Programação

IFMG CODAAUT

Prof. Marco Antonio M. Carvalho

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

PROEX
Pró-reitoria de extensão da UFOP

decom
departamento de computação

INSTITUTO FEDERAL
MINAS GERAIS

Lembretes

- **Lista de discussão**
  - Endereço:
    - programaacao@googlegroups.com
  - Solicitem acesso:
    - http://groups.google.com/group/programaacao
- **Página com material dos treinamentos**
  - http://www.decom.ufop.br/marco/extensao/obi/
- **Repositório online de problemas das edições passadas da OBI**
  - http://br.spoj.com/problems/obi/sort=-7
- **Moodle**
  - http://programaacao.net.br/login/index.php

Avisos

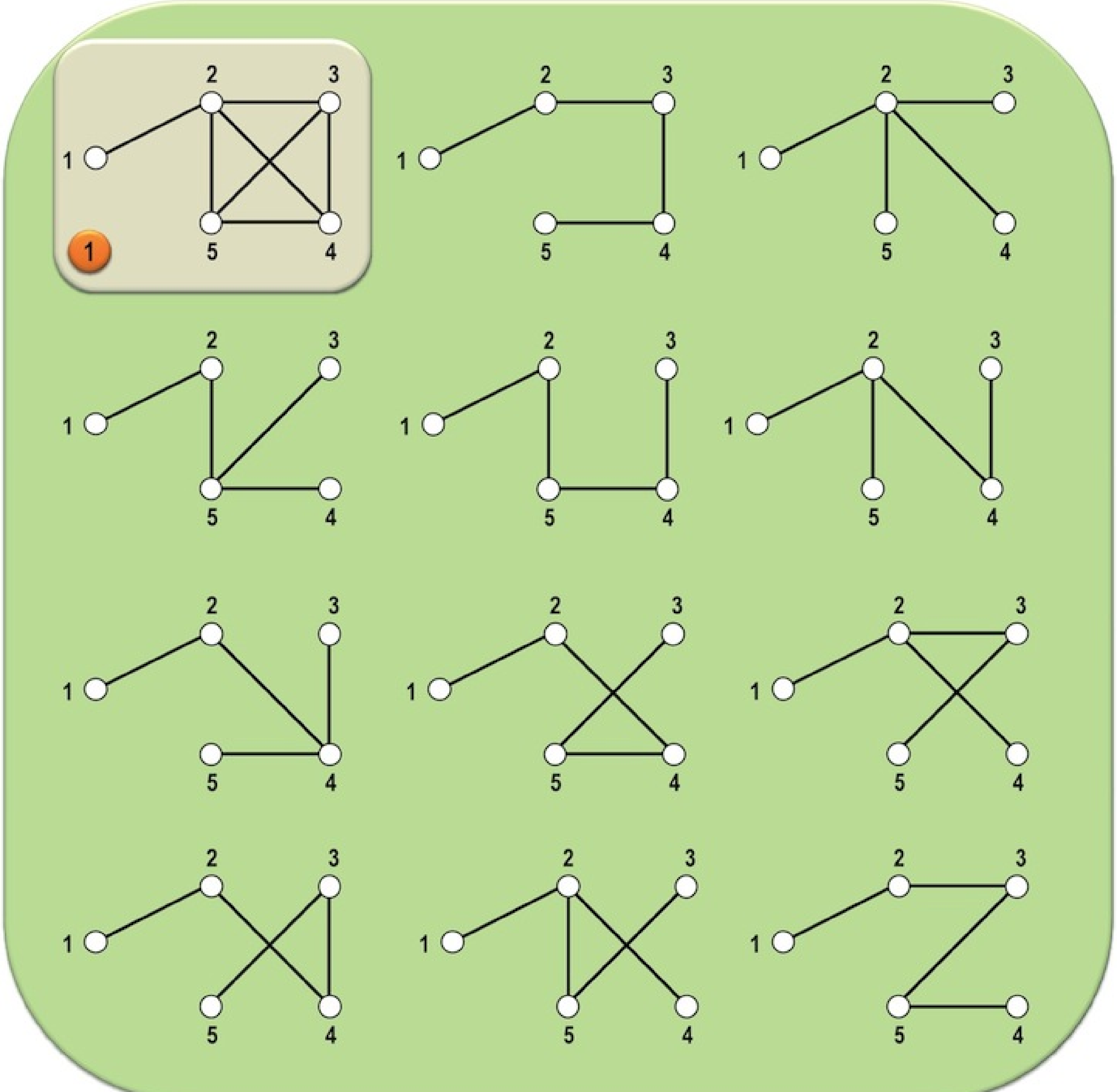
Na aula de hoje

- Árvore Geradora
- Árvore Geradora Mínima
- Algoritmo de *Prim*
- Problema Selecionado
- Um Problema de Lógica

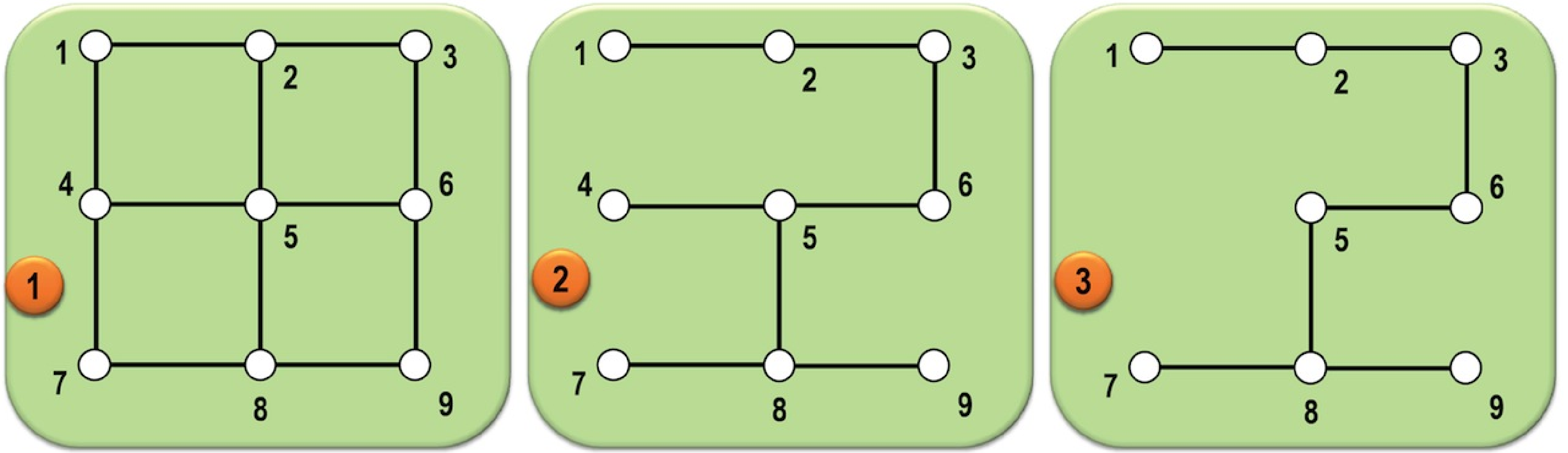
Árvore Geradora

Árvore Geradora

- Todo grafo G conexo possui uma árvore que contém todos os seus vértices;
- Uma **árvore geradora** de um grafo G é um subgrafo conexo e acíclico que possui todos os vértices originais de G e um subconjunto das arestas originais de G
  - Em outras palavras, uma árvore geradora é um subgrafo gerador que é uma árvore.
- Como consequência das propriedades de uma árvore, todo grafo conexo possui pelo menos uma árvore geradora.



