

Задание на практическую работу по разделу «Деревья двоичного поиска»  
дисциплины «Алгоритмы и структуры данных»

Реализовать в виде программы абстрактный тип данных «Дерево» согласно варианту (**Номер варианта – две последние цифры шифра студента, номера зачетной книжки**) с учетом заданного представления дерева. **(1 балл из 3)**

Пусть  $A, B, C$  – деревья соответствующего типа, узлы которых могут содержать целочисленные значения. Требуется реализовать начальное формирование деревьев  $A$  и  $B$ , путем добавления некоторой последовательности значений (узлов) в пустое дерево. После чего требуется по варианту реализовать заданную операцию **(1 балл из 3)** над деревьями без использования каких-либо вспомогательных структур (списков, массивов и т.п.), работая только с узлами деревьев  $A$  и  $B$ .

Операция  $A = A \cup_{\text{пр}} B$  означает, что элементы дерева  $B$  будут добавлены в дерево  $A$  в прямом порядке обхода дерева  $B$ , соответственно  $A = A \cup_{\text{обр}} B$  – в обратном, а  $A = A \cup_{\text{сим}} B$  – симметричном обходе дерева  $B$ .

Операция  $A = A \cap B$  означает, что из дерева  $A$  исключаются узлы, отсутствующие в дереве  $B$ .

Операция  $A = A \setminus B$  означает, что из дерева  $A$  исключаются узлы, присутствующие в дереве  $B$ .

Защита оформленной работы **(1 балл из 3)**

**Вариант = две\_последние\_цифры\_шифра\_(номера\_зачетной\_книжки)**

№ вар	АТД «Дерево» <b>(1 из 3)</b>			Операция <b>(1 из 3)</b>	ФИО студента
	Тип дерева		Вывод деревьев на экран		
	Название		Реализация дерева		
1.	Дерево двоичного поиска	$A$ –обратный, $B$ – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \cup_{\text{пр}} B$	
2.	Дерево двоичного поиска	$A$ – прямой, $B$ – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \cup_{\text{обр}} B$	
3.	Дерево двоичного поиска	$A$ – прямой, $B$ – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \cup_{\text{сим}} B$	
4.	Дерево двоичного поиска	$A$ –обратный, $B$ – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \cap B$	
5.	Дерево двоичного поиска	$A$ – прямой, $B$ – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \setminus B$	
6.	Дерево двоичного поиска	$A$ –обратный, $B$ – симметричный	Список сыновей	$A = A \cup_{\text{пр}} B$	
7.	Дерево двоичного поиска	$A$ – прямой, $B$ – симметричный	Список сыновей	$A = A \cup_{\text{обр}} B$	
8.	Дерево двоичного поиска	$A$ – прямой, $B$ – симметричный	Список сыновей	$A = A \cup_{\text{сим}} B$	
9.	Дерево двоичного поиска	$A$ –обратный, $B$ – симметричный	Список сыновей	$A = A \cap B$	
10.	Дерево двоичного поиска	$A$ – прямой, $B$ – симметричный	Список сыновей	$A = A \setminus B$	

11.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
12.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
13.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
14.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \cap B$	
15.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \setminus B$	
16.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
17.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
18.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
19.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \cap B$	
20.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \setminus B$	
21.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
22.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
23.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
24.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$A = A \cap B$	
25.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A = A \setminus B$	
26.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
27.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
28.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	

29.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \cap B$	
30.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \setminus B$	
31.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
32.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
33.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
34.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \cap B$	
35.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \setminus B$	
36.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$C=A \cup_{\text{пр}} B$	
37.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$C=A \cup_{\text{обр}} B$	
38.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$C=A \cup_{\text{сим}} B$	
39.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$C = A \cap B$	
40.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$C = A \setminus B$	
41.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C=A \cup_{\text{пр}} B$	
42.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C=A \cup_{\text{обр}} B$	
43.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C=A \cup_{\text{сим}} B$	
44.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C = A \cap B$	
45.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C = A \setminus B$	
46.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C=A \cup_{\text{пр}} B$	

