1 Begriff der Wahrscheinlichkeit

Rechenregeln	$\mathbb{P}(A) \geqslant 0$
	$\mathbb{P}(\Omega) = 1$
	$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$ vgl. Inklusion - Exklusion
	$\mathbb{P}(B \backslash A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A)$
Unabhängigkeit von Ereignissen	Zwei Ereignisse A und B sind stochastisch unabhängig gdw.
	$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$
	$\mathbb{P}(A\|B) = \mathbb{P}(A) \Leftrightarrow \mathbb{P}(B\|A) = \mathbb{P}(B)$

2 Wahrscheinlichkeitsverteilung

	diskret	stetig
kumulative Verteilungsfkt.	$F(b) = \mathbb{P}(X \leqslant b)$	
	$F(b) = \sum_{x \leqslant b} p(x)$	$F(b) = \int_{-\infty}^{b} f(x)dx$
	$p(x)$ = WSK für Ereignis x	$f(x)$ = Dichtefunktion
	$F(\infty) = 1; \quad p(x), f(x) \geqslant 0 \forall x$	
Erwartungswert	$\mu_X := \mathbb{E}(X) := \sum x p(x)$	$\mu_X := \mathbb{E}(X) := \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$
	$\mathbb{E}(Y) = E(g(X)) = \sum g(x)p(x)$	$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$
	$\mathbb{E}(a + bX) = a + b\mathbb{E}(X)$	
	$\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$	

Varianz	$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$
	$\mathbb{V}(a + bX) = b^2\mathbb{V}(X)$
Standardabweichung	$\sigma_X := \sqrt{\mathbb{V}(X)}$
Quantil	$q_\alpha := q(\alpha) := \min\{x \in \mathbb{R} \| F(x) \geqslant \alpha\}$
	$F(q_\alpha) = \alpha \quad q_{1/2} :=$ "Median"

	Verteilung	$p(x)$	W_X	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{V}(x)$
diskrete Verteilungen	$\text{Bin}(n, p)$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$\{0, ..., n\}$	np	$np(1-p)$
	$\text{Poi}(\lambda)$	$e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$	$\{0, 1, ...\}$	λ	λ
	$\text{Geo}(p)$	$p(1-p)^{x-1}$	$\{1, 2, ...\}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
stetige Verteilungen	$\text{Uni}[a, b]$	$\frac{1}{b-a}$	$[a, b]$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
	$\text{Exp}(\lambda)$	$\lambda e^{-\lambda x}$	$\mathbb{R}^{\geqslant 0}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
	$\text{N}(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$\mathbb{R}$	μ	σ^2

Normalverteilungsfkt.	$F_{N(\mu,\sigma^2)}(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad \Phi \rightarrow$ Tabelle
Transformation	$Y = g(X) \Rightarrow f_Y(y) = f_X\Big(g^{-1}(y)\Big) \cdot \frac{1}{g'\Big(g^{-1}(y)\Big)}$

3 Mehrere Zufallsvariablen und Fkt. davon

Mehrere Zufallsvariablen	X_i ist die i-te Wdh. eines Zufallsexperiments X, A_i ist das i-te Ereignis.
i.i.d Annahme	

- $A_1, ..., A_n$ sind unabhängig.
- $\mathbb{P}(A_1) = ... = \mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}(A)$
- $X_1, ..., X_n$ sind unabhängig.
- alle X_i haben dieselbe Verteilung.

Fkt. von Zufallsvariablen

Summe S_n	arithm. Mittel $\overline{X_n}$
$S_n = X_1 + ... + X_n$	$\overline{X_n} = \frac{S_n}{n}$
$\mathbb{E}(S_n) = n\mathbb{E}(X_i)$	$\mathbb{E}(\overline{X_n}) = \mathbb{E}(X_i)$
$\mathbb{V}(S_n) = n\mathbb{V}(X_i)$	$\mathbb{V}(\overline{X_n}) = \frac{1}{n}\mathbb{V}(X_i)$
$\sigma_{S_n} = \sqrt{n}\sigma_{X_i}$	$\sigma_{\overline{X_n}} = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma_{X_i}$