Árvore Geradora

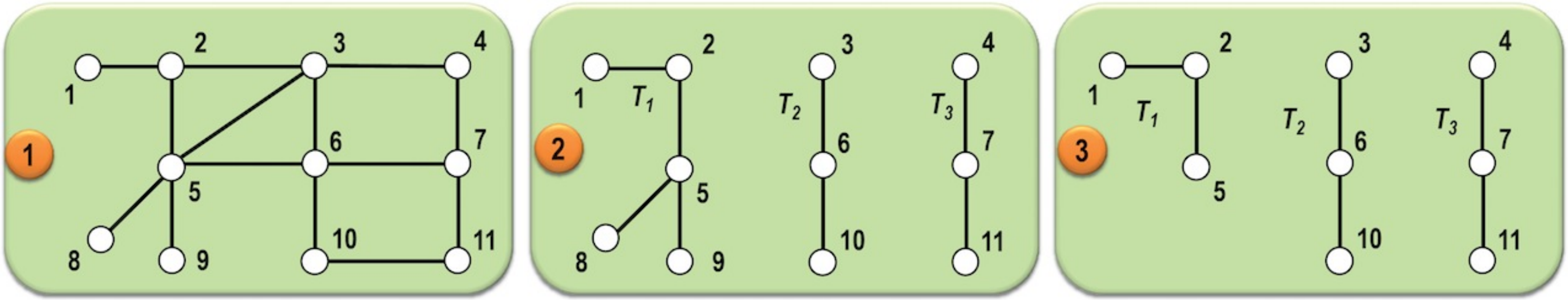


Grafo de exemplo, árvore geradora e árvore não geradora.

Árvore Geradora

- Uma **floresta** é um conjunto de árvores sem vértices em comum;

- Uma **floresta geradora** é uma floresta que contém todos os vértices de um grafo.



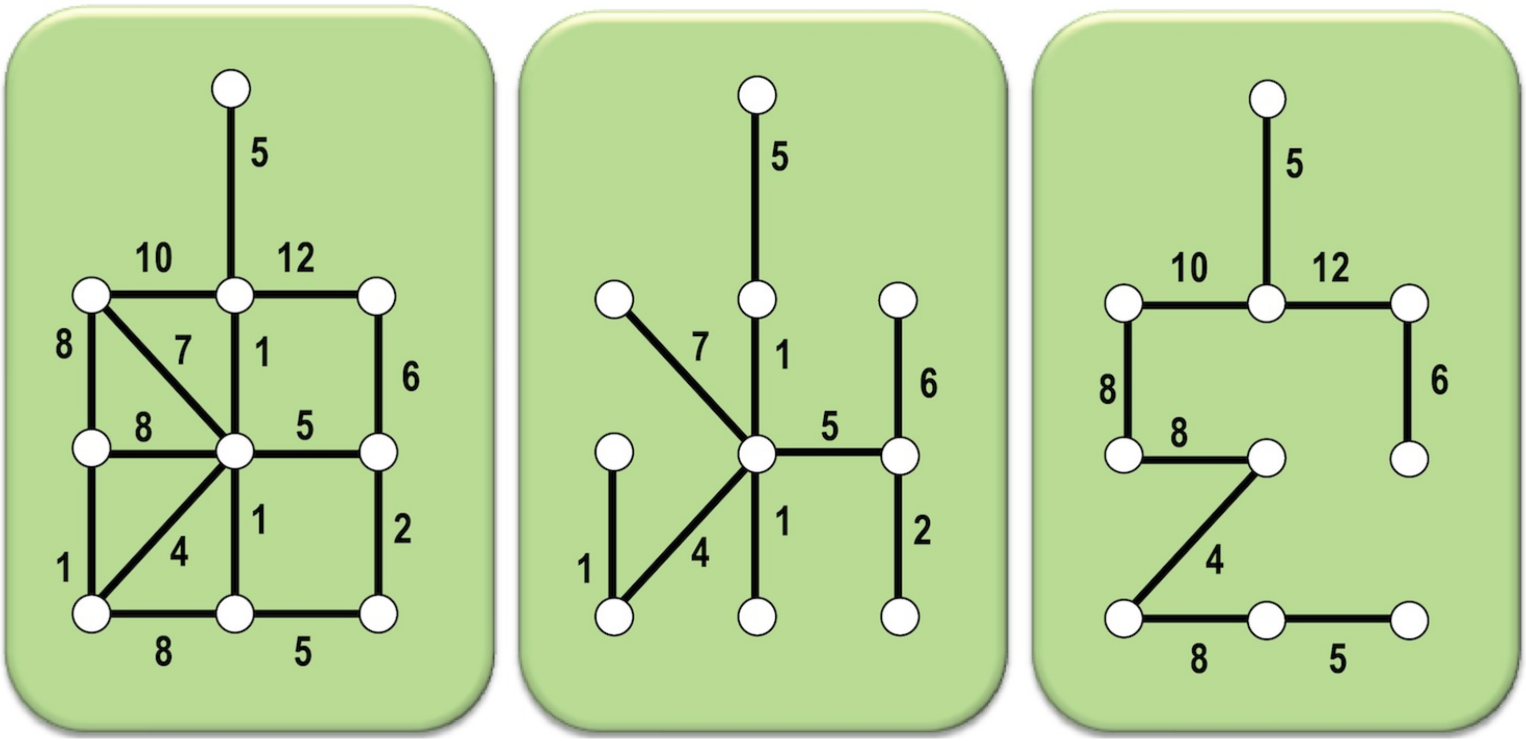
Grafo de exemplo e florestas, apenas a primeira é geradora.