47.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C=A \cup_{обр} B$	
48.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C=A \cup_{сим} B$	
49.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C = A \cap B$	
50.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C = A \setminus B$	
51.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A=A \cup_{пр} B$	
52.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A=A \cup_{обр} B$	
53.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A=A \cup_{сим} B$	
54.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \cap B$	
55.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Указатель (курсор) на родителя	$A = A \setminus B$	
56.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{пр} B$	
57.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{обр} B$	
58.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{сим} B$	
59.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$A = A \cap B$	
60.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A = A \setminus B$	
61.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{пр} B$	
62.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{обр} B$	
63.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{сим} B$	
64.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \cap B$	
65.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \setminus B$	
66.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{пр} B$	
67.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{обр} B$	

68.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
69.	Дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \cap B$	
70.	Дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \setminus B$	
71.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
72.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
73.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
74.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$A = A \cap B$	
75.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$A = A \setminus B$	
76.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
77.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
78.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
79.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \cap B$	
80.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$A = A \setminus B$	
81.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{пр}} B$	
82.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{обр}} B$	
83.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A=A \cup_{\text{сим}} B$	
84.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \cap B$	
85.	Рандомизированное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$A = A \setminus B$	

86.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$C=A \cup_{\text{пр}} B$	
87.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$C=A \cup_{\text{обр}} B$	
88.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$C=A \cup_{\text{сим}} B$	
89.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Список сыновей	$C = A \cap B$	
90.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Список сыновей	$C = A \setminus B$	
91.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C =A \cup_{\text{пр}} B$	
92.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C =A \cup_{\text{обр}} B$	
93.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C =A \cup_{\text{сим}} B$	
94.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C = A \cap B$	
95.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (указатели)	$C = A \setminus B$	
96.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C =A \cup_{\text{пр}} B$	
97.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C =A \cup_{\text{обр}} B$	
98.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C =A \cup_{\text{сим}} B$	
99.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A– прямой, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C = A \cap B$	
100.	Оптимальное дерево двоичного поиска	A–обратный, B – симметричный	Левый сын, правый брат (таблица, массив)	$C = A \setminus B$	

### Указание:

#### Определение дерева оптимального поиска

Припишем каждой вершине дерева  $V_i$  вес  $w_i$ , пропорциональный частоте поиска этой вершины. Сумма весов всех вершин дает вес дерева  $W$ . Каждая вершина  $V_i$  расположена на высоте  $h_i$ , корень расположен на высоте 1. Высота вершины равна количеству операций сравнения, необходимых для поиска этой вершины. Определим средневзвешенную высоту дерева с  $n$  вершинами следующим образом:  $h_{cp} = (w_1 h_1 + w_2 h_2 + \dots + w_n h_n) / W$ . Дерево поиска, имеющее минимальную средневзвешенную высоту, называется *деревом оптимального поиска*.

При выполнении практической работы будем считать вес  **$w_i = \text{key} \bmod 10$** .

Добавление узлов в дерево оптимального поиска осуществляем в порядке убывания веса  **$W_i$**

При выполнении операций над деревьями вначале обрабатываются ВСЕ узлы обоих деревьев  $A$  и  $B$  с максимальным весом (добавляя их последовательно в дерево  $C$ ), затем уменьшаем вес и осуществляем подвыборку узлов с меньшим весом. Эти подмножество значений последовательно добавляем в результирующее дерево  $C$  и т.д.

#### Пример построения дерева оптимального поиска:

Рассмотрим пример построения дерева оптимального бинарного поиска для символов строки РОВПОВАЕЕКУВИЛРКТОАНАНА. Всего символов в строке 23, т.е.  $W=23$ . Различные символы определяют различные вершины дерева. Частоты вхождения символов (веса) приведены в таблице.

Таблица 1 Частоты вхождения символов в строку

key	К	У	Р	А	П	О	В	Е	Л	Н	И	Т
w	2	1	2	4	1	3	3	2	1	2	1	1

Посчитаем средневзвешенную высоту построенного дерева

$$P = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 6 = 78$$

$$h_{cp} = P/W = 78/23 = 3,39$$