Verteilungen von S_n

Wenn X_i ... verteilt ist,	dann ist S_n ... verteilt
$X_i \in \{0,1\}$(d.h. $\sim Ber(p)$)	$S_n \sim Bin(n,p)$
$X_i \sim Poi(\lambda)$	$S_n \sim Poi(n\lambda)$
$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$	$S_n \sim N(n\mu, n\sigma^2)$

Gesetz der grossen Zahlen	Von oben gilt:$\mathbb{E}(\overline{X_n}) = \mathbb{E}(X_i)$, $\lim_{n\to\infty} \mathbb{V}(\overline{X_n}) = 0$ $\Longrightarrow \lim_{n\to\infty} \overline{X_n} = \mu \quad (X_i \text{ i.i.d})$
Zentraler Grenzwertsatz	$X_1, ..., X_n$ i.i.d, $\mathbb{E}(X) = \mu, \mathbb{V}(X) = \sigma^2$ $\Longrightarrow S_n \approx N(n\mu, n\sigma^2) \quad \overline{X_n} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad n$ gross
Chebychev-Ungleichung	$\mathbb{P}(\lvert\overline{X_n} - \mu\rvert > c) \leqslant \frac{\sigma^2}{nc^2}$

4 Gemeinsame und bedingte Wahrscheinlichkeiten

Bedingte WSK	$\mathbb{P}(A\mid B) := \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} \Longleftrightarrow \mathbb{P}(A\mid B)\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B)$ $\mathbb{P}(A\mid B^c) := \frac{\mathbb{P}(A \cap B^c)}{\mathbb{P}(B^c)} \Longleftrightarrow \mathbb{P}(A\mid B^c)\mathbb{P}(B^c) = \mathbb{P}(A \cap B^c)$
Satz der totalen WSK (I)	$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(A \cap B^c) = \mathbb{P}(A\mid B)\mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A\mid B^c)\mathbb{P}(B^c)$
Satz der totalen WSK (II)	$\mathbb{P}(A) = \sum_{i=1}^{k} \mathbb{P}(A\mid B_i)\mathbb{P}(B_i) \qquad \bigcup_{i=1}^{k} B_i = \Omega$
Satz von Bayes	$\mathbb{P}(B_i\mid A) = \frac{\mathbb{P}(A\mid B_i)\mathbb{P}(B_i)}{\mathbb{P}(A\mid B_1)\mathbb{P}(B_1) + ... + \mathbb{P}(A\mid B_k)\mathbb{P}(B_k)}$

4.1 Gemeinsame und bedingte Verteilungen

	Diskret	Stetig
gem. Verteilungs-fkt.	$\mathbb{P}(X = x, Y = y)$	$\mathbb{P}(X \leqslant x, Y \leqslant y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f(x, y) dx dy$
Randverteilung	$\mathbb{P}(X = x) = \sum_{y \in W_Y} \mathbb{P}(X = x, Y = y)$ $\mathbb{P}(Y = y) = \sum_{x \in W_X} \mathbb{P}(X = x, Y = y)$	$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) dy$ $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) dx$
Unabhängigkeits kriterium	$\mathbb{P}(X = x, Y = y) = \mathbb{P}(X = x)\mathbb{P}(Y = y)$	$f_{X,Y}(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$
Bedingte Verteilung	$\mathbb{P}(X = x) = \sum_{y \in W_Y} \mathbb{P}(X = x \mid Y = y)\mathbb{P}(Y = y)$	$f_{Y \mid X=x}(y) := f_Y(y \mid X = x) := \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_X(x)}$
Erwartungswert	$\mathbb{E}(g(X, Y)) = \sum_i \sum_j g(x_i, y_j)\mathbb{P}(X = x_i, Y = y_j)$	$\mathbb{E}(g(X, Y)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) f_{X,Y}(x, y) dx dy$
bedingter Erwartungswert		$\mathbb{E}(h(Y) \mid X = x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(y) f_Y(y \mid X = x) dy$
2-dim Normalverteilung	$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\det \Sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_X, y - \mu_Y)\Sigma^{-1}\begin{pmatrix} x - \mu_X \\ y - \mu_Y \end{pmatrix}\right)$ $\Sigma = \begin{pmatrix} \mathbb{V}(X) & \mathrm{Cov}(X, Y) \\ \mathrm{Cov}(X, Y) & \mathbb{V}(Y) \end{pmatrix} \Sigma^{-1} = \frac{1}{\mathbb{V}(X)\mathbb{V}(Y) - \mathrm{Cov}(X, Y)^2} \begin{pmatrix} -V(X) & \mathrm{Cov}(X, Y) \\ \mathrm{Cov}(X, Y) & -\mathbb{V}(Y) \end{pmatrix}$	