Árvore Geradora Mínima

Árvore Geradora Mínima

- A **árvore geradora de custo mínimo** é a árvore geradora de menor custo dentre todas as possíveis em um grafo;
- Analogamente, a **árvore geradora de custo máximo** é a árvore geradora de maior custo dentre todas as possíveis em um grafo;
- A determinação de ambas as árvores descritas pode ser feita em tempo polinomial.

Árvore Geradora Mínima



Grafo de exemplo e árvores geradoras de custo mínimo e máximo.

Árvore Geradora Mínima

- Um dos primeiros algoritmos para determinação de árvores geradoras mínimas data do ano de 1928.
- De lá para cá, a complexidade dos algoritmos evoluiu de O(|A|log|V|) para O(|A|), cuja implementação data de 2008;
- Dois dos algoritmos mais populares para determinação de árvores geradoras mínimas, ambos gulosos, remetem ao final da década de 50: o algoritmo de **Prim** e o Algoritmo de **Kruskal**.

Algoritmo de Prim

Algoritmo de Prim

- Este algoritmo foi proposto 1930 pelo matemático tcheco Vojtech Jarník;
- Este mesmo algoritmo foi novamente proposto pelo cientista da computação americano Robert C. Prim (* 1921 – † 2009) em 1957 e redescoberto posteriormente pelo holandês Edsger Dijkstra em 1959.

Algoritmo de Prim

- O princípio do algoritmo é Incluir, de forma gulosa, um a um, os vértices da árvore geradora mínima;
- O algoritmo parte de qualquer vértice do grafo;
- A cada passo, acrescenta menor aresta incidente no conjunto de vértices que já foram selecionados e que possui uma extremidade em vértices no conjunto de não selecionados.

Algoritmo de Prim

- Terminologia
  - T_{min}: Conjunto de arestas que define a árvore geradora mínima;
  - T: Conjunto dos vértices já selecionados pelo algoritmo;
  - N: Conjunto dos vértices não selecionados pelo algoritmo;
  - $\setminus$: subtração em conjuntos.

