 IRR）

3、小李的效用函数可以写成$U = W^{0.5}$，其中W是财富（单位是元），U是由该财富引致的效用。在一个竞赛节目中，主持人给小李提供了两个选项：（A）确定拿走 4 百万元，或（B）赌一把——40%的机率拿走 9 百万元，60%的概率值拿走 1 百万元。

a. 请画出小李的效用函数曲线，并解释小李是否是风险厌恶的。

b. 选项 A 还是 B 给小李的期望奖金更高？

c. 选项 A 还是 B 给小李的期望效用更高？

d. 根据你的分析，小李会选择 A 还是 B?