4.2 Kovarianz und Korrelation

Kovarianz	$\mathrm{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$ $\mathrm{Cov}(X, X) = \mathbb{V}(X)$
Korrelation	$\mathrm{Corr}(X, Y) := \rho_{XY} := \frac{\mathrm{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad \in [-1, 1]$
Rechenregeln	$\mathrm{Cov}(a + bX, c + dY) = bd\,\mathrm{Cov}(X, Y)$ $\mathrm{Corr}(a + bX, c + dY) = \mathrm{sgn}(b)\,\mathrm{sgn}(d)\,\mathrm{Corr}(X, Y)$ $\mathbb{V}(X + Y) = \mathbb{V}(X) + \mathbb{V}(Y) + 2\,\mathrm{Cov}(X, Y)$ $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y) + \mathrm{Cov}(X, Y)$ X, Y unabhängig $\Rightarrow \mathrm{Corr}(X, Y) = 0 \Rightarrow \mathrm{Cov}(X, Y) = 0$ $\mathrm{Corr}(X, Y) = +1 \Leftrightarrow Y = a + bX, \quad a \in \mathbb{R}, b > 0$ $\mathrm{Corr}(X, Y) = -1 \Leftrightarrow Y = a + bX, \quad a \in \mathbb{R}, b < 0$
Lineare Prognose	$\hat{Y} = \mu_Y + \frac{\mathrm{Cov}(X, Y)}{\mathbb{V}(X)}(X - \mu_X)$
Prognosefehler	$\mathbb{E}\big((Y - \hat{Y})^2\big) = (1 - \rho_{XY}^2)\mathbb{V}(Y)$

5 Deskriptive Statistik

arithm. Mittel	$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + ... + x_n)$
empirische Varianz	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$
empirische Kovarianz	$s^2_{x_1,x_2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{1i} - \bar{x_1})(x_{2i} - \bar{x_2})$
empirische Korrelation	$r_{x_1,x_2} = \frac{s^2_{x_1,x_2}}{s_{x_1}s_{x_2}}$

6 Schliessende Statistik

Fehlerarten

gegeben \ Entscheidung	H_0	H_A
H_0	$1-\alpha$	α Fehler 1.Art
H_A	β Fehler 2.Art	$1-\beta$ Macht

Test

		Fehler 1. Art	Verwerfungsbereich
$H_0 : p = p_0$	$H_A : p > p_0$	$\mathbb{P}(X \geqslant c \mid H_0) = \alpha$	$V = [c, \infty[$
$H_0 : p = p_0$	$H_A : p < p_0$	$\mathbb{P}(X \leqslant c \mid H_0) = \alpha$	$V =]-\infty, c]$
$H_0 : p = p_0$	$H_A : p \neq p_0$	$\mathbb{P}(X \leqslant c_1) = \mathbb{P}(X \geqslant c_2) = \frac{\alpha}{2}$	$V =]-\infty, c_1] \cup [c_2, \infty[$

Binomialtest ($X \sim BIN$)

$$\mathbb{P}(X \geqslant c \mid H_0) = \sum_{k=c}^{n}\binom{n}{k}p_0^k(1-p_0)^{n-k} \leqslant \alpha$$

$$\mathbb{P}(X \leqslant c \mid H_0) = \sum_{k=0}^{c}\binom{n}{k}p_0^k(1-p_0)^{n-k} \leqslant \alpha$$