Algoritmo de Prim

Entrada: Grafo $G = (V, A)$ e matriz de pesos D=$\{d_{ij}\}$ para todas as arestas $\{i, j\}$

Escolha qualquer vértice $i \in V$;

$T \leftarrow \{i\}$;

$N \leftarrow V \setminus i$;

$T_{min} \leftarrow \emptyset$;

enquanto $|T| \neq |V|$ **faça**

  Encontre a aresta $(j, k) \in A$ tal que $j \in T$, $k \in N$ e d_{jk} é mínimo;

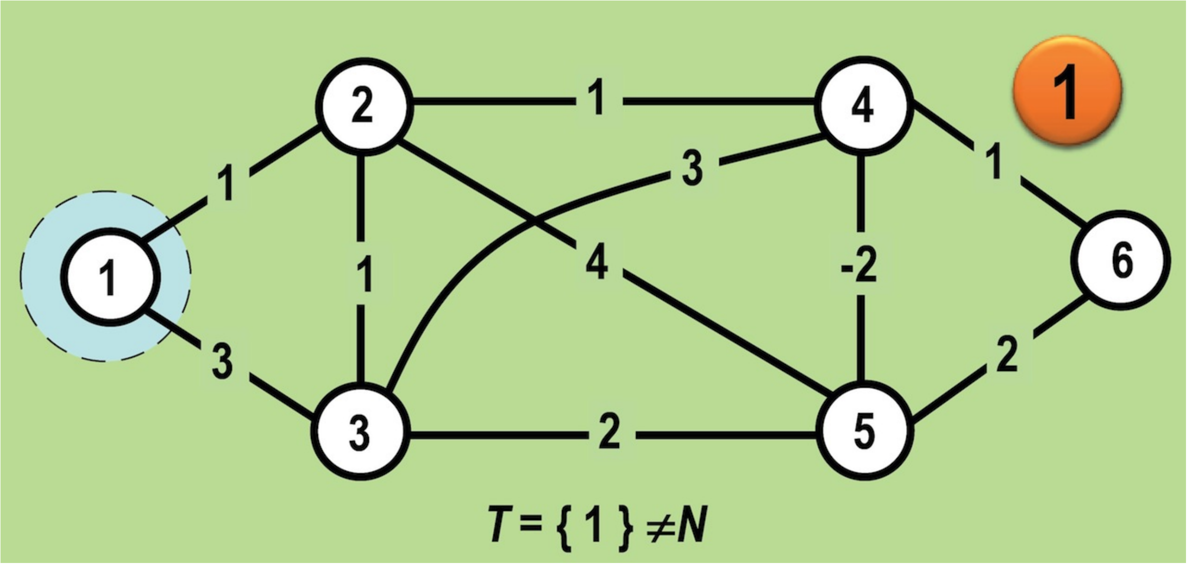
  $T \leftarrow T \cup \{k\}$;

  $N \leftarrow N \setminus \{k\}$;

  $T_{min} \leftarrow T_{min} \cup (j, k)$;