Normalapproximation ($X \sim BIN$)

$$\mathbb{P}(X \geqslant c \mid H_0) = \mathbb{P}\left(\frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \geqslant \frac{c - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{c - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right) \leqslant \alpha$$

$$\mathbb{P}(X \leqslant c \mid H_0) = \mathbb{P}\left(\frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \leqslant \frac{c - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right) = \Phi\left(\frac{c - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}\right) \leqslant \alpha$$

P-Wert

Das kleinste Signifikanzniveau, wo H_0 verworfen wird.

(Bei gegebenen c, berechne α neu)

$$\text{P-Wert}\begin{cases} < \alpha & \Rightarrow \text{Verwerfe } H_0 \\ > \alpha & \Rightarrow \text{Verwerfe } H_0 \text{ nicht.}\end{cases}$$

Vertrauensintervall

Falls $p_0 \in$ VI, verwerfe H_0 nicht.

$$X \sim BIN(n,p): \quad \frac{x}{n} \pm \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{\frac{x}{n}\left(1 - \frac{x}{n}\right)\frac{1}{n}}$$

$$X \sim POIS(\lambda): \quad x \pm \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sqrt{x}$$

Fehler 2. Art

$\mathbb{P}(X \notin V \mid H_A)$ WSK, dass H_0 nicht verworfen wird, obwohl H_A korrekt ist.

Beispiel

Sei: $V =]-\infty, c_1] \cup [c_2, \infty[$; $\quad H_A : \mu = \mu_{H_A},\ \sigma = \sigma_{H_A}$

$$\mathbb{P}(X \notin V \mid H_A) = \mathbb{P}(c_1 \leqslant X \leqslant c_2 \mid H_A) = \Phi\left(\frac{c_2 - \mu_{H_A}}{\sigma_{H_A}}\right) - \Phi\left(\frac{c_1 - \mu_{H_A}}{\sigma_{H_A}}\right)$$

V wird zuerst mittels H_0 und entsprechend μ_{H_0}, σ_{H_0} berechnet.

7 Statistik bei normalverteilten Daten

7.1 Schätzer

Mittelwert	$\hat{\mu} := \bar{X}_n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
Varianz	$\hat{\sigma}^2 := S_n^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \hat{u})^2$

7.2 z-Test (σ bekannt)

Nullhypothese

$$\begin{array}{c|c} H_0 : \mu = \mu_0 & H_A : \mu > \mu_0 \\ H_0 : \mu = \mu_0 & H_A : \mu < \mu_0 \\ H_0 : \mu = \mu_0 & H_A : \mu \neq \mu_0 \end{array}$$

Teststatistik

$$z := \sqrt{n} \cdot \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma} \in \mathbb{R}$$

Verwerfe H_0 auf Niveau α, falls

$$\begin{array}{cclc|c} z & \geqslant & \Phi^{-1}(1-\alpha) & VB_\alpha = [\Phi^{-1}(1-\alpha), \infty[& \text{für } H_A : \mu > \mu_0 \\ z & \leqslant & \Phi^{-1}(\alpha) & VB_\alpha =]-\infty, \Phi^{-1}(\alpha)] & \text{für } H_A : \mu < \mu_0 \\ |z| & \geqslant & \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) & VB_\alpha =]-\infty, \Phi^{-1}(\frac{\alpha}{2})] \cup [\Phi^{-1}(1-\frac{\alpha}{2}), \infty[& \text{für } H_A : \mu \neq \mu_0 \end{array}$$

P-Wert

Bei gegebenem z, berechne α neu.

$$\text{P-Wert} \begin{cases} < \alpha & \Rightarrow \text{Verwerfe } H_0 \\ > \alpha & \Rightarrow \text{Verwerfe } H_0 \text{ nicht.} \end{cases}$$

Vertrauensintervall

Falls $\mu_0 \in$ VI, verwerfe H_0 nicht.

$$\bar{X}_n \pm \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

7.3 t-Test (σ unbekannt)

Idee: Ersetze σ durch dessen Schätzer $\hat{\sigma}$ und verwende eine angepasste Tabelle.