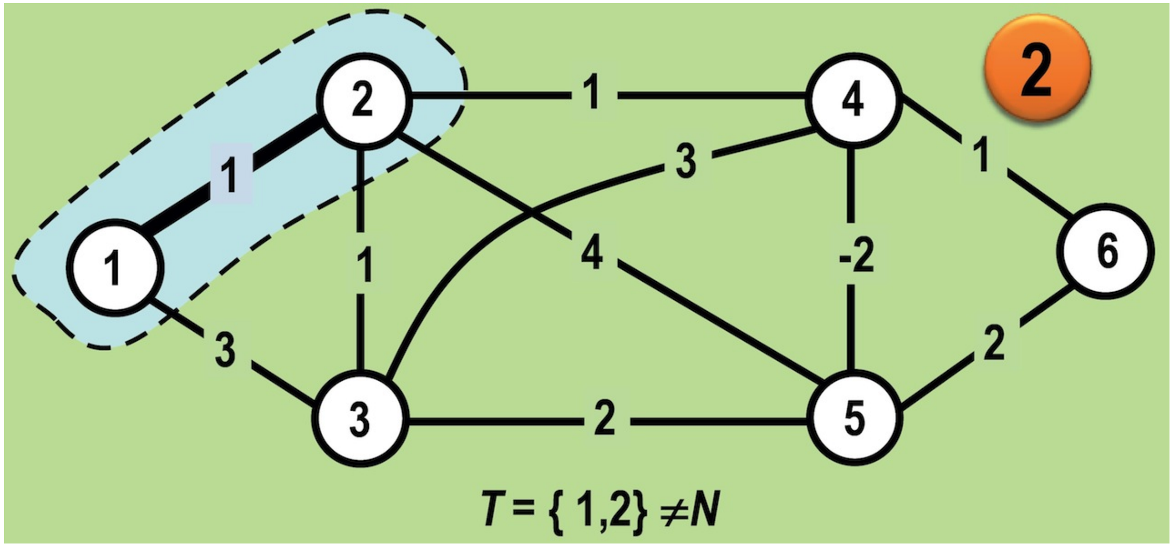
fim

Algoritmo de Prim



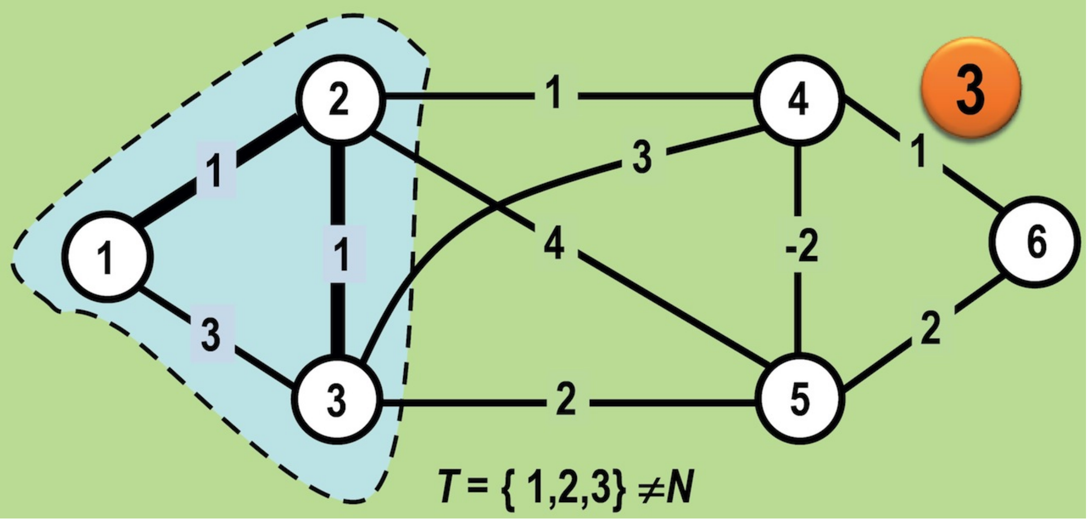
Grafo de exemplo. O vértice 1 é o primeiro a ser escolhido.

Algoritmo de Prim



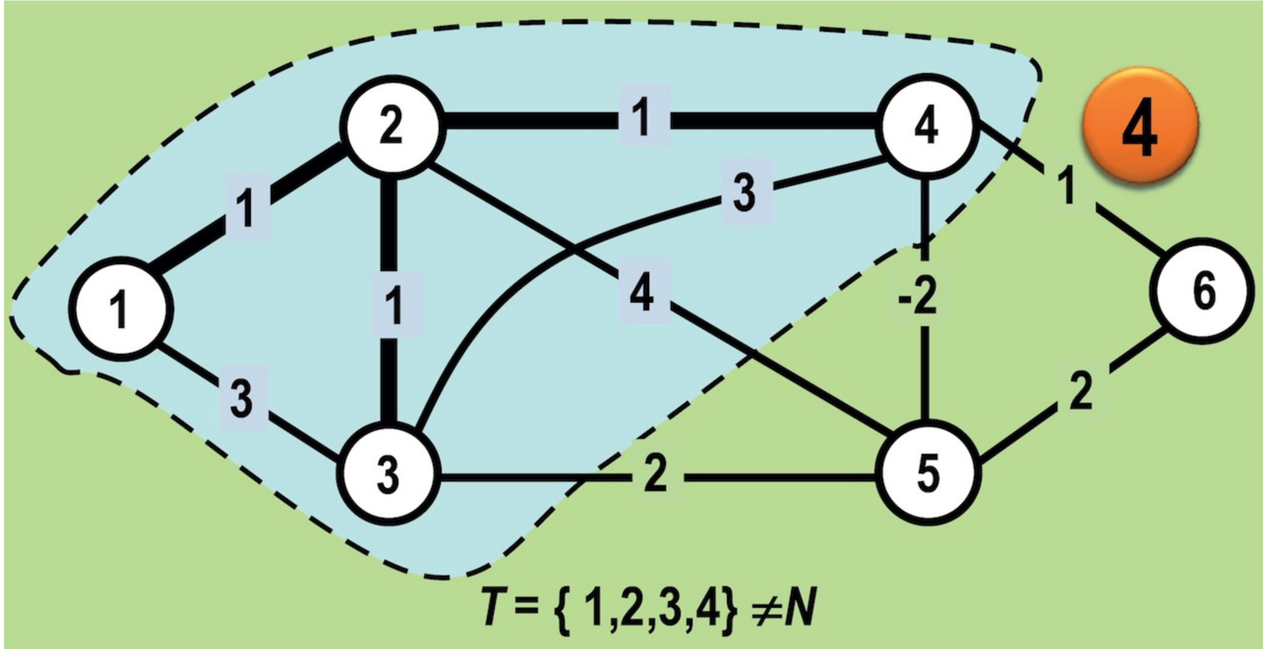
Inserção do vértice 2 e da aresta {1, 2}.
A região em azul indica os vértices escolhidos.

Algoritmo de Prim



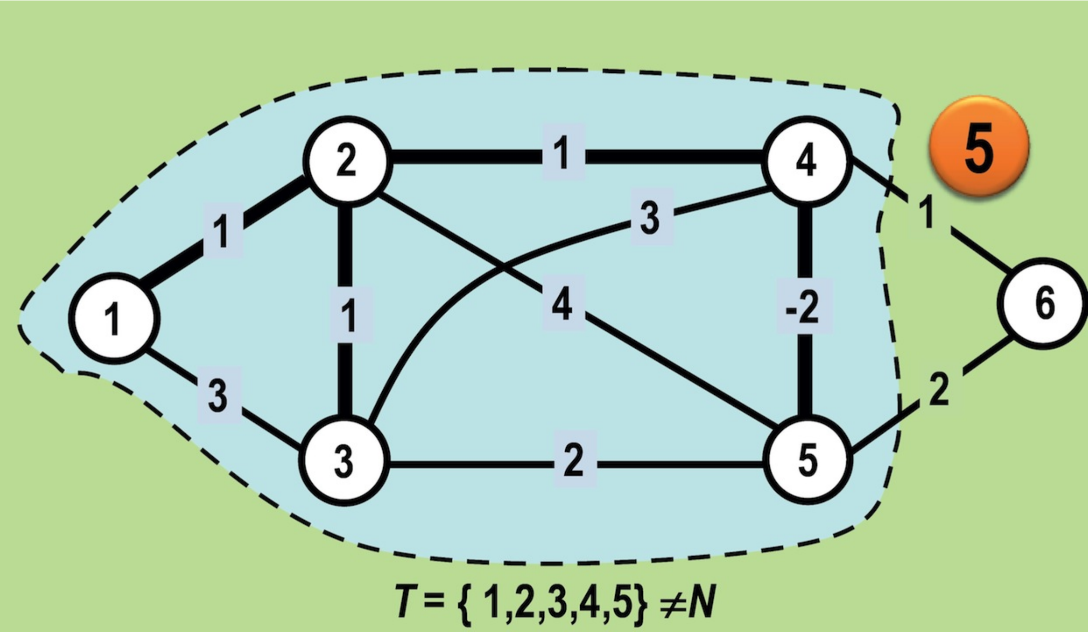
Inserção do vértice 3 e da aresta {2, 3}.