Nullhypothese	$H_0 : \mu = \mu_0 \mid H_A : \mu > \mu_0$ $H_0 : \mu = \mu_0 \mid H_A : \mu < \mu_0$ $H_0 : \mu = \mu_0 \mid H_A : \mu \neq \mu_0$
Teststatistik	$t_{n-1} := \sqrt{n} \cdot \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\boldsymbol{\hat{\sigma}}} \in \mathbb{R}$ Verwerfe H_0 auf Niveau α, falls $t_{n-1} \geqslant \mathbf{T_{n-1}}(1-\alpha)$ $\quad VB_\alpha = [T_{n-1}(1-\alpha), \infty[$ $\quad$ für $H_A : \mu > \mu_0$ $t_{n-1} \leqslant \mathbf{T_{n-1}}(\alpha)$ $\quad VB_\alpha =]-\infty, T_{n-1}(\alpha)]$ $\quad$ für $H_A : \mu < \mu_0$ $\lvert t_{n-1} \rvert \geqslant \mathbf{T_{n-1}}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ $\quad VB_\alpha =]-\infty, T_{n-1}(\frac{\alpha}{2})] \cup [T_{n-1}(1-\frac{\alpha}{2}), \infty[$ $\quad$ für $H_A : \mu \neq \mu_0$ T_{n-1} steht für die Student-T_{n-1} Tabelle. Bsp: $T_9(0.975) = 2.262$
P-Wert	Bei gegebenem t_{n-1}, berechne α neu. $\text{P-Wert} \begin{cases} < \alpha & \Rightarrow \text{Verwerfe } H_0 \\ > \alpha & \Rightarrow \text{Verwerfe } H_0 \text{ nicht.} \end{cases}$
Vertrauensintervall	Falls $\mu_0 \in$ VI, verwerfe H_0 nicht. $\bar{X}_n \pm T_{n-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\boldsymbol{\hat{\sigma}}}{\sqrt{n}}$

8 Punktschätzungen

8.1 Momentenmethode

Parametervektor Θ	Enthält die für eine Verteilung relevanten Parameter. Bsp: Θ (μ, σ^2) bei Normalverteilung, $\Theta = \lambda$ bei Poissonverteilung
Schätzer für Θ	$\hat{\Theta}_j := g_j(\hat{\mu}_1, ..., \hat{\mu}_d) \quad j = 1, ..., d$ wobei $\hat{\mu}_j := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^j = \mathbb{E}(X^k) \quad j = 1, ..., d$
Bsp: Poissonverteilung	$\lambda = \mathbb{E}(X) \quad \Rightarrow \quad \hat{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ $\lambda = \mathbb{V}(x) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 \quad \Rightarrow$

8.2 Maximum-Likelihood-Schätzer

Max.Likelihood Funktion	$L(\vec{\Theta};\vec{x}) = \prod_{i=1}^{n} f_\Theta(x_i) \quad f_\Theta = \text{Dichtefunktion}$
log-Likelihood Fkt.	$\ell := \log(L) = \sum_{i=1}^{n} \log f_\Theta(x_i)$
Vorgehen	

1. Stelle Max.Likelihood Fkt. für die gewünschte Verteilung auf. Die Dichtefunktion soll dabei mit den Parametern Θ_j geschrieben werden. Bsp: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \Leftrightarrow f(\Theta;\vec{x}) = \Theta e^{-\Theta x_i}$. Bei mehreren Parametern entsprechend mit Θ_1, Θ_2 usw.