Algoritmo de Prim



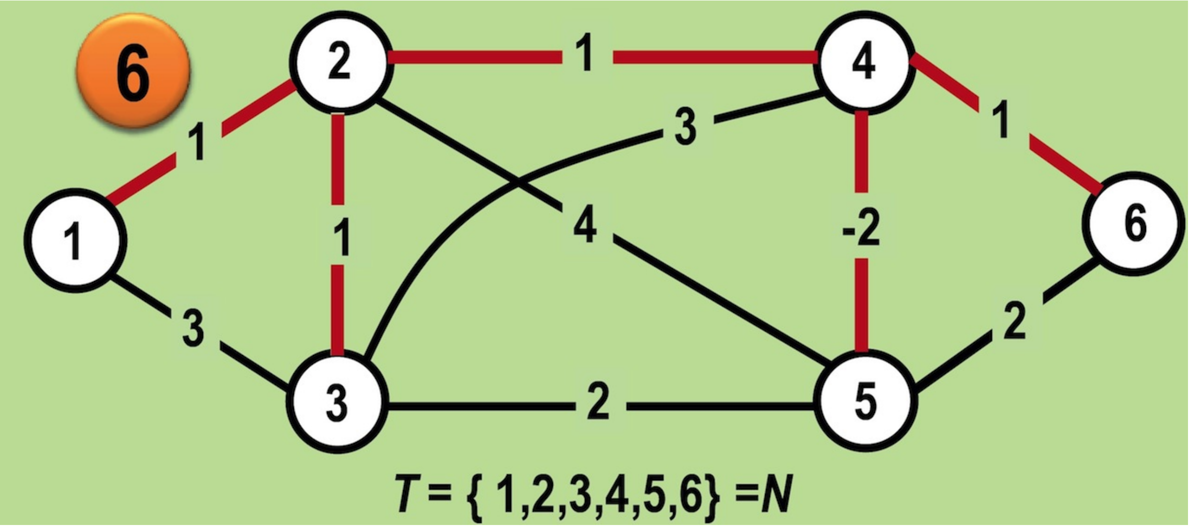
Inserção do vértice 4 e da aresta {2, 4}.

Algoritmo de Prim



Inserção do vértice 5 e da aresta {4, 5}.

Algoritmo de Prim



Inserção do vértice 6 e da aresta {4, 6}.
A árvore geradora mínima foi determinada.

Aplicações

- Projeto de redes de computadores e de comunicação;
- Instalações telefônicas, hidráulicas, elétricas, de petróleo e gás;
- Análise de agrupamentos;
- Análise genética;
- Análise de padrões de distribuição espacial de esporos;
- Astronomia (determinação de agrupamento de quasars);
- Geração de limites de problemas NP-Difíceis;
- Computação móvel;
- Modelos de localização de interação de partículas em fluxo turbulento de fluidos;
- etc.

Problema Selecionado

Problemas Selecionados

- http://www.urionlinejudge.com.br/judge/pt/problems/view/1152

Um Problema de Lógica

Um Problema de Lógica

- Um carro precisa transportar uma pessoa importante através de um deserto;
- Não há posto de gasolina no deserto, e o tanque do carro só tem capacidade para ir até metade do deserto;
- Por sorte, existem carros que podem transferir o combustível de seu tanque para outros carros;
- Quantos carros serão necessários para transportar a pessoa até o outro lado do deserto?

Perguntas?