2. Berechne Θ_j für die $L(\vec{\Theta};\vec{x})$ oder $\ell(\vec{\Theta};\vec{x})$ maximal wird.

8.2.1 Beispiel

$X \sim EXP(\Theta)$

Dichtefunktion	$f(\Theta;\vec{x}) = \Theta e^{-\Theta x_i}$
$L(\Theta;\vec{x})$	$L(\Theta;\vec{x}) = \prod_{i=1}^{n} \Theta e^{-\Theta x_i}$
$\ell(\Theta;\vec{x})$	$\ell(\Theta;\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\Theta e^{-\Theta x_i}\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln(\Theta) - \Theta x_i$
Ableiten	$0 = \frac{\partial \ell}{\partial \Theta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\Theta} - x_i = \frac{n}{\Theta} - \sum_{i=1}^{n} x_i$
Schätzer	$\Rightarrow \hat{\Theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{1}{\bar{X}_n}$

9 Vergleich zweier Stichproben

9.1 Randomisierung (Ungepaarte Vergleiche)

Bsp: X_i : 60 Probanden getestet mit Medikament, Y_i : 40 Probanden getestet mit Placebo. (Verschiedene Testbedingungen)

9.1.1 Zwei-Stichproben t-Test

Annahme	$X_1, ..., X_N \sim^{iid} N(\mu_X, \sigma^2)$ $Y_1, ..., Y_N \sim^{iid} N(\mu_Y, \sigma^2)$
Nullhypothese	$H_0 : \mu_X = \mu_Y \mid H_A : \mu_X > \mu_Y$ $H_0 : \mu_X = \mu_Y \mid H_A : \mu_X < \mu_Y$ $H_0 : \mu_X = \mu_Y \mid H_A : \mu_X \neq \mu_Y$
Teststatistik	$t := \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$ wobei $S_{pool} = \frac{1}{n+m-2}\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2 + \sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y}_m)^2\right)$ Verwerfe H_0 auf Niveau α, falls

$t_{n-1} \geqslant T_{n+m-2}(1-\alpha)$	$VB_\alpha = [T_{n+m-2}(1-\alpha), \infty[$	für $H_A : \mu_X > \mu_Y$
$t_{n-1} \leqslant T_{n+m-2}(\alpha)$	$VB_\alpha =]-\infty, T_{n+m-2}(\alpha)]$	für $H_A : \mu_X < \mu_Y$
$\lvert t_{n-1}\rvert \geqslant T_{n+m-2}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$	$VB_\alpha =]-\infty, T_{n+m-2}(\frac{\alpha}{2})] \cup [T_{n-1}(1-\frac{\alpha}{2}), \infty[$	für $H_A : \mu_X \neq \mu_Y$

9.2 Blockbildung (Gepaarte Vergleiche)

Bsp: X_i : Reifentyp 1, getestet unter Bedingung A, Y_i : Reifentype 2, getestet unter gleichen Bedingungen A
Neue Zufallsvariable: $\boxed{U_i = X_i - Y_i}$

9.2.1 t-Test

Anwenden, falls U_i normalverteilt.

9.2.2 Vorzeichentest

Ausser i.i.d keine Voraussetzungen.

Teststatistik	$V = \sum_{i=1}^{n} I_{u_i>0}$ Anzahl positive u_i für $i = 1, ..., n$ $V \sim BIN(n,p), p = \mathbb{P}(U_i > 0)$
Nullhypothese	$H_0 : p = \frac{1}{2}$
Test	Binomialtest

9.2.3 Wilcoxontest

Teststatistik	$W = \sum_{i=1}^{n} \text{Rang}(\lvert U_i\rvert) \cdot I_{U_i>0}$
Rang	Die U_i werden aufsteigend nach Absolutwert geordnet. Das absolut kleinste U_i erhält Rang 1, dann Rang 2 usw. Bsp: $U = \{-4, 0, 5\}$: $\lvert U_2\rvert = 0 < \lvert U_1\rvert = 4 < \lvert U_3\rvert = 5 \Rightarrow W = 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 4$
Nullhypothese	Median $(U_i) = 0$
Test	Für gegebenes n, α, H_A schaue in Wilcoxon-Tabelle. Falls $W \in$ Intervall, verwerfe H